

יהיו $A \subseteq D, f : D \rightarrow \mathbb{R}$

מינימום ומקסימום גלובלי נאמר ש $x_0 \in A$ נקודת מקסימום (מינימום) גלובלי בקבוצה A אם מתקיים $\forall x \in A \quad f(x) \leq f(x_0)$ (ל- $f(x_0)$ נקרא **הערך המקסימלי של f ב- A**)

הערה 1 לא בהכרח קיים ערך מקסימלי/מינימלי בקבוצה

הערה 2 אם קיים ערך מקסימלי ל- A , הוא יחיד מעקרון הסדר ב- \mathbb{R} , אך יכול להתקיים: $\exists x_0 \neq x_1 \in A$ s.t. $f(x_0) = f(x_1)$

נקודת קיצון מקומי $x_0 \in D$ יקרא נקודת מקסימום/מינימום מקומי של f אם קיימת U סביבה מלאה של x_0 שבה $\forall x \in U \quad f(x) \leq f(x_0)$ (שבה x_0 מלאה)

משפט פרמה יהיו $f : D \rightarrow \mathbb{R}, x_0 \in D$ נקודת קיצון מקומי של f . אם f גזירה ב- x_0 , $f'(x_0) = 0$.

תקציר הוכחה f גזירה $\Leftarrow f$ רציפה $\Leftarrow f(x) \circ \frac{1}{x} \approx f'(x)$ רציפה.

נראה שהיא מונוטונית חלשה משני צדדיה ולכן מטריכוטומיה מקיימת $0 \leq f'(x_0) \leq 0 \Leftrightarrow f'(x_0) = 0$

הערות: 1. גם אם x_0 נק' קיצון של f , לא תמיד f תהיה גזירה ב- x_0 (דוגמה - $f(x) = |x|, x_0 = 0$)

2. קיימות פונקציות בהן קיימים $x_0 \in D$ שעבורו $f'(x_0) = 0$ אבל x_0 אינה נקודת קיצון (דוגמה - $f(x) = x^3, x_0 = 0$)

מסקנה: יהי $x_0 \in \mathbb{R}$ גזירה ב- x_0 . אם קיימת $\delta > 0$ כך ש- f מונוטונית עולה (יורדת) בסביבת δ חד צדדית מלאה, אזי $f'(x_0) \geq 0$ ($f'(x_0) \leq 0$)