

תהא f פונקציה המוגדרת בסביבה מלאה של $x_0 \in \mathbb{R}$.

1. נאמר ש- f גזירה בנקודה x_0 אם קיים הגבול במובן הצר $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.
אם גבול זה קיים, הוא יקרא הנגזרת של f בנקודה x_0 ויסומן $f'(x_0)$

\Leftarrow גזירות חד צדדית (f מוגדרת בסביבה מלאה ימנית/שמאלית של x_0)

$$f'_-(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}, \quad f'_+(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

2. הגדרות שקולות לגזירות בנקודה: נאמר ש- f גזירה בנקודה x_0 אם:

הגבול $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ קיים במובן הצר. ממנו נובע: \Updownarrow

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0-h)}{h} \in \mathbb{R} \quad \Updownarrow$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h} \in \mathbb{R} \quad \Updownarrow$$

הגבולות מימין ומשמאל קיימים במובן הצר ומקיימים $\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ \Updownarrow

$$f'_-(x_0) = f'(x_0) = f'_+(x_0)$$