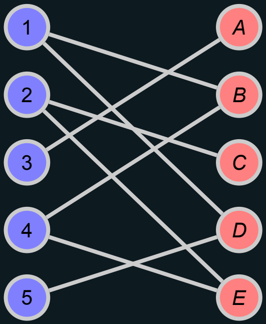
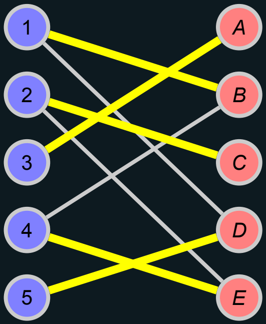


יסודות האלגוריתמים והסיבוכיות

תרגול 09 - בעיית השידוך המקסימלי



יסודות האלגוריתמים והסיבוכיות

תרגול 09 - בעיית השידוך המקסימלי

בעיית השידוך המקסימלי

שידוך: אוסף של קשתות שלא מכילות אף צומת משותף. השידוך M נקרא מושלם אם כל קודקודי הגרף משתתפים בשידוך.

בעיית השידוך המקסימלי

שידוך: אוסף של קשתות שלא מכילות אף צומת משותף. השידוך M נקרא מושלם אם כל קודקודי הגרף משתתפים בשידוך.

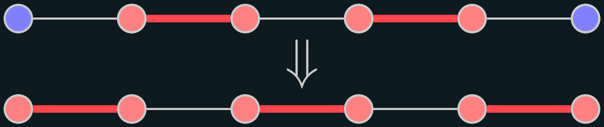
שידוך מקסימלי: שידוך M הוא מקסימלי אם ורק אם, לא קיים בגרף שידוך N כך ש $|M| < |N|$.

בעיית השידוך המקסימלי

שידוך: אוסף של קשתות שלא מכילות אף צומת משותף. השידוך M נקרא מושלם אם כל קודקודי הגרף משתתפים בשידוך.

שידוך מקסימלי: שידוך M הוא מקסימלי אם ורק אם, לא קיים בגרף שידוך N כך ש $|M| < |N|$.

מסלול שיפור ביחס ל- M : מסלול פשוט בעל מספר קשתות אי-זוגי בין שני צמתים לא משודכים ב- M כך שכל קשת במיקום זוגי במסלול שייכת ל- M .

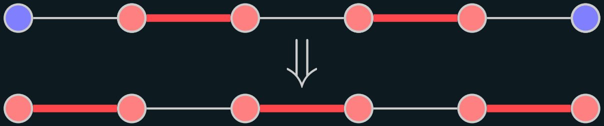


בעיית השידוך המקסימלי

שידוך: אוסף של קשתות שלא מכילות אף צומת משותף. השידוך M נקרא מושלם אם כל קודקודי הגרף משתתפים בשידוך.

שידוך מקסימלי: שידוך M הוא מקסימלי אם ורק אם, לא קיים בגרף שידוך N כך ש $|M| < |N|$.

מסלול שיפור ביחס ל- M : מסלול פשוט בעל מספר קשתות אי-זוגי בין שני צמתים לא משודכים ב- M כך שכל קשת במיקום זוגי במסלול שייכת ל- M .



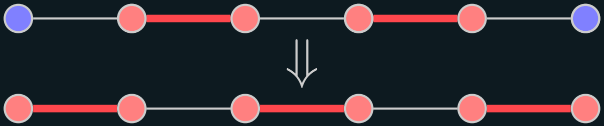
הלמה של ברז': M הוא שידוך מקסימלי אם ורק אם, בגרף אין אף מסלול שיפור ביחס ל- M.

בעיית השידוך המקסימלי

שידוך: אוסף של קשתות שלא מכילות אף צומת משותף. השידוך M נקרא מושלם אם כל קודקודי הגרף משתתפים בשידוך.

שידוך מקסימלי: שידוך M הוא מקסימלי אם ורק אם, לא קיים בגרף שידוך N כך ש $|M| < |N|$.

מסלול שיפור ביחס ל- M : מסלול פשוט בעל מספר קשתות אי-זוגי בין שני צמתים לא משודכים ב- M כך שכל קשת במיקום זוגי במסלול שייכת ל- M .



הלמה של ברז': M הוא שידוך מקסימלי אם ורק אם, בגרף אין אף מסלול שיפור ביחס ל- M.

גרף דו-צדדי: גרף בו כל צמתי הגרף מחולקים לשתי קבוצות זרות כך שאין קשת בגרף המחברת שני צמתים מאותה הקבוצה.

תרגיל 1

באפליקציית הכרויות נסיונית חדשה מבצעים התאמה בין גברים לנשים. לצורך ניסוי האפליקציה בחרו 6 נשים ו-6 גברים ובדקו את ההתאמה הזוגית בינהם ע"י מספר קריטריונים שונים.

להלן התוצאות: (נשים =אותיות, גברים = מספרים)

	1	2	3	4	5	6
A					X	
B	X			X		
C	X	X		X		
D					X	
E			X		X	X
F				X		

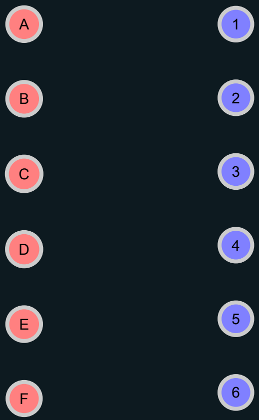
(א) הסבירו מדוע אין אפשרות להגיע לשידוך מושלם.

(ב) שרטטו את נתוני הטבלה בגרף.

(ג) מצאו שידוך מקסימלי.

תרגיל 1

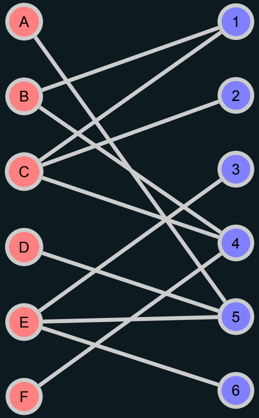
6	5	4	3	2	1	
	X					A
		X			X	B
		X		X	X	C
	X					D
X	X		X			E
		X				F



אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
جامعة بن غوريون في النقب
Ben-Gurion University of the Negev

תרגיל 1

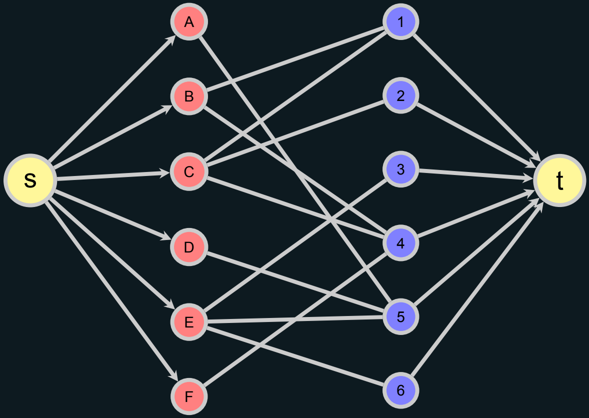
6	5	4	3	2	1	
	X					A
		X			X	B
		X		X	X	C
	X					D
X	X		X			E
		X				F



