הגבול העליון הוא הגבול החלקי הגדול ביותר והתחתון הוא הקטן ביותר בסדרה חסומה

תהי $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ סדרה חסומה.
אזי $\limsup_{n\to\infty} a_n, \liminf_{n\to\infty} a_n$ הם הגבול החלקי הקטן והגדול ביותר של a_n, בהתאמה.

הוכחה (זהה לגבול עליון או תחתון עם היפוך הסימנים, נוכיח על עליון)
נסמן $\limsup_{n\to\infty} a_n = \lambda \in \mathbb{R}$, ויהי $\tilde{\lambda}$גבול חלקי כלשהו של a_n. אז קיימת תת סדרה a_{n_k} המתכנסת ל$\tilde{\lambda}$. מתקיים $\forall k \in \mathbb{N}\, a_{n_k} \leq u_{n_K}$ ולכן מעקרון הסדר בגבולות $\tilde{\lambda} \leq \lambda$
נבנה בצורה רקורסיבית את u_n מתוך a_n ונקבל שλ הוא הגבול שלה, ולכן גבול חלקי מקסימלי של a_n.

הערה מבולצאנו וויירשטראס, a_nחסומה ולכן קיימת לה תת סדרה מתכנסת, ובנוסף לכן קבוצת הגבולות החלקיים S_a חסומה ומקיימת ממשפט החסם העליון (והתחתון) ועקרון הסדר ש-

$$\inf(S_a) \overset{order}{=} \min(S_a) = \liminf_{n\to\infty} a_n \bigwedge \sup(S_a) \overset{order}{=} \max(S_a) = \limsup_{n\to\infty} a_n$$