

## הקדמה לפולינומי טיילור: דיפרנציאביליות

### משפטים והגדרות:

**טענה** אם  $f$  פונקציה רציפה ב- $a \in \mathbb{R}$ , אזי  $\forall m \in \mathbb{R} \lim_{x \rightarrow a} f(x) - (f(a) + m(x-a)) = 0$  מאש"ג.

**מסקנה** הכלי  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) - g(x) = 0$  אינו מספיק מדויק למדידת הקרבה בין  $f$  ו- $g$ .

**משפט** תהי  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ , ותהא  $a \in D$ .  $f$  גזירה ב- $a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - (f(a) + m(x-a))}{x-a} = 0 \Leftrightarrow \exists m \in \mathbb{R}$ . ואם  $m$  קיים, אזי הוא יחיד ומקיים  $m = f'(a)$ .

**הגדרה-דיפרנציאביליות:** יהיו  $D \subseteq \mathbb{R}$ ,  $a \in D$ , נקודה פנימית של  $D$ . נאמר ש- $f$  דיפרנציאבילית ב- $a$  אם  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - (f(a) + m(x-a))}{x-a} = 0$ .

**הערה** מהמשפט נובע ש- $f$  דיפרנציאבילית ב- $a$  אם  $f$  גזירה ב- $a$ .

**מסקנה** הכלי  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - g(x)}{x-a} = 0$  מדויק יותר מאשר  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) - g(x) = 0$ .

**הקו המנחה** שלנו הוא שכל שנגדיל את סיבוכיות הגרף המשיק ל- $f$  בנקודה  $a$ , כלומר נעלה את מעלות הפולינום המשיק, נקבל משיק מדויק יותר לאורך סביבה מנוקבת גדולה יותר של  $a$ .