חלק ראשון

המסלול האקדמי המכללה למינהל
מדעי המחשב

ת.ז הסטודנט:____________________
מס' חדר:_________ מס' נבחן:_______

<u>בחינה בקורס:</u> אלגברה ליניארית 2
<u>קוד קורס:</u> 612101
<u>תאריך הבחינה:</u> 13/08/2023 <u>שעת הבחינה:</u> 14:00
<u>שנה"ל:</u> תשפ"ג <u>סמסטר:</u> ב' <u>מועד:</u> ב'
מרצים: ד"ר דבורה כהן גוזנסקי, מר משה פרלשטיין, גב' דניאלה קוזק
מתרגל: מר יוליאן טננהאוזר
משך הבחינה: 03:00 שעות
(חלק ראשון 01:30 שעות, חלק שני 01:30 שעות, 30 דקות הפסקה בין החלקים)

<u>הוראות לנבחן:</u>
- מספר השאלות בשאלון: 6
- יש להשיב על כל השאלות
- משקל כל שאלה: 9.09 נקודות
- הבחינה ללא חומר עזר
- שימוש במחשבון כיס: כן, רק בדגמים המאושרים fx-82MS, fx-82ES, fx-82ES plus
- מחברת טיוטה: כן. מחברת הטיוטה אינה חלק מהבחינה ואינה נסרקת
- אין לסמן על דף הקידוד ו/או שאלון הבחינה במַדְגֵּשׁ (מַרְקֶר) זוהר
- יש לסמן את התשובה <u>הנכונה ביותר</u> בדף הקידוד **<u>בעט שחור/כחול בלבד, באופן ברור ומודגש</u>**
- **רק דף הקידוד ייבדק**
- יש להחזיר את שאלון הבחינה, כולל נספחים (אם קיימים)

***** חשוב מאוד:**
בדף הקידוד יש לרשום ולקדד את מספר המבחן המופיע בראש הדף בצד ימין (מספר בן 3 ספרות)
יש לרשום את מספר תעודת הזהות במקום המיועד בכתב יד ברור (כולל ספרת הביקורת)

בהצלחה!

הנתונים הבאים מתייחסים לשלוש השאלות הבאות.

נתונה $T: M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ על ידי הנוסחה הבאה: $T(A) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} A - A \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & k \end{pmatrix}$

שאלה מספר 1:

נתון הבסיס הסטנדרטי ל-$M_2(\mathbb{R})$: $E = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$**. אזי:**

א. $[T]_E = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 1-k & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 3-k \end{pmatrix}$

ב. $[T]_E = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2-k & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 5 & 0 & 3-k \end{pmatrix}$

ג. $[T]_E = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & 1-k & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & -3 \\ k & 0 & 0 & 3-k \end{pmatrix}$

ד. $[T]_E = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & 0 \\ k & 1-2k & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 3-k \end{pmatrix}$

ה. $[T]_E = \begin{pmatrix} k & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 1-k & 0 & 2 \\ 0 & k & k & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 3-k \end{pmatrix}$

<u>שאלה מספר 2:</u>

לאילו ערכי k הטרנספורמציה T מהווה איזומורפיזם:

א. $k \neq 1,3$

ב. $k \neq 3$

ג. $k \neq 0,1$

ד. $k \neq 1$

ה. לכל k

<u>שאלה מספר 3:</u>

הציבו $k = 2$ וחשבו את $T^{-1}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

א. $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

ב. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

ג. $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

ד. $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

ה. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

שאלה מספר 4:

תהי $T: V \to W$ טרנספורמציה ליניארית, כאשר V, W מרחבים וקטורים נוצרים סופית מעל שדה F.

נתון שלכל $S \subseteq V$ בלתי תלויה ליניארית, הקבוצה $T(S)$ בלתי תלויה ליניארית ב-W.

אזי:

א. T אינה בהכרח איזומורפיזם אבל T בהכרח חד-חד ערכית.

ב. T בהכרח איזומורפיזם.

ג. T אינה בהכרח איזומורפיזם אבל T בהכרח על.

ד. T אינה בהכרח על ואינה בהכרח חד-חד-ערכית.

ה. לא קיימת T שמקיימת את התנאים בנתון.

שאלה מספר 5:

תהי $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ טרנספורמציה לינארית. יהיו B, C בסיסים סדורים של $\mathbb{R}^3$:

$$\boldsymbol{B = \{(1,-1,1),(1,0,1),(0,1,1)\}}$$

$$\boldsymbol{C = \{(2,-1,2),(1,1,2),(1,0,2)\}}$$

כמו כן נתון כי המטריצה המייצגת את T לפי הבסיסים הנתונים היא:

$$\boldsymbol{[T]_C^B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}}$$

מהי הטענה הנכונה?

א. $Ker(T) = sp\{(1,0,0)\}, Im(T) = sp\{(3,1,6),(4,0,6)\}$

ב. $Ker(T) = sp\{(0,1,0)\}, Im(T) = sp\{(3,1,6),(4,0,6)\}$

ג. $Ker(T) = sp\{(1,0,0)\}, Im(T) = sp\{(3,1,6),(1,0,2)\}$

ד. $Ker(T) = sp\{(0,0,1)\}, Im(T) = sp\{(2,1,6),(1,-1,6)\}$

ה. $Ker(T) = \{0\}, Im(T) = \mathbb{R}^3$

שאלה מספר 6:

יהיו V,W מרחבים וקטורים מעל שדה F. תהא $T:V\to W$ טרנספורמציה לינארית. לכל תת מרחב U של V נסמן $T(U)=\{T(\underline{u})|\underline{u}\in U\}$.

יהיו U_1,U_2 תתי מרחבים של V. אז בהכרח מתקיים:

א. $T(U_1+U_2)=T(U_1)+T(U_2)$

ב. $T(U_1\cap U_2)=T(U_1)\cap T(U_2)$

ג. אם $T(U_1)\subseteq T(U_2)$ אז $U_1\subseteq U_2$

ד. אם $T(U_1)=Im\ T$ אז $Ker\ T\subseteq U_1$

ה. אם $T(U_1)=Im\ T$ אז $Ker\ T\supseteq U_1$

--- סוף המבחן ---