תרגיל 1

BipartiteMatching($G = (A \cup B, E)$)

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from
a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = MΔP
```

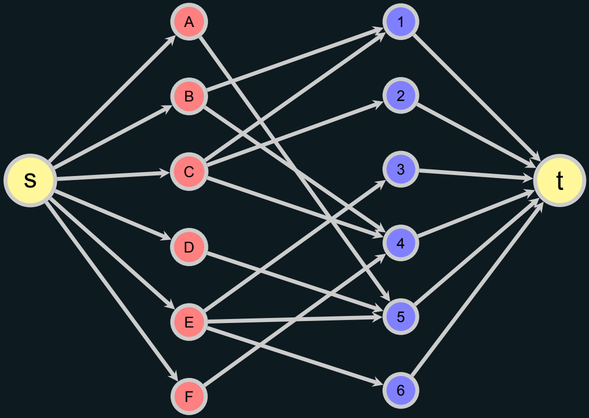


$$M = \{\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching$(G = (A \cup B, E))$

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = M∆P
```

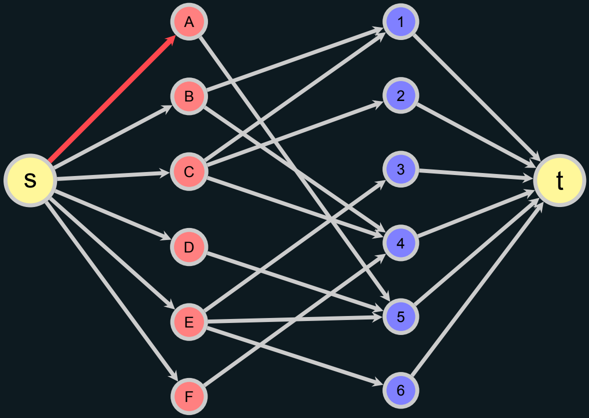


$$M = \{\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching$(G = (A \cup B, E))$

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = M∆P
```

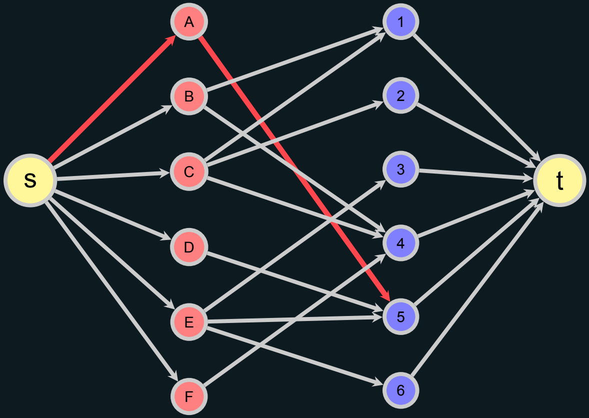


$$M = \{\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching$(G = (A \cup B, E))$

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = MΔP
```

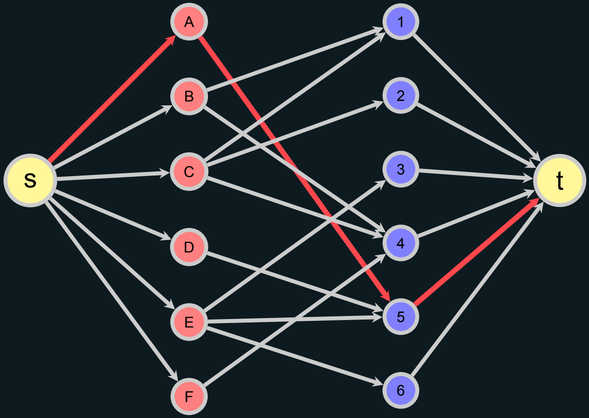


$$M = \{\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching($G = (A \cup B, E)$)

1: $M = \varnothing$
2: **while** True **do**
3: Construct $H(M)$
4: Compute path P in $H(M)$ from $a \in A \setminus V(M)$ to $b \in B \setminus V(M)$.
5: **if** $P = \varnothing$ **then**
6: **return** M
7: $M = M \Delta P$



$P = \{ \{A, 5\} \}$

$P \cap M = \{\}$

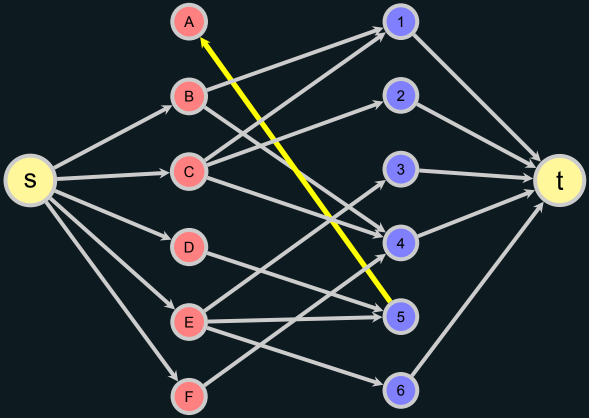
$P \Delta M = P \cup M \setminus (P \cap M)$

$$M = \{\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching($G = (A \cup B, E)$)

1: $M = \varnothing$
2: **while** True **do**
3: Construct $H(M)$
4: Compute path P in $H(M)$ from $a \in A \setminus V(M)$ to $b \in B \setminus V(M)$.
5: **if** $P = \varnothing$ **then**
6: **return** M
7: $M = M \Delta P$

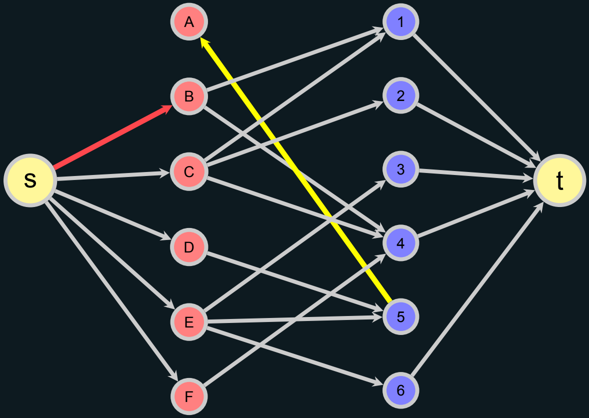


$$M = \{\{A, 5\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching($G = (A \cup B, E)$)

$M = \varnothing$
while True **do**
  Construct $H(M)$
  Compute path P in $H(M)$ from $a \in A \setminus V(M)$ to $b \in B \setminus V(M)$.
  if $P = \varnothing$ **then**
    return M
  $M = M \Delta P$

