

1. אם f גזירה ב x_0 , f רציפה ב x_0

הערה רציפות בנקודה לא גוררת גזירות בנקודה.

ד"ב: $f(x) = |x|$ אינה גזירה בנק' $x_0 = 0$

2. אריתמטיקה של נגזרות: יהיו $\lambda, g \in \mathbb{R}$, ו- f פונקציות גזירות בנק' $x_0 \in \mathbb{R}$. אזי הפונקציות הבאות גם הן גזירות ב x_0 :

(א) $f + g$ ונגזרת הסכום היא $(f + g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$

(ב) $f \cdot g$ ונגזרת המכפלה היא $(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g(x_0) + f(x_0) \cdot g'(x_0)$

(ג) λf ונגזרתה $(\lambda f)'(x_0) = \lambda f'(x_0)$

(ד) $f - g$ ונגזרת ההפרש $(f - g)'(x_0) = f'(x_0) - g'(x_0)$

(ה) $\frac{1}{g}$, אם $g(x_0) \neq 0$, ונגזרתה $-\frac{g'(x_0)}{(g(x_0))^2}$

(ו) $\frac{f}{g}$, אם $g(x_0) \neq 0$, ונגזרתה $\frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{(g(x_0))^2}$

3. כלל השרשרת: יהיו f פונקציה גזירה בנק' $x_0 \in \mathbb{R}$, g פונקציה גזירה בנק' $y_0 = f(x_0)$.

אזי $g \circ f$ גזירה ב x_0 ומקיימת $(g \circ f)'(x_0) = g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0)$

הערה הכלל תקף כאשר f גזירה חד צדדית ו g גזירה, אך לא כאשר שתיהן גזירות חד צדדית

4. יהיו $D, E \subseteq \mathbb{R}$, $f : D \rightarrow E$ פונקציה חח"ע ועל, $f^{-1} : E \rightarrow D$ ההופכית של f . אזי אם מתקיים:

(א) f גזירה ב D $x_0 \in D$

(ב) f^{-1} רציפה בנקודה $y_0 = f(x_0)$

(ג) $f'(x_0) \neq 0$

אזי f^{-1} גזירה בנקודה y_0 ומקיימת $(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(y_0))}$

5. טרנזיטיביות בגזירות לפונקציות זהות

יהיו f, g המוגדרות בסביבה מלאה U של \mathbb{R} , $x_0 \in \mathbb{R}$, כך ש $f(x) = g(x)$ $\forall x \in U$.

אם f גזירה ב x_0 , אזי g גזירה גם היא ומתקיים $f'(x_0) = g'(x_0)$