הקדמה לפולינומי טיילור: דיפרנציאביליות

82 בפברואר 5202

הגדרות

דיפרנציאביליות

יהיו $a \in D,\ D \subseteq \mathbb{R}$ נקודה פנימית של D. נאמר ש-f דיפרנציאבילית ב-a אם"ם $\exists m \in \mathbb{R}\ \lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)-(f(a)+m(x-a))}{x-a} = 0$

הערה

מהמשפט נובע ש-f דיפרנציאבילית ב-a אם"ם f גזירה ב-a.

משפטים

טענה אם f פונקציה רציפה ב$a \in \mathbb{R}$, אזי $\forall m \in \mathbb{R}\ \lim\limits_{x\to a} f(x) - (f(a) + m(x-a)) = 0$ מאש"ג.

מסקנה הכלי $\lim\limits_{x\to a} f(x) - g(x) = 0$ אינו מספיק מדוייק למדידת הקרבה בין f ו-g.

משפט תהי $f : D \to \mathbb{R}$, ותהא $a \in D$. f גזירה ב-a $\Leftrightarrow \exists m \in \mathbb{R}\ \lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)-(f(a)+m(x-a))}{x-a} = 0$. ואם m קיים, אזי הוא יחיד ומקיים $m = f'(a)$.

מסקנה הכלי $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)-g(x)}{x-a} = 0$ מדוייק יותר מאשר $\lim\limits_{x\to a} f(x) - g(x) = 0$.

הקו המנחה שלנו הוא שככל שנגדיל את סיבוכיות הגרף המשיק ל-f בנקודה a, כלומר נעלה את מעלות הפולינום המשיק, נקבל משיק מדוייק יותר לאורך סביבה מנוקבת גדולה יותר של a.