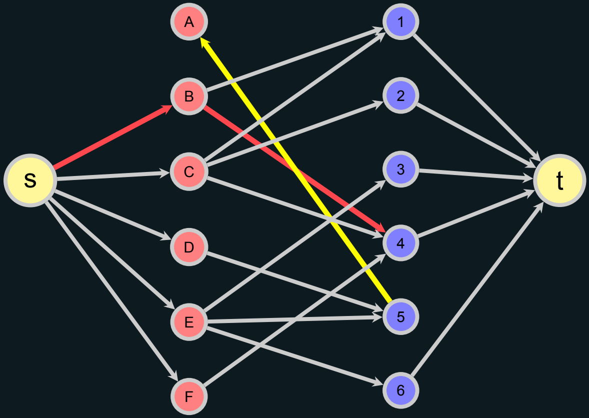


$$M = \{\{A, 5\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching($G = (A \cup B, E)$)

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = MΔP
```

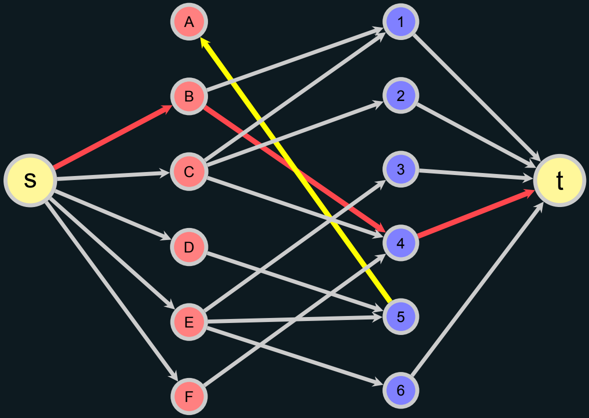


$$M = \{\{A, 5\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching($G = (A \cup B, E)$)

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = MΔP
```



$P = \{ \{B, 4\} \}$

$P \cap M = \{\}$

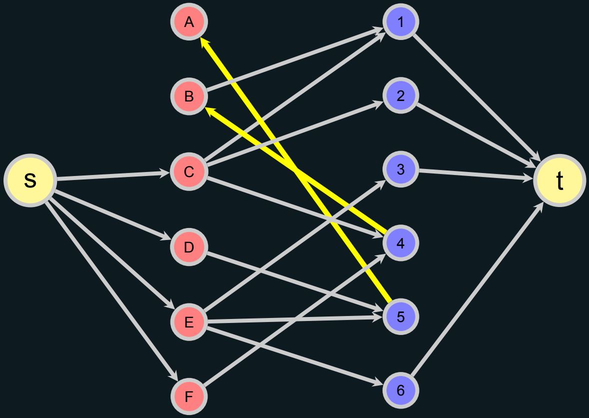
$P \Delta M = P \cup M \setminus (P \cap M)$

$$M = \{\{A, 5\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching$(G = (A \cup B, E))$

$M = \varnothing$
while True **do**
    Construct $H(M)$
    Compute path P in $H(M)$ from $a \in A \setminus V(M)$ to $b \in B \setminus V(M)$.
    if $P = \varnothing$ **then**
        return M
    $M = M \Delta P$

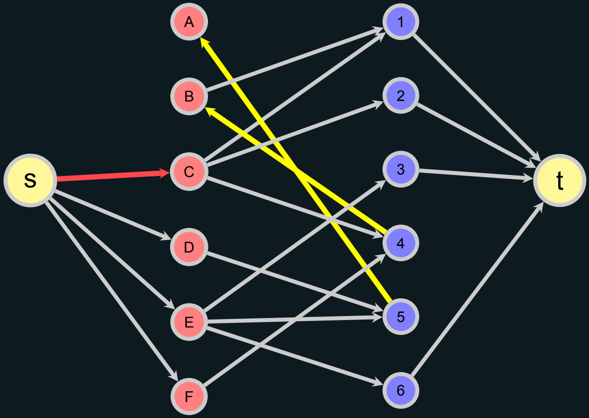


$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching$(G = (A \cup B, E))$

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = MΔP
```

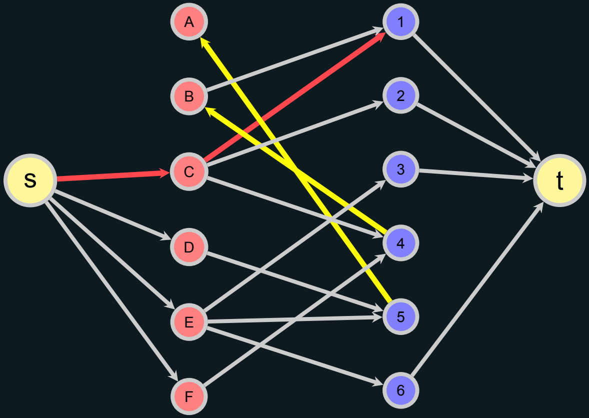


$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching($G = (A \cup B, E)$)

$M = \varnothing$
while True **do**
    Construct $H(M)$
    Compute path P in $H(M)$ from $a \in A \setminus V(M)$ to $b \in B \setminus V(M)$.
    if $P = \varnothing$ **then**
        return M
    $M = M \Delta P$

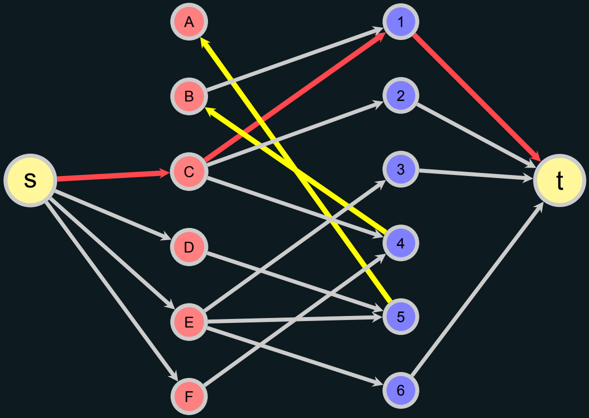


$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching($G = (A \cup B, E)$)

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = M∆P
```



$P = \{ \{C, 1\} \}$

$P \cap M = \{\}$

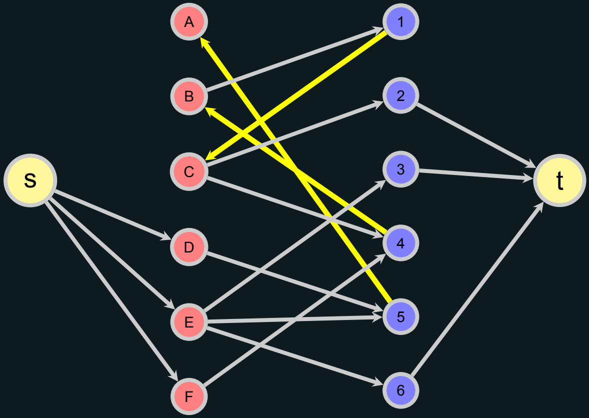
$P \Delta M = P \cup M \setminus (P \cap M)$

