

## 1. 计算属性闭包

给定  $R(A, B, C, D, E)$ , 函数依赖集

$$F = \{ AB \rightarrow C, B \rightarrow CD, DE \rightarrow B, C \rightarrow D, D \rightarrow A \}.$$

我们逐一计算  $(AB)^+$ 、 $(AC)^+$ 、 $(DE)^+$ , 并写出完整推导步骤。

### (1) $(AB)^+$

1. 初始:  $\{A, B\}$ .
2. 用  $AB \rightarrow C$ , 得到  $\{A, B, C\}$ .
3. 用  $B \rightarrow CD$ , 由  $B$  得到  $C, D$ , 于是闭包扩展为  $\{A, B, C, D\}$ .
4. 用  $C \rightarrow D$ 、 $D \rightarrow A$ , 并无新属性。
5.  $DE \rightarrow B$  需  $E$ , 此时无  $E$ 。

$$(AB)^+ = \{A, B, C, D\}$$

### (2) $(AC)^+$

1. 初始:  $\{A, C\}$ .
2. 用  $C \rightarrow D$ , 得到  $\{A, C, D\}$ .
3. 用  $D \rightarrow A$ , 无新属性。
4. 余下依赖都需  $B$  或  $E$ , 无法使用。

$$(AC)^+ = \{A, C, D\}$$

### (3) $(DE)^+$

1. 初始:  $\{D, E\}$ .
2. 用  $DE \rightarrow B$ , 得到  $\{B, D, E\}$ .
3. 用  $B \rightarrow CD$ , 加入  $C$  ( $D$  已有):  $\{B, C, D, E\}$ .
4. 用  $C \rightarrow D$ 、 $D \rightarrow A$ , 加入  $A$ :  $\{A, B, C, D, E\}$ .
5. 其余依赖均已涵盖。

$$(DE)^+ = \{A, B, C, D, E\}$$

## 2. 设计满足 3NF 的模式

给定  $R(A, B, C, D, E, I)$ , 函数依赖集

$$F = \{A \rightarrow BD, EC \rightarrow D, C \rightarrow I, ID \rightarrow CE, AI \rightarrow D, B \rightarrow A\}.$$

我们按以下步骤进行：

### 2.1 求最小函数依赖集 (Minimal Cover)

#### 1. 原子化 (分解右部)

$$\begin{aligned} &A \rightarrow B, \quad A \rightarrow D, \\ &EC \rightarrow D, \\ &C \rightarrow I, \\ &ID \rightarrow C, \quad ID \rightarrow E, \\ &AI \rightarrow D, \\ &B \rightarrow A. \end{aligned}$$

#### 2. 去除冗余 FD

- $AI \rightarrow D$ : 因已含  $A \rightarrow D$ , 故冗余, 去掉。
- 对每个 FD 考察左部属性的可去除性
  - $ID \rightarrow C$  和  $ID \rightarrow E$  中都无法去掉任一属性。
  - $EC \rightarrow D$  中  $E$ 、 $C$  都不可去除。
  - 其余皆为单属性左部, 无法再简化。

#### 3. 结果——最小函数依赖集

$$F_{\min} = \{A \rightarrow B, A \rightarrow D, EC \rightarrow D, C \rightarrow I, ID \rightarrow C, ID \rightarrow E, B \rightarrow A\}.$$

### 2.2 计算候选键

属性全集  $\{A, B, C, D, E, I\}$ 。我们尝试求闭包, 看哪些组合能覆盖全集。

- $\{A, I\}^+$ 
  - 初始:  $\{A, I\}$ .
  - $A \rightarrow B, D \rightarrow \{A, B, D, I\}$ .
  - $ID \rightarrow C, E \rightarrow \{A, B, C, D, E, I\}$ .
  - 其余依赖均已涵盖。  
 $\therefore \{A, I\}$  是超键, 且无真子集能覆盖全集, 故为候选键。
- $\{B, I\}^+$ 
  - 初始:  $\{B, I\}$ .
  - $B \rightarrow A \rightarrow \{A, B, I\}$ .
  - $A \rightarrow D \rightarrow \{A, B, D, I\}$ .
  - $ID \rightarrow C, E \rightarrow$  全集。  
 故  $\{B, I\}$  也是候选键。

其他组合要么不能覆盖全集, 要么包含以上二者的超集。

**候选键:**  $\{A, I\}$  与  $\{B, I\}$ 。

## 2.3 基于每个依赖构造 3NF 分解

对  $F_{\min}$  中的每个 FD  $X \rightarrow Y$ , 构造关系模式  $R_{XY}(X \cup Y)$ :

FD	模式
$A \rightarrow B$	$R_1(A, B)$
$A \rightarrow D$	$R_2(A, D)$
$EC \rightarrow D$	$R_3(E, C, D)$
$C \rightarrow I$	$R_4(C, I)$
$ID \rightarrow C$	$R_5(I, D, C)$
$ID \rightarrow E$	$R_6(I, D, E)$
$B \rightarrow A$	$R_7(B, A)$

- 合并或删除冗余
  - $R_1(A, B)$  与  $R_7(B, A)$  相同, 合并为  $R_{AB}(A, B)$ 。
  - $R_5(I, D, C)$  与  $R_6(I, D, E)$  可合并为  $R_{IDCE}(I, D, C, E)$ , 此时也包含了依赖  $ID \rightarrow CE$ 、 $EC \rightarrow D$ 、 $C \rightarrow I$ 、以及通过  $ID \rightarrow C$  与  $ID \rightarrow E$  与  $C \rightarrow I$  的推导。

- $R_3(E, C, D)$  与  $R_{IDCE}$  的属性集一致或被包含，可剔除； $R_4(C, I)$  亦被包含。
- 为保证候选键  $\{A, I\}$ （或  $\{B, I\}$ ）出现在某个模式的属性集中，我们保留  $R_{AI}(A, I)$ 。

### 最终 3NF 分解：

$$\begin{aligned} &R_{AB}(A, B), \\ &R_{AD}(A, D), \\ &R_{AI}(A, I), \\ &R_{IDCE}(I, D, C, E). \end{aligned}$$

- **依赖保留**：每个原始 FD 都在某个子模式中得以体现。
- **无损连接**：各子模式中至少有一个包含原关系的候选键 ( $\{A, I\} \subseteq R_{AI}$ )，保证无损。
- **每个子模式均为 3NF**，因为在各自的模式中，右部要么是主属性，要么左部是超键。