

# יסודות האלגוריתמים והסיבוכיות

תרגול 13 - חזרה למבחן

---



אוניברסיטת בן-גוריון בנגב  
جامعة بن غوريون في النقب  
Ben-Gurion University of the Negev

מה חשוב למבחן?



אוניברסיטת בן-גוריון בנגב  
جامعة بن غوريون في النقب  
Ben-Gurion University of the Negev

מה חשוב למבחן?

כמה טיפים שיצילו עשרות נקודות:



אוניברסיטת בן-גוריון בנגב  
جامعة بن غوريون في النقب  
Ben-Gurion University of the Negev

מה חשוב למבחן?

כמה טיפים שיצילו עשרות נקודות:



כמה טיפים שיצילו עשרות נקודות:

- אם מבקשים להוכיח משהו, תוכיחו אותו. דוגמא לא מוכיחה את הכלל.



כמה טיפים שיצילו עשרות נקודות:

- אם מבקשים להוכיח משהו, תוכיחו אותו. דוגמא לא מוכיחה את הכלל.
- אם השתמשתם באלגוריתם מוכר, נמקו למה בחרתם באלגוריתם זה.



כמה טיפים שיצילו עשרות נקודות:

- אם מבקשים להוכיח משהו, תוכיחו אותו. דוגמא לא מוכיחה את הכלל.
- אם השתמשתם באלגוריתם מוכר, נמקו למה בחרתם באלגוריתם זה.
- גם אם לא כתוב "נתחו את סיבוכיות האלגוריתם" -  
**נתחו את סיבוכיות האלגוריתם.**



כמה טיפים שיצילו עשרות נקודות:

- אם מבקשים להוכיח משהו, תוכיחו אותו. דוגמא לא מוכיחה את הכלל.
- אם השתמשתם באלגוריתם מוכר, נמקו למה בחרתם באלגוריתם זה.
- גם אם לא כתוב "נתחו את סיבוכיות האלגוריתם" -  
**נתחו את סיבוכיות האלגוריתם.**
- בכלל - עדיף לפרט יותר מאשר פחות.





כמה טיפים שיצילו עשרות נקודות:

- אם מבקשים להוכיח משהו, תוכיחו אותו. דוגמא לא מוכיחה את הכלל.
- אם השתמשתם באלגוריתם מוכר, נמקו למה בחרתם באלגוריתם זה.
- גם אם לא כתוב "נתחו את סיבוכיות האלגוריתם" -  
**נתחו את סיבוכיות האלגוריתם.**
- בכלל - עדיף לפרט יותר מאשר פחות.
- עם זאת זכרו, התשובות לשאלות לרוב קצרות וקולעות. אל תעמיסו פרטים לא רלוונטים. חשבו הרבה וכתבו מעט.



כמה טיפים שיצילו עשרות נקודות:

- אם מבקשים להוכיח משהו, תוכיחו אותו. דוגמא לא מוכיחה את הכלל.
- אם השתמשתם באלגוריתם מוכר, נמקו למה בחרתם באלגוריתם זה.
- גם אם לא כתוב "נתחו את סיבוכיות האלגוריתם" -  
**נתחו את סיבוכיות האלגוריתם.**
- בכלל - עדיף לפרט יותר מאשר פחות.
- עם זאת זכרו, התשובות לשאלות לרוב קצרות וקולעות. אל תעמיסו פרטים לא רלוונטים. חשבו הרבה וכתבו מעט.
- אם הפתרון שלכם לא משתמש בכל נתוני השאלה ייתכן שפספסתם אלגוריתם יעיל יותר.



כמה טיפים שיצילו עשרות נקודות:

- אם מבקשים להוכיח משהו, תוכיחו אותו. דוגמא לא מוכיחה את הכלל.
- אם השתמשתם באלגוריתם מוכר, נמקו למה בחרתם באלגוריתם זה.
- גם אם לא כתוב "נתחו את סיבוכיות האלגוריתם" -  
**נתחו את סיבוכיות האלגוריתם.**
- בכלל - עדיף לפרט יותר מאשר פחות.
- עם זאת זכרו, התשובות לשאלות לרוב קצרות וקולעות. אל תעמיסו פרטים לא רלוונטים. חשבו הרבה וכתבו מעט.
- אם הפתרון שלכם לא משתמש בכל נתוני השאלה ייתכן שפספסתם אלגוריתם יעיל יותר.
- אם אתם לא יודעים מה לעשות - תדלגו.



כמה טיפים שיצילו עשרות נקודות:

- אם מבקשים להוכיח משהו, תוכיחו אותו. דוגמא לא מוכיחה את הכלל.
- אם השתמשתם באלגוריתם מוכר, נמקו למה בחרתם באלגוריתם זה.
- גם אם לא כתוב "נתחו את סיבוכיות האלגוריתם" -  
**נתחו את סיבוכיות האלגוריתם.**
- בכלל - עדיף לפרט יותר מאשר פחות.
- עם זאת זכרו, התשובות לשאלות לרוב קצרות וקולעות. אל תעמיסו פרטים לא רלוונטים. חשבו הרבה וכתבו מעט.
- אם