$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching$(G = (A \cup B, E))$

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from
a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = MΔP
```

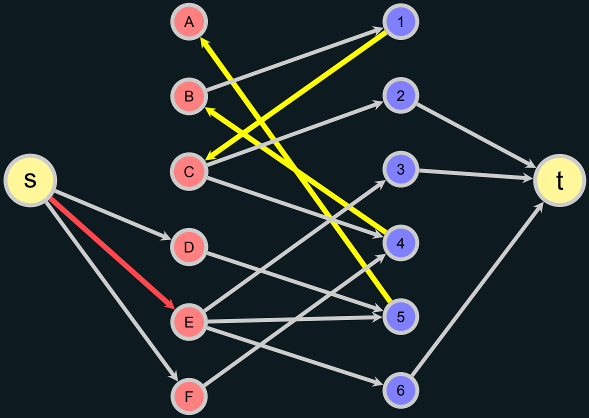


$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}, \{C, 1\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching($G = (A \cup B, E)$)

$M = \varnothing$
while True **do**
  Construct $H(M)$
  Compute path P in $H(M)$ from $a \in A \setminus V(M)$ to $b \in B \setminus V(M)$.
  if $P = \varnothing$ **then**
    return M
  $M = M \Delta P$

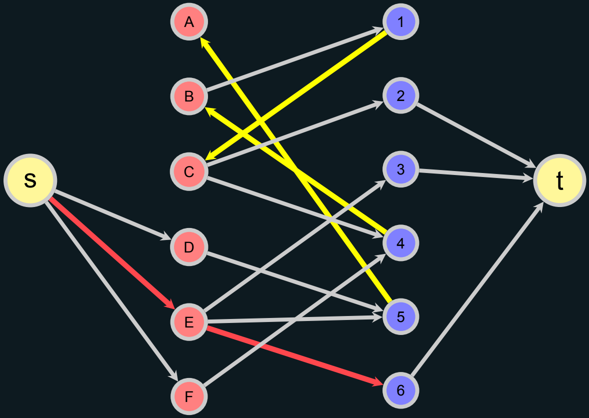


$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}, \{C, 1\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching$(G = (A \cup B, E))$

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = M Δ P
```

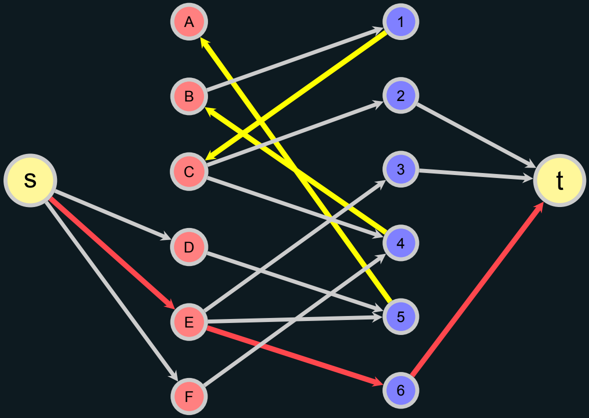


$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}, \{C, 1\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching$(G = (A \cup B, E))$

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = MΔP
```



$P = \{ \{E, 6\} \}$

$P \cap M = \{\}$

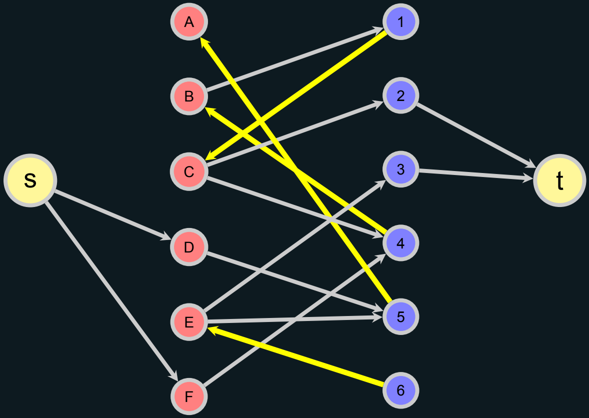
$P \Delta M = P \cup M \setminus (P \cap M)$

$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}, \{C, 1\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching($G = (A \cup B, E)$)

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = M∆P
```

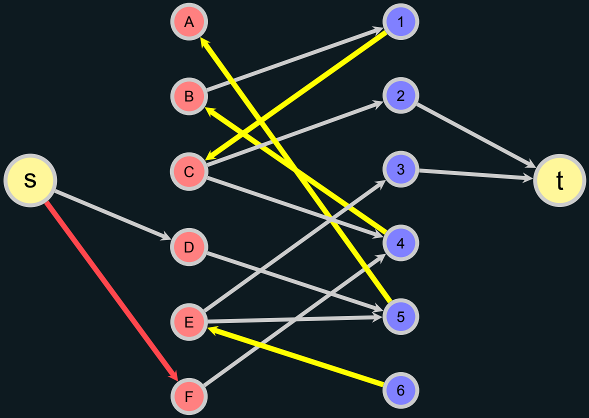


$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}, \{C, 1\}, \{E, 6\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching($G = (A \cup B, E)$)

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = M∆P
```

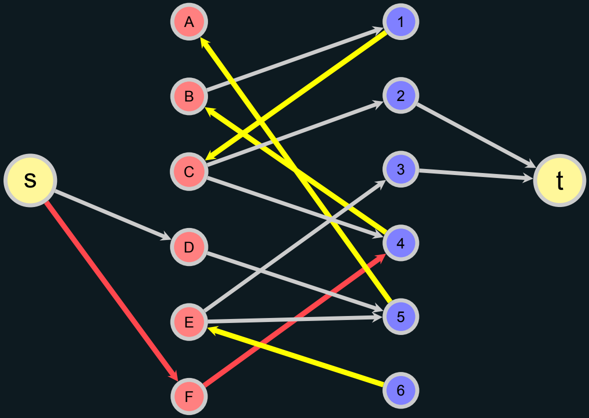


$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}, \{C, 1\}, \{E, 6\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching$(G = (A \cup B, E))$

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = M△P
```

