薄膜干渉構造色の計算

朝比奈佑樹

1　薄膜干渉の反射率の計算

薄膜干渉の原理を Figure1 に示す. 媒質 a, c の間に厚さ d の媒質 b が存在すると仮定し, 各媒質の屈折率を n_a, n_b, n_c とする. シャボン玉は媒質 a を空気, 媒質 b を石鹸水, 媒質 c を空気として作成している. 媒質 a から媒質 b に θ_i の角度で光が入射したとき,

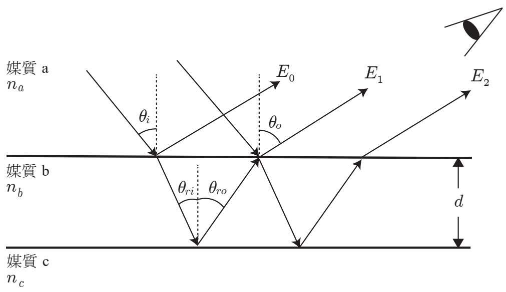

Figure 1: 薄膜干渉の原理

屈折角を θ_{ri} とする. 媒質 b から媒質 c に θ_{ri} の角度で入射し, 反射した角度を θ_{ro} とする. θ_{ri},θ_{ro} は, 式 (1), 式 (2) のフレネルの式を用いて求める.

$$n_a \sin\theta_i = n_b \sin\theta_{ri}. \tag{1}$$

$$n_a \sin\theta_o = n_b \sin\theta_{ro}. \tag{2}$$

媒質 a, b の界面で反射する光の電場 E_0 は, 入射光の電場 E_{inc} を用いて式 (3) のように表す.

$$E_0 = E_{inc} r_{ab}. \tag{3}$$

r_{ab} は, 媒質 a, b 間の振幅反射率であり, 式 (4) のように表す. 式 (5), 式 (6) は, それぞれ反射光の S 偏光, P 偏光における振幅反射率である.

$$r_{ab} = \frac{r_{ab}^s + r_{ab}^p}{2}. \tag{4}$$

$$r_{ab}^s = \frac{n_a\cos\theta_i - n_b\cos\theta_{ri}}{n_a\cos\theta_i + n_b\cos\theta_{ri}}. \tag{5}$$

$$r_{ab}^p = \frac{n_b\cos\theta_i - n_a\cos\theta_{ri}}{n_b\cos\theta_i + n_a\cos\theta_{ri}}. \tag{6}$$

媒質 a, b 間を透過し, 媒質 b, c の界面で反射する光を考えたとき, 反射光の電場 E_1 は式 (7) で表される.

$$E_1 = E_{inc} t_{ab} t_{ba} r_{bc} e^{i\phi}. \tag{7}$$

t_{ab} は, 媒質 a,b 間の振幅透過率であり, 式 (8) のように表す. 式 (9), 式 (10) は, それぞれ反射光の S 偏光, P 偏光における振幅反射率である.

$$t_{ab} = \frac{t_{ab}^s + t_{ab}^p}{2}. \tag{8}$$

$$t_{ab}^s = \frac{2n_a\cos\theta_i}{n_a\cos\theta_i + n_b\cos\theta_{ri}}. \tag{9}$$

$$t_{ab}^p = \frac{2n_a\cos\theta_i}{n_a\cos\theta_{ri} + n_b\cos\theta_i}. \tag{10}$$

また, ϕ は薄膜内を往復した光の位相差であり, 光の波長 λ を用いて式 (11) で表す.

$$\phi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}. \tag{11}$$

Δ は光路差であり, 膜厚 d を用いて式 (12) で表す.

$$\Delta = n_b d\left(\frac{1}{\cos\theta_{ri}} + \frac{1}{\cos\theta_{ro}}\right) - n_a d(\tan\theta_{ri} + \tan\theta_{ro})\sin\theta_i. \tag{12}$$

　入射光が電場 E_0, E_1... と多重反射を続けるとき, 反射光の電場 E は, 式 (13) の無限級数で表すことができる.

$$\begin{aligned} E &= E_0 + E_1 + E_2 + E_3 + ... + E_n + ... \\ &= E_{inc}(r_{ab} + t_{ab}t_{ba}r_{bc}e^{i\phi}\sum_{n=1}^{\infty}(r_{ba}r_{bc}e^{i\phi})^{n-1}) \\ &= E_{inc}(r_{ab} + t_{ab}t_{ba}r_{bc}e^{i\phi}\frac{1}{1 - r_{bc}r_{ba}e^{i\phi}}). \end{aligned} \tag{13}$$

