**Assignment 1**

**1.a.**

||A||1=max {(1+2+5+5),(2+4+4+0),(3+4+1+3),(4+8+5+7)}=24

=> ||X||1=1

Ax=\*= => ||Ax||1=4+8+5+7=24

* 1

הסבר אינטואיטיבי: AX מבודד את וקטור העמודה הגדול ביותר בA והנורמה שלו היא 1.

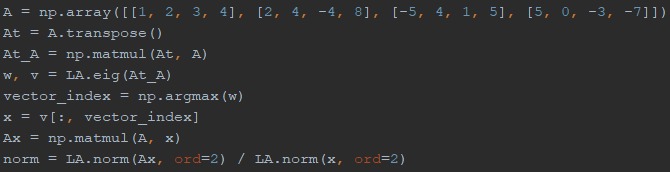
=> ||X||∞=1

Ax=\*= => ||Ax||∞=18

* ∞

הסבר אינטואיטיבי: סכום השורה הכי גדולה בA היא השורה ה-2. לכן AX מותאם לחישוב סכום שורה זו בערך מוחלט, והנורמה שלו היא 1.

**1. b.**





**2.a1**

E(c)=Minc {(

=> =>

=>

**2.a2**

Minc {Minc {

<=

=>

הסבר:

אם x3 קרוב יותר ל- c אז המרחק המקסימלי הוא בין x1 ל-c.

אם x1 קרוב יותר ל- cאז המרחק המקסימלי הוא בין x3 ל-c.

לכן נקטין את המרחק המקסימלי כאשר נבחר את C להיות הממוצע של שניהם. זהו המרחק המינימלי שיכול להיות .

**2. a3**

Minc {

=

=>

הסבר:

נרצה להקטין את סך המרחקים לc.

המרחק המינימלי יהיה כאשר c נמצאת בטווח שבין הוא בין x1- x3.

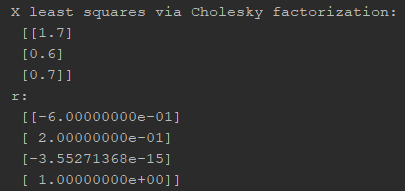
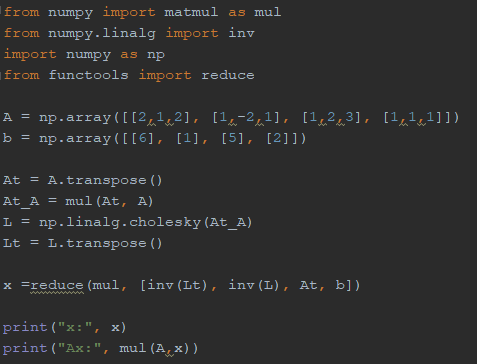
**2. b.**

b

=

נבחין כי הפיכה לכן ניתן להשתמש במשוואה הנורמלית:

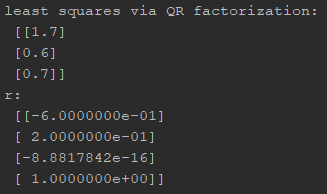
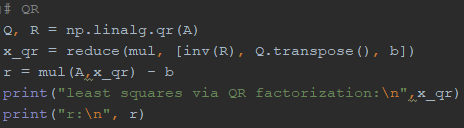
**=**



**2. c.**

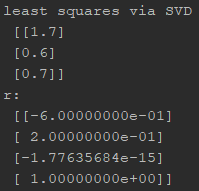
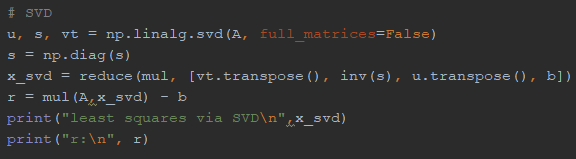
,

= (עמוד 81 בספר)

****

SVD :

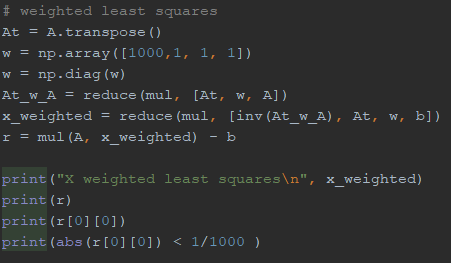
(עמוד 87)

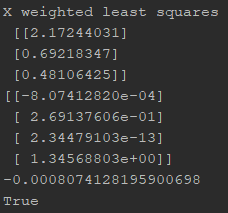


**2. d.**

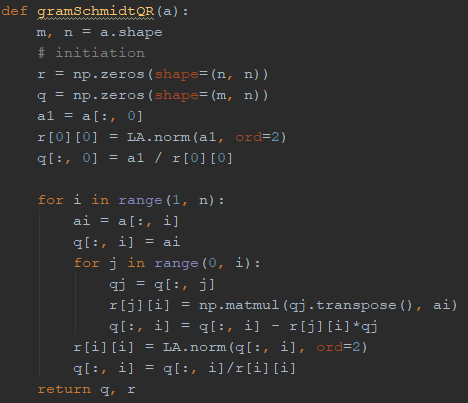
, W

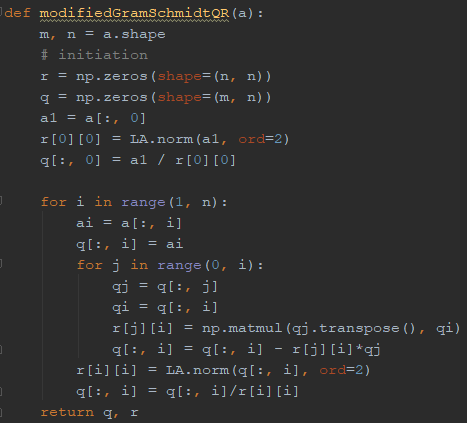
(עמוד 73)