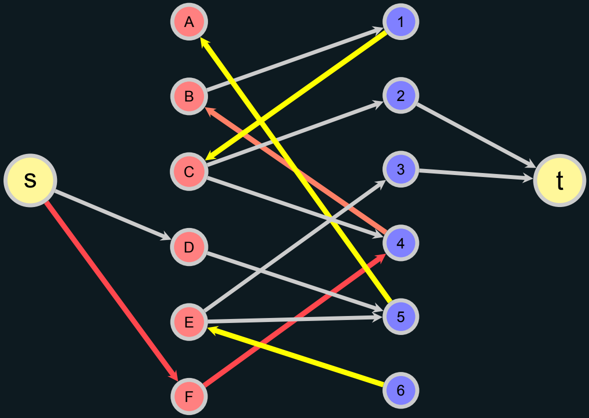


$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}, \{C, 1\}, \{E, 6\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching($G = (A \cup B, E)$)

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = M∆P
```

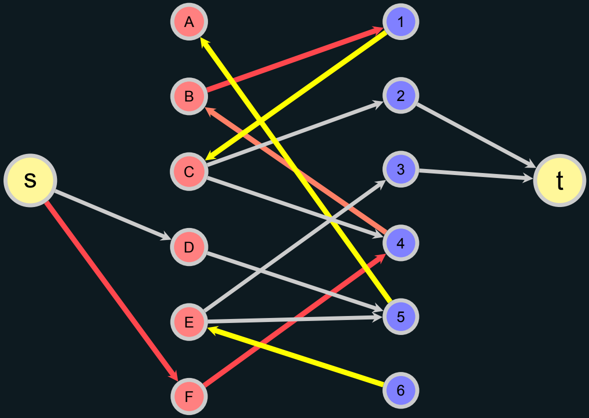


$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}, \{C, 1\}, \{E, 6\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching$(G = (A \cup B, E))$

$M = \varnothing$
while True **do**
    Construct $H(M)$
    Compute path P in $H(M)$ from $a \in A \setminus V(M)$ to $b \in B \setminus V(M)$.
    if $P = \varnothing$ **then**
        return M
    $M = M \Delta P$

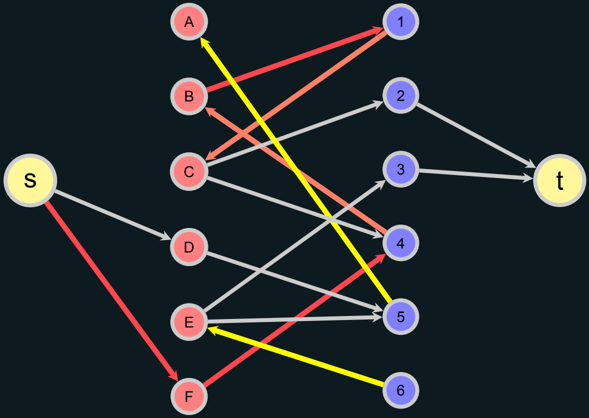


$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}, \{C, 1\}, \{E, 6\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching($G = (A \cup B, E)$)

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from
a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = MΔP
```

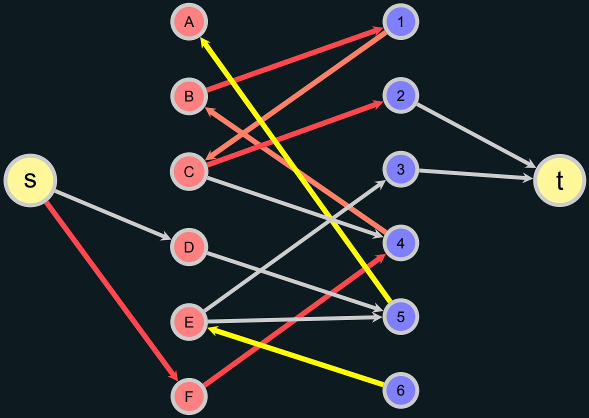


$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}, \{C, 1\}, \{E, 6\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching$(G = (A \cup B, E))$

$M = \emptyset$
while True **do**
    Construct $H(M)$
    Compute path P in $H(M)$ from $a \in A \setminus V(M)$ to $b \in B \setminus V(M)$.
    if $P = \emptyset$ **then**
        return M
    $M = M \Delta P$

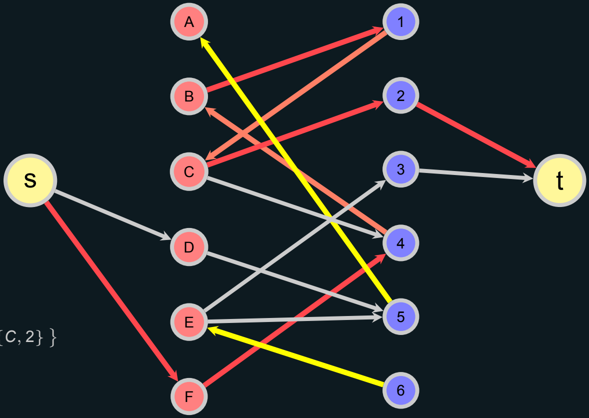


$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 4\}, \{C, 1\}, \{E, 6\}\}$$

תרגיל 1

BipartiteMatching($G = (A \cup B, E)$)

```
M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = MΔP
```



$$P = \{\{F,4\},\{B,4\},\{B,1\},\{C,1\},\{C,2\}\}$$

$$P \cap M = \{\{B,4\},\{C,1\}\}$$

$$P \Delta M = P \cup M \setminus (P \cap M)$$

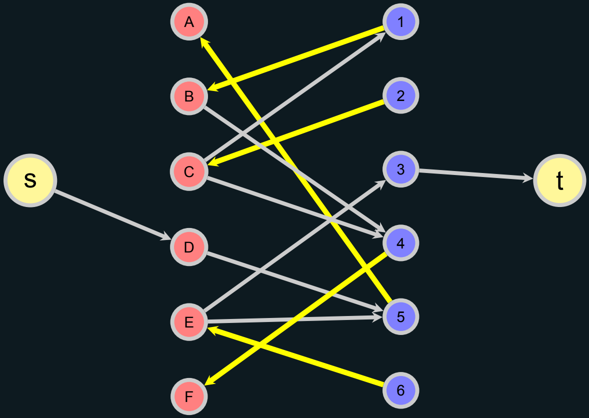
$$M = \{\{A,5\},\{B,4\},\{C,1\},\{E,6\}\}$$

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
جامعة بن غوريون في النقب
Ben-Gurion University of the Negev

תרגיל 1

```
BipartiteMatching(G = (A ∪ B, E))

M = ∅
while True do
    Construct H(M)
    Compute path P in H(M) from
a ∈ A \ V(M) to b ∈ B \ V(M).
    if P = ∅ then
        return M
    M = MΔP
```



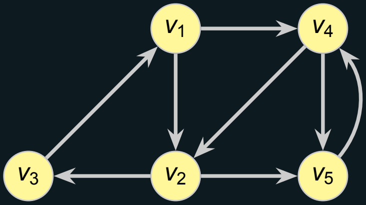
$$M = \{\{A, 5\}, \{B, 1\}, \{C, 2\}, \{E, 6\}, \{F, 4\}\}$$

תרגיל 2

נתון גרף (לא בהכרח דו-צדדי) מכוון $G = (V, E)$ עם n צמתים. תארו אלגוריתם המוצא קבוצת קשתות $E' \subseteq E$ כך שלכל צומת i קיימת קשת אחת ב- E' מסוג (j, i) (קשת נכנסת ל- i) וקשת אחת מסוג (i, j) (קשת יוצאת מ- i). אם אין קבוצת קשתות E' כנ"ל על האלגוריתם לדווח זאת.