　反射光の電場 E を, 入射光の電場 E_{inc} で割ることで, 薄膜干渉全体の振幅反射率を求めることができる. 薄膜干渉の反射率 R_{film} は振幅反射率の 2 乗であり, 式 (14) によって表される.

$$\begin{aligned} R_{film} &= |\frac{E}{E_{inc}}|^2 \\ &= |r_{ab} + t_{ab}t_{ba}r_{bc}e^{i\phi}\frac{1}{1 - r_{bc}r_{ba}e^{i\phi}}|^2. \end{aligned} \tag{14}$$

2　構造色の計算

まず, 式 (14) で求めた反射率 R_{film} から, 式 (15) を用いて構造色の反射光のスペクトル I_{out} を求める.

$$I_{out}(\lambda) = R_{film}(\lambda) I_{in}(\lambda). \tag{15}$$

I_{in} は入射光のスペクトルである．構造色の見た目は，光源の色温度が変わると，入射角が同じでも別の色があらわれることが多い．そのため，Standard Illuminant Series D の色温度 5500K(D55), 6500K(D65), 9300K(D93) の 3 種類を I_{in} に適用する．

次に，反射光のスペクトルをディスプレイに表示する色へ変換するために，式 (16), 式 (17), 式 (18) を用いて XYZ 色空間に変換する．

$$X = \frac{1}{k}\int_{380}^{830} I_{out}(\lambda)\cdot\overline{x}(\lambda)d\lambda. \tag{16}$$

$$Y = \frac{1}{k}\int_{380}^{830} I_{out}(\lambda)\cdot\overline{y}(\lambda)d\lambda. \tag{17}$$

$$Z = \frac{1}{k}\int_{380}^{830} I_{out}(\lambda)\cdot\overline{z}(\lambda)d\lambda. \tag{18}$$

$$k = \int_{380}^{830} \overline{y}(\lambda)d\lambda.$$

$\overline{x}$, $\overline{y}$, $\overline{z}$ は等色関数である．

最後に，XYZ 色空間に変換した構造色を，実際に表示する環境に合わせた色空間に変換する．本手法ではリアルタイムレンダリング実現のため，ゲームエンジン上にシェーダを実装する．シェーダの処理は sRGB 色空間を前提としているが，sRGB 色空間は，Figure2 に示すように，表現できる色の領域が狭い．一方，さらに広い範囲の構造色を表現できるよう，Figure2 の波長 470nm 付近の領域に対応できる Wide Gamut 色空間も扱い，選択可能とする．式 (16), 式 (17), 式 (18) で求めた XYZ 色空間の値を，式 (19) で sRGB 色空間に，式 (20) で Wide Gamut 色空間に変換し，構造色 C_{st} を求める．

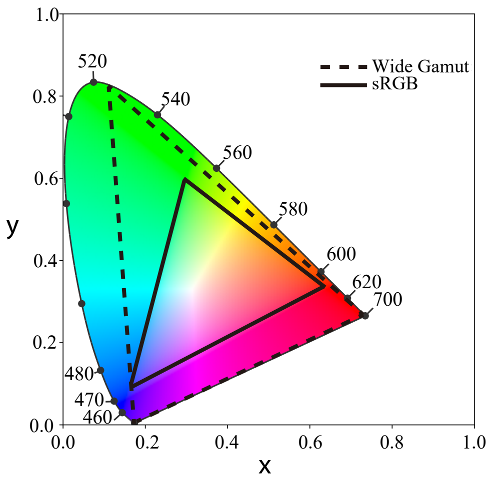

Figure 2: xy 色度図による sRGB 色空間と Wide Gamut 色空間の比較

$$C_{st}^{RGB} = \begin{pmatrix} 3.2406 & -1.5372 & -0.4989 \\ -0.9686 & 1.8758 & 0.0415 \\ 0.0557 & -0.2040 & 1.0570 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}. \tag{19}$$

$$C_{st}^{Wide} = \begin{pmatrix} 1.4625 & -0.1845 & -0.2734 \\ -0.5228 & 1.4479 & 0.0681 \\ 0.0346 & -0.0958 & 1.2875 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}. \tag{20}$$

References