

J.W.Negele, Nuclear Mean-Field Theory, Physics Today 38, 24(1985)

松本侑真

June 30, 2023

① 背景

② 目的

③ 手法

④ 結果

⑤ まとめ

⑥ アルゴリズム

① 背景

② 目的

③ 手法

④ 結果

⑤ まとめ

⑥ アルゴリズム

核分裂について

- 核分裂についての説明
- 図とかをいれる
- 重い元素と軽い元素どちらでも起こる？ Be^8 の核分裂と U^{235} の分裂の仕組みは同じ？
- トンネル効果

平均場理論

- 相対論的多体系としての原子核という本を参考にすればよさそう
- TDHF の説明を簡単にする（半古典的な近似だが、うまく現象を説明してきている）
- TDHF を使う場面

平均場理論の問題点

- TDHF は量子効果を適切に取り入れることができない。
- 特に、重い原子核の核分裂反応を正しく記述できなかった。

① 背景

② 目的

③ 手法

④ 結果

⑤ まとめ

⑥ アルゴリズム

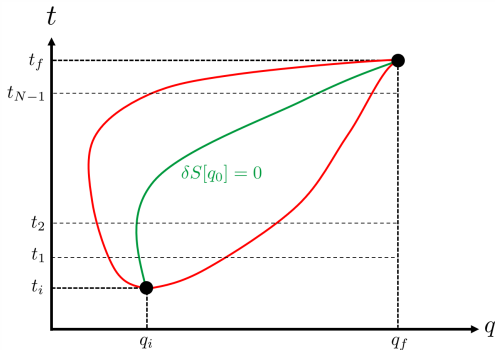
平均場理論の枠組みで核分裂反応を記述する

経路積分を使う理由

- トンネル効果を含む量子論の現象を記述できる
- 近似手法がある程度確立している（定常位相近似 (SPA)、鞍点法）

経路積分のイメージ

- 始状態 (q_i, t_i) から終状態 (q_f, t_f) に至るあらゆる経路が寄与する
- 古典的に実現する経路 $q_0(t)$ からの寄与が最も大きい
- $q_0(t)$ は Euler-Lagrange 方程式の解となっている



経路積分の数式表現

- 時間発展演算子 $U(t, t_0) = e^{-i\hat{H}(t-t_0)/\hbar}$
- 始状態を $|\psi_i\rangle$ とすると、終状態は $|\psi_f\rangle = U(t, t_0) |\psi_i\rangle$

$$\psi_f(q) = \int dq' \langle q | U(t, t_0) | q' \rangle \langle q' | \psi_i \rangle = \int dq' K(q, q'; t, t_0) \psi_i(q')$$

- ファインマン核 $K(q_f, q_i; t_f, t_i)$ の具体形

$$K(q_f, q_i; t_f, t_i) = \int \mathcal{D}q \int \mathcal{D}p \exp \left[\frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} dt (p\dot{q} - H(p, q)) \right]$$

$$\int \mathcal{D}q := \prod_{j=1}^{N-1} \int dq_j, \quad \int \mathcal{D}p := \prod_{j=1}^N \int \frac{dp_j}{2\pi\hbar}, \quad t_f = t_i + N\Delta t$$

経路積分の数式表現

ポテンシャルが位置にのみ依存する場合、運動量積分が計算できる。

$$\begin{aligned} K(q_f, q_i; t_f, t_i) &= \int \mathcal{D}q \exp \left[\frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} dt \left(\frac{m}{2} \dot{q}^2 - V(q) \right) \right] \\ &= \int \mathcal{D}q \exp \left[\frac{i}{\hbar} S[q] \right] \end{aligned}$$

経路積分の解釈

$(q_i, t_i) \rightarrow (q_1, t_1) \rightarrow \cdots \rightarrow (q_{N-1}, t_{N-1}) \rightarrow (q_f, t_f)$ を経たときの遷移確率振幅を考えて、中間状態に関して全ての経路の和を取ると、 $|q_i; t_i\rangle$ から $|q_f; t_f\rangle$ への遷移確率振幅となる。

① 背景

② 目的

③ 手法

④ 結果

⑤ まとめ

⑥ アルゴリズム

エネルギー固有値を求める

位置座標 q に対応する状態 $|q\rangle$ を用いて

$$\begin{aligned}\mathrm{tr} \frac{1}{E - \hat{H} + i\eta} &= -i \int_0^\infty dT e^{iET} \int dq \langle q | e^{-i\hat{H}T} | q \rangle \\ &= -i \int_0^\infty dT e^{iET} \int dq \int \mathcal{D}[q] e^{iS[q]}\end{aligned}$$

- SPA で右辺を計算し、極を与える E を求める。
- $\delta S[q_0] = 0$ のとき、 q_0 は Euler-Lagrange 方程式の解となる。
- $q(0) = q(T)$ の境界条件を満たしている。(周期運動)

1 粒子の 1 次元系でのトンネル効果

① 背景

② 目的

③ 手法

④ 結果

⑤ まとめ

⑥ アルゴリズム

① 背景

② 目的

③ 手法

④ 結果

⑤ **まとめ**

⑥ アルゴリズム

① 背景

② 目的

③ 手法

④ 結果

⑤ まとめ

⑥ アルゴリズム

アルゴリズムサンプル

Matrix Multiplication

```
1:  $C = O$ 
2: for  $i = 1, \dots, m$  :
3:   for  $j = 1, \dots, n$  :
4:     for  $k = 1, \dots, r$  :
5:        $C[i, j] = C[i, j] + A[i, k] \cdot B[k, j]$ 
6: return  $C$ 
```