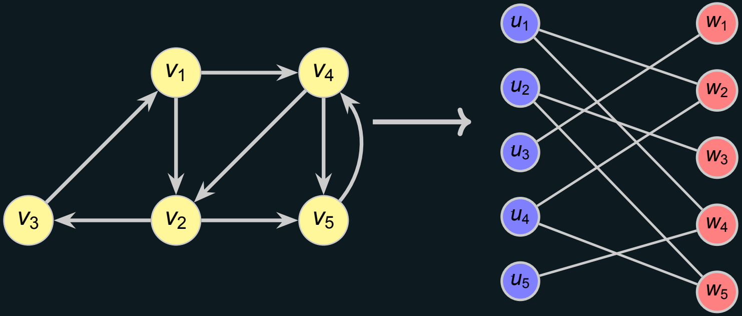
תרגיל 2

נתון גרף (לא בהכרח דו-צדדי) מכוון $G=(V,E)$ עם n צמתים. תארו אלגוריתם המוצא קבוצת קשתות $E' \subseteq E$ כך שלכל צומת i קיימת קשת אחת ב- E' מסוג (j,i) (קשת נכנסת ל- i) וקשת אחת מסוג (i,j) (קשת יוצאת מ- i). אם אין קבוצת קשתות E' כנ"ל על האלגוריתם לדווח זאת.



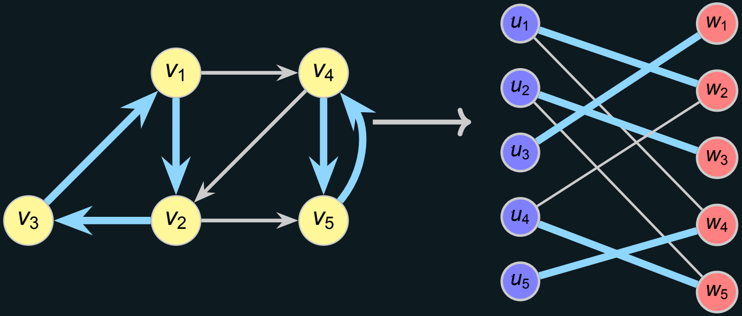
תרגיל 2

נתון גרף (לא בהכרח דו-צדדי) מכוון $G = (V, E)$ עם n צמתים. תארו אלגוריתם המוצא קבוצת קשתות $E' \subseteq E$ כך שלכל צומת i קיימת קשת אחת ב- E' מסוג (j, i) (קשת נכנסת ל- i) וקשת אחת מסוג (i, j) (קשת יוצאת מ- i). אם אין קבוצת קשתות E' כנ"ל על האלגוריתם לדווח זאת.



תרגיל 2

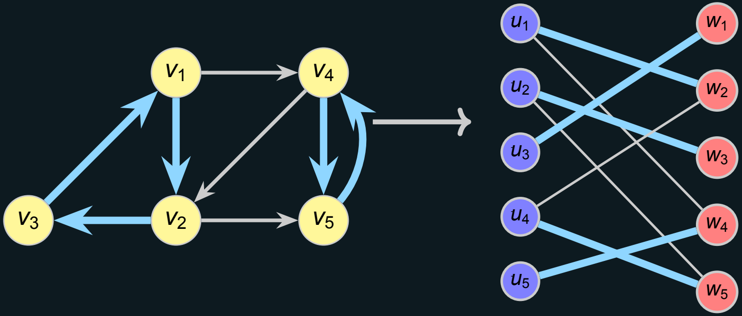
נתון גרף (לא בהכרח דו-צדדי) מכוון $G = (V, E)$ עם n צמתים. תארו אלגוריתם המוצא קבוצת קשתות $E' \subseteq E$ כך שלכל צומת i קיימת קשת אחת ב- E' מסוג (j, i) (קשת נכנסת ל- i) וקשת אחת מסוג (i, j) (קשת יוצאת מ- i). אם אין קבוצת קשתות E' כנ"ל על האלגוריתם לדווח זאת.



- נבנה גרף דו-צדדי $G^* = (U \cup W, E^*)$ כש $U = W = V$ והצומת v_i משוייכת לw_i ול u_i.
- עבור כל קשת $(v_i, v_j) \in E$ ניצור קשת $(u_i, w_j) \in E^*$.
- אם קיים בG^* שידוך מושלם קיימת ב G קבוצת קשתות E' כדרוש.
- נשתמש באלגוריתם למציאת שידוך מקסימלי בגרף דו צדדי ונוודא אם השידוך המקסימלי הוא מושלם. סיבוכיות האלגוריתם $\mathcal{O}(nm + n^2)$

תרגיל 2

נתון גרף (לא בהכרח דו-צדדי) מכוון $G = (V, E)$ עם n צמתים. תארו אלגוריתם המוצא קבוצת קשתות $E' \subseteq E$ כך שלכל צומת i קיימת קשת אחת ב- E' מסוג (j, i) (קשת נכנסת ל- i) וקשת אחת מסוג (i, j) (קשת יוצאת מ- i). אם אין קבוצת קשתות E' כנ"ל על האלגוריתם לדווח זאת.



הוכחת נכונות:

- נשים לב שכל קשת היוצאת מ v_i בG מתאימה לקשת היוצאת מ u_i ב G^*.
- על כן, זוג קשתות ב G, אחת הנכנסת ל v_i ואחת היוצאת מ v_i מתאימות לזוג קשתות זרות בG.
- לכן קבוצת קשתות E' כמתבקש בשאלה מתאימה לשידוך מושלם ב G^*.

תרגיל 3

נתונים שני שידוכים M ו-N בגרף $G = (V, E)$.

(א) אילו רכיבי קשירות אפשריים קיימים בגרף $G' = (V, M \cup N)$? הוכיחו.

(ב) נניח כי $|M| > |N|$, הוכיחו כי קיים ב G' מסלול שיפור ביחס ל M.

תרגיל 3

נתונים שני שידוכים M ו-N בגרף $G = (V, E)$.

(א) אילו רכיבי קשירות אפשריים קיימים בגרף $G' = (V, M \cup N)$? הוכיחו.
(ב) נניח כי $|M| > |N|$, הוכיחו כי קיים ב G' מסלול שיפור ביחס ל M.

(א) הדרגה המקסימלית בגרף G' היא 2 משום שכל צומת ב-G' משודך לכל היותר ב M וב N. יהי $P = [\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \ldots \{v_{k-1}, v_k\}]$ מסלול מקסימלי בגרף G', כלומר לא קיים מסלול P' המכיל את P. מאחר והדרגה המקסימלית של כל צומת היא 2, נסיק שלצומת v_i אין שכנים לבד מ v_{i+1} ו v_{i-1} עבור כל $1 < i < k$. אנו יודעים שצמתים v_1 ו v_k שכנים של v_2 ו v_{k-1} בהתאמה, לכן לשניהם יכול להיות עוד שכן אחד שאינו אחד מהצמתים האמצעיים. משום ש P מקסימלי v_1 אינו שכן של אף צומת מחוץ למסלול, כלומר השכן הנוסף שלו יכול להיות רק v_k. כלומר הצמתים של P מהווים רכיב קשירות שיכול להיות או מסלול פשוט או מעגל במידה והקשת $\{v_1, v_k\}$ קיימת בגרף.
כעת נשאר להראות שאם k אי-זוגי אזי הצמתים של P אינם מעגל. נגיד, בלי אובדן הכלליות, שצומת v_1 משודך לv_2 בM. כלומר צומת v_2 חייב להיות משודך ל v_3 ב N, אחרת נקבל סתירה להגדרתם כשידוכים. מכאן ש $\{v_i, v_{i+1}\}$ משודך ב M אם ורק אם i אי-זוגי. כלומר אם k זוגי הוא משודך ב N ל v_{k-1}. נניח שקיימת קשת $\{v_1, v_k\}$ בגרף אז k חייב להיות זוגי אחרת צומת אחת תופיע פעמיים באחד השידוכים.

תרגיל 3

נתונים שני שידוכים M ו-N בגרף $G = (V, E)$.

(א) אילו רכיבי קשירות אפשריים קיימים בגרף $G' = (V, M \cup N)$? הוכיחו.

(ב) נניח כי $|M| > |N|$, הוכיחו כי קיים ב G' מסלול שיפור ביחס ל M.

תרגיל 3

נתונים שני שידוכים M ו-N בגרף $G = (V, E)$.

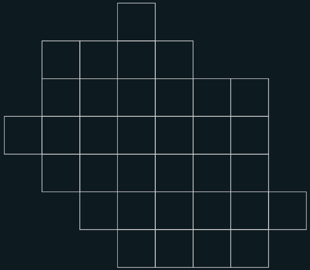
(א) אילו רכיבי קשירות אפשריים קיימים בגרף $G' = (V, M \cup N)$? הוכיחו.

(ב) נניח כי $|M| > |N|$, הוכיחו כי קיים ב G' מסלול שיפור ביחס ל M.

(ב) נתבונן ברכיבי הקשירות של G', בכל רכיבי הקשירות מסוג צומת בודד מספר הקשתות של M שווה למספר הקשתות של N משום שלשניהם 0 קשתות ברכיב. גם ברכיבי קשירות מסוג מעגל מספר הקשתות לכל שידוך שווה, משום שמעגל ב G' חייב להיות באורך זוגי.
משום ש $|M| > |N|$ חייב להיות קיים לפחות רכיב קשירות אחד ב G' בו מספר הקשתות של N גדול ממספר הקשתות של M. ראינו שרכיב קשירות זה אינו צומת בודד או מעגל באורך זוגי, מכאן שהוא חייב להיות מסלול פשוט. ראינו שלא יכולות להיות שתי קשתות עוקבות באותו שידוך, לכן כל הקשתות במיקום הזוגי חייבות להיות שייכות לשידוך אחד ושאר הקשתות לשידוך השני. מספר הקשתות במסלול חייב להיות אי-זוגי אחרת ברכיב קשירות זה מספר הקשתות שווה.

תרגיל 4

נגדיר *שטח משובץ* כקבוצה רצופה של משבצות, כל משבצת חולקת צלע עם לפחות משבצת אחת.
נגדיר שלשטח משובץ יש *ריצוף דומינו* אם ורק אם ניתן לרצף אותו במלבנים בגודל שתי משבצות כך שכל השטח מכוסה ואין שני מלבנים חופפים.

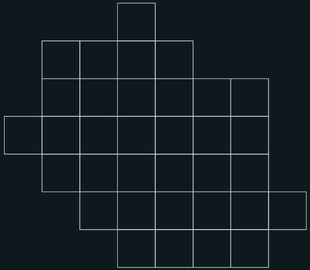


(א) תנו אלגוריתם המוצא ריצוף דומינו בהינתן שטח משובץ.

(ב) מצאו ריצוף דומינו לשטח המשובץ הנתון או נמקו אם אחד כזה לא קיים.

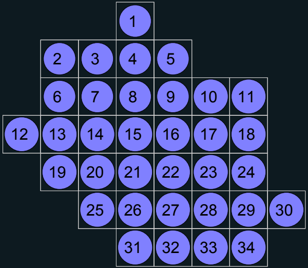
תרגיל 4

נגדיר *שטח משובץ* כקבוצה רצופה של משבצות, כל משבצת חולקת צלע עם לפחות משבצת אחת.
נגדיר שלשטח משובץ יש *ריצוף דומינו* אם ורק אם ניתן לרצף אותו במלבנים בגודל שתי משבצות כך שכל השטח מכוסה ואין שני מלבנים חופפים.



תרגיל 4

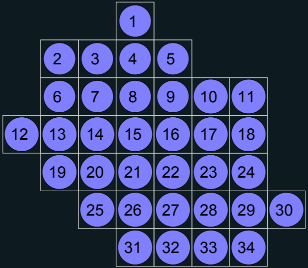
נגדיר *שטח משובץ* כקבוצה רצופה של משבצות, כל משבצת חולקת צלע עם לפחות משבצת אחת.
נגדיר שלשטח משובץ יש *ריצוף דומינו* אם ורק אם ניתן לרצף אותו במלבנים בגודל שתי משבצות כך שכל השטח מכוסה ואין שני מלבנים חופפים.



(א) ניצור צומת עבור כל משבצת בשטח, נחבר את הצמתים של כל זוג משבצות סמוכות בקשת.

תרגיל 4

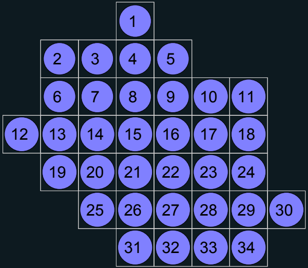
נגדיר *שטח משובץ* כקבוצה רצופה של משבצות, כל משבצת חולקת צלע עם לפחות משבצת אחת.
נגדיר שלשטח משובץ יש *ריצוף דומינו* אם ורק אם ניתן לרצף אותו במלבנים בגודל שתי משבצות כך שכל השטח מכוסה ואין שני מלבנים חופפים.



(א) ניצור צומת עבור כל משבצת בשטח, נחבר את הצמתים של כל זוג משבצות סמוכות בקשת. קיבלנו גרף דו צדדי, משום שניתן לצבוע את השטח לסירוגין כך שאין שתי משבצות סמוכות מאותו הצבע.

תרגיל 4

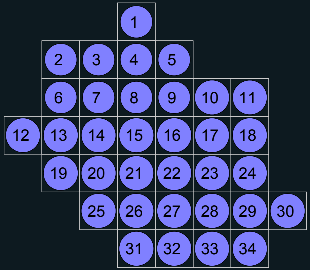
נגדיר *שטח משובץ* כקבוצה רצופה של משבצות, כל משבצת חולקת צלע עם לפחות משבצת אחת.
נגדיר שלשטח משובץ יש *ריצוף דומינו* אם ורק אם ניתן לרצף אותו במלבנים בגודל שתי משבצות כך שכל השטח מכוסה ואין שני מלבנים חופפים.



(א) ניצור צומת עבור כל משבצת בשטח, נחבר את הצמתים של כל זוג משבצות סמוכות בקשת.
קיבלנו גרף דו צדדי, משום שניתן לצבוע את השטח לסירוגין כך שאין שתי משבצות סמוכות מאותו הצבע.
לכן ניתן להשתמש באלגוריתם שידוך בגרף דו-צדדי ולבדוק אם קיים שידוך מושלם בזמן $\mathcal{O}(n^2 + mn)$.

תרגיל 4

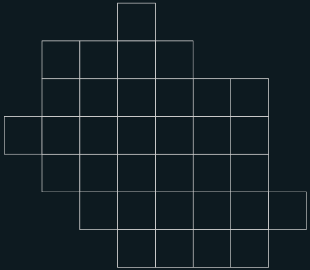
נגדיר *שטח משובץ* כקבוצה רצופה של משבצות, כל משבצת חולקת צלע עם לפחות משבצת אחת.
נגדיר שלשטח משובץ יש *ריצוף דומינו* אם ורק אם ניתן לרצף אותו במלבנים בגודל שתי משבצות כך שכל השטח מכוסה ואין שני מלבנים חופפים.



(א) ניצור צומת עבור כל משבצת בשטח, נחבר את הצמתים של כל זוג משבצות סמוכות בקשת.
קיבלנו גרף דו צדדי, משום שניתן לצבוע את השטח לסירוגין כך שאין שתי משבצות סמוכות מאותו הצבע.
לכן ניתן להשתמש באלגוריתם שידוך בגרף דו-צדדי ולבדוק אם קיים שידוך מושלם בזמן $\mathcal{O}(n^2 + mn)$.
שידוך מושלם מחלק את השטח לזוגות משבצות סמוכות ללא משבצות חופפות לכן הוא ריצוף דומינו.

תרגיל 4

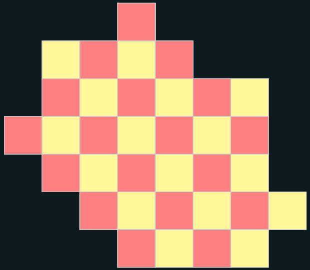
נגדיר *שטח משובץ* כקבוצה רצופה של משבצות, כל משבצת חולקת צלע עם לפחות משבצת אחת.
נגדיר שלשטח משובץ יש *ריצוף דומינו* אם ורק אם ניתן לרצף אותו במלבנים בגודל שתי משבצות כך שכל השטח מכוסה ואין שני מלבנים חופפים.



(ב) נצבע את השטח המשובץ לסירוגין.

תרגיל 4

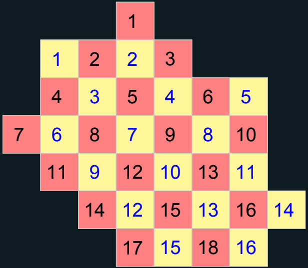
נגדיר *שטח משובץ* כקבוצה רצופה של משבצות, כל משבצת חולקת צלע עם לפחות משבצת אחת.
נגדיר שלשטח משובץ יש *ריצוף דומינו* אם ורק אם ניתן לרצף אותו במלבנים בגודל שתי משבצות כך שכל השטח מכוסה ואין שני מלבנים חופפים.



(ב) נצבע את השטח המשובץ לסירוגין.

תרגיל 4

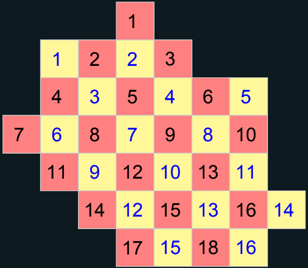
נגדיר *שטח משובץ* כקבוצה רצופה של משבצות, כל משבצת חולקת צלע עם לפחות משבצת אחת.
נגדיר שלשטח משובץ יש *ריצוף דומינו* אם ורק אם ניתן לרצף אותו במלבנים בגודל שתי משבצות כך שכל השטח מכוסה ואין שני מלבנים חופפים.



(ב) נצבע את השטח המשובץ לסירוגין.
נספור את מספר המשבצות מכל צבע.

תרגיל 4

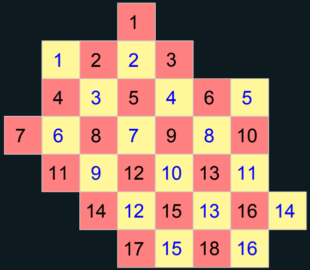
נגדיר *שטח משובץ* כקבוצה רצופה של משבצות, כל משבצת חולקת צלע עם לפחות משבצת אחת.
נגדיר שלשטח משובץ יש *ריצוף דומינו* אם ורק אם ניתן לרצף אותו במלבנים בגודל שתי משבצות כך שכל השטח מכוסה ואין שני מלבנים חופפים.



(ב) נצבע את השטח המשובץ לסירוגין.
נספור את מספר המשבצות מכל צבע.

תרגיל 4

נגדיר *שטח משובץ* כקבוצה רצופה של משבצות, כל משבצת חולקת צלע עם לפחות משבצת אחת.
נגדיר שלשטח משובץ יש *ריצוף דומינו* אם ורק אם ניתן לרצף אותו במלבנים בגודל שתי משבצות כך שכל השטח מכוסה ואין שני מלבנים חופפים.



(ב) נצבע את השטח המשובץ לסירוגין.
נספור את מספר המשבצות מכל צבע.
נשים לב כי גודל הקבוצות אינו שווה ומשום שכל מלבן בריצוף דומינו חייב לכסות שתי משבצות סמוכות מצבעים שונים נסיק כי לשטח אין ריצוף דומינו.