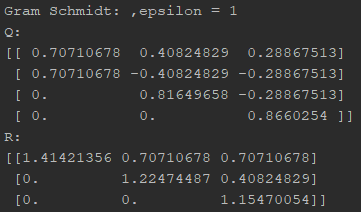
**3. a.**



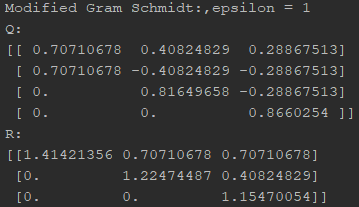


**3. b.**

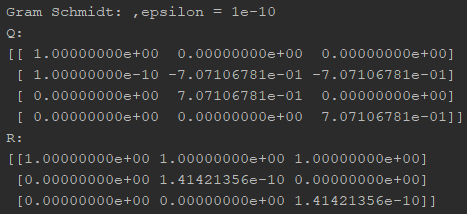
Gram Schmidt, epsilon = 1



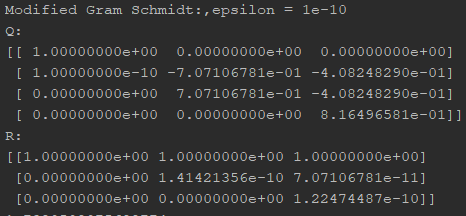
Modified Gram Schmidt, epsilon = 1



Gram Schmidt, epsilon = 1e-10



Modified Gram Schmidt, epsilon = 1e-10



**3. c.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Gram Schmidt | Modified Gram Schmidt |
|  | 1.7320508075688774 | 1.7320508075688772 |
|  | 1.870828693386971 | 1.7320508075688776 |

פירוק QR למטריצת A יוצר את Q כך שהיא orthogonal matrix (),  
המשמעות של  *זהו המרחק בין התוצר של ממטריצת היחידה.*

ניתן לראות כי באלגוריתם Modified Gram Schmidt ערכי נורמת frobenius עבור נמוכים יותר יחסית לאלגוריתם Gram Schmidt.  
ולכן ניתן לראות כי אכן Modified Gram Schmidt הוא אלגוריתם מדיוק יותר יחסית ל Gram Schmidt.

**4.**

V=

 **4. b.**

=

**4. c.**

b=

=

**4. d.**

,

E(x)=||Ax-b||2 +||x||2 = ||2=

=min{

=> =>

,

=> Ax=

xTATAx=(Ax)T(Ax)=

=

=>

**4. e.**

=

**4. e.**

ניתן לראות כי בתמונה שבה השתמשו במינימום ריבועים הלא מנורמל-יצא פלט ללא שינוי/לא ברור,   
בעוד שבתמונה שבה השתמשו במינימום ריבועים מנורמל התמונה התמקדה/לא השתנתה.  
  
הסיבה לכך היא שאם קיימים ב-A ערכים סינגולריים קטנים-בשיטה הראשונה הם יהיו בעלי השפעה רבה על הרעש, ובשיטה השנייה כמעט ולא ישפיעו.

במינימום ריבועים לא מנורמל נקבל את הפלט:   
נבחין כי הערכים הסינגולריים הקטנים של A משפיעים מאד על טישטוש התמונה באופן הבא

ככל שיש יותר ערכים סינגולריים קטנים כך נקבל תמונה רועשת ומטושטת יותר.

במינימום ריבועים המנורמל נקבל את הפלט:

ובהנחה כי

זאת אומרת שהערכים הסינגולריים הקטנים כמעט ולא משפיעים על הרעש בתמונה.

הערכים הסינגולריים הגדולים נשארו פחות או יותר בעלי אותה השפעה.

בשיטה זו נקבל את התמונה בצורה הרבה יותר ברורה.

**5. a.**

על מנת למצוא את מטריצה A עלינו למצוא פתרונות ל-4 נעלמים - fx,fy,y0,x0.

לשם כך המספר המינימלי של משוואות שעלינו למצוא הוא - 4.

משום שמכל סט i של וקטורים ניתן להרכיב 2 משוואות, המס המינימלי של סטים שאנו צריכים כדי למצוא פתרון לבעיה הוא 2. כן ניתן יהיה להגדיר:

ישנן 4 משוואות לינאריות ב"ת ו-4 נעלמים, זאת אומרת שקיים פתרון יחיד למערכת המשוואות.

**5. b.**

בהנחה שישנם n>2 סטים של זוגות וקטורים- ישנם אינסוף פתרונות.   
נחפש את הפתרון הטוב ביותר על ידי פתרון באמצעות מינימום ריבועים.

נגדיר:

def A=defx def =

E(fx,x0,fy,y0)=Min ||Ax-b||22 =

1. =

+ x0\* =

2. =

+ x0\* =

3. =

+ y0\* =

4. =

+ y0\* =

נקבל 4 משואות לינאריות עם 4 נעלמים:

=

נפתור את מערכת המשוואות ונקבל את וקטור הפתרון.