תהא f פונקציה המוגדרת בסביבה מלאה של $x_0 \in \mathbb{R}$.

1. נאמר ש-f גזירה בנקודה x_0 אם"ם קיים הגבול במובן הצר $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.
   אם גבול זה קיים, הוא יקרא הנגזרת של f בנקודה x_0 **ויסומן** $f'(x_0)$

   $\Leftarrow$ גזירות חד צדדית (f מוגדרת בסביבה מלאה ימנית\שמאלית של x_0)

$$f'_-(x_0)=\lim_{x\to x_0^-}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0},\quad f'_+(x_0)=\lim_{x\to x_0^+}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

2. הגדרות שקולות לגזירות בנקודה: נאמר ש-f גזירה בנקודה x_0 אם"ם:

$\Updownarrow$ הגבול $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ קיים במובן הצר. ממנו נובע:

$\Updownarrow$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0)-f(x_0-h)}{h}\in\mathbb{R}$

$\Updownarrow$ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{2h}\in\mathbb{R}$

$\Updownarrow$ הגבולות מימין ומשמאל קיימים במובן הצר ומקיימים $\lim\limits_{x\to x_0^+}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{x\to x_0^-}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

$$f'_-(x_0)=f'(x_0)=f'_+(x_0)$$