# J.W.Negele, Nuclear Mean-Field Theory, Physics Today 38, 24(1985)

松本侑真

June 30, 2023

1. 背景
2. 目的
3. 手法
4. 結果
5. まとめ
6. アルゴリズム

1. 背景
2. 目的
3. 手法
4. 結果
5. まとめ
6. アルゴリズム

# 核分裂について

- 核分裂についての説明
- 図とかをいれる
- 重い元素と軽い元素どちらでも起こる？ $Be^8$ の核分裂と $U^{235}$ の分裂の仕組みは同じ？
- トンネル効果

# 平均場理論

- 相対論的多体系としての原子核という本を参考にすればよさそう
- TDHF の説明を簡単にする（半古典的な近似だが、うまく現象を説明してきている）
- TDHF を使う場面

**平均場理論の問題点**

- TDHF は量子効果を適切に取り入れることができない。
- 特に、重い原子核の核分裂反応を正しく記述できなかった。

1. 背景
2. 目的
3. 手法
4. 結果
5. まとめ
6. アルゴリズム

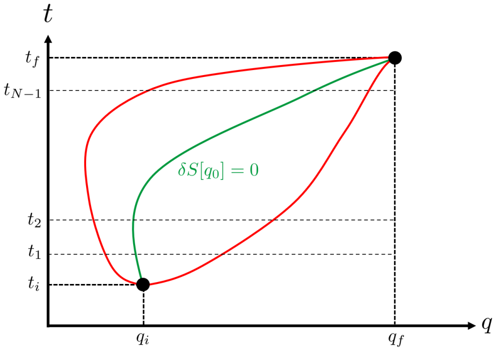
# 平均場理論の枠組みで核分裂反応を記述する

## 経路積分を使う理由

- トンネル効果を含む量子論の現象を記述できる
- 近似手法がある程度確立している（定常位相近似 (SPA)、鞍点法）

## 経路積分のイメージ

- 始状態 $(q_i, t_i)$ から終状態 $(q_f, t_f)$ に至るあらゆる経路が寄与する
- 古典的に実現する経路 $q_0(t)$ からの寄与が最も大きい
- $q_0(t)$ は Euler-Lagrange 方程式の解となっている



# 経路積分の数式表現

- 時間発展演算子 $U(t, t_0) = e^{-i\hat{H}(t-t_0)/\hbar}$
- 始状態を $|\psi_i\rangle$ とすると、終状態は $|\psi_f\rangle = U(t, t_0)\,|\psi_i\rangle$

$$\psi_f(q) = \int dq'\ \langle q|\, U(t, t_0)\,|q'\rangle\,\langle q'|\psi_i\rangle = \int dq'\, K(q, q'\,; t, t_0)\psi_i(q')$$

- ファインマン核 $K(q_f, q_i\,; t_f, t_i)$ の具体形

$$K(q_f, q_i\,; t_f, t_i) = \int \mathcal{D}q \int \mathcal{D}p \exp\left[\frac{i}{\hbar}\int_{t_i}^{t_f} dt\,(p\dot{q} - H(p, q))\right]$$

$$\int \mathcal{D}q \coloneqq \prod_{j=1}^{N-1}\int dq_j\,, \qquad \int \mathcal{D}p \coloneqq \prod_{j=1}^{N}\int \frac{dp_j}{2\pi\hbar}\,, \qquad t_f = t_i + N\Delta t$$

# 経路積分の数式表現

ポテンシャルが位置にのみ依存する場合、運動量積分が計算できる。

$$\begin{aligned} K(q_f, q_i\,; t_f, t_i) &= \int \mathcal{D}q \exp\left[\frac{i}{\hbar}\int_{t_i}^{t_f} dt\left(\frac{m}{2}\dot{q}^2 - V(q)\right)\right] \\ &= \int \mathcal{D}q \exp\left[\frac{i}{\hbar}S[q]\right] \end{aligned}$$

## 経路積分の解釈

$|q_i\,; t_i\rangle$ から $|q_f\,; t_f\rangle$ への遷移確率振幅は、$(q_i, t_i) \to (q_1, t_1) \to \cdots \to (q_{N-1}, t_{N-1}) \to (q_f, t_f)$ を経たときの遷移確率振幅として解釈でき、中間状態に関して全ての経路の和が取られている。

1. 背景
2. 目的
3. 手法
4. 結果
5. まとめ
6. アルゴリズム

# エネルギー固有値を求める

位置座標 $q$ に対応する状態 $|q\rangle$ を用いて

$$
\begin{aligned}
\mathrm{tr}\,\frac{1}{E-\hat{H}+i\eta} &= -i\int_0^\infty dT\,e^{iET}\int dq\,\langle q|\,e^{-i\hat{H}T}\,|q\rangle \\
&= -i\int_0^\infty dT\,e^{iET}\int dq\,\int \mathcal{D}[q]e^{iS[q]}
\end{aligned}
$$

- SPA で右辺を計算し、極を与える $E$ を求める。
- $\delta S[q_0]=0$ のとき、$q_0$ は Euler-Lagrange 方程式の解となる。
- $q(0)=q(T)$ の境界条件を満たしている。（周期運動）

# 1粒子の1次元系でのトンネル効果

1 背景

2 目的

3 手法

4 結果

5 まとめ

6 アルゴリズム

1 背景

2 目的

3 手法

4 結果

5 まとめ

6 アルゴリズム

1. 背景
2. 目的
3. 手法
4. 結果
5. まとめ
6. アルゴリズム

# アルゴリズムサンプル

## Matrix Multiplication

$C = O$
**for** $i = 1, \ldots, m$ :
    **for** $j = 1, \ldots, n$ :
        **for** $k = 1, \ldots, r$ :
            $C[i,j] = C[i,j] + A[i,k] \cdot B[k,j]$
**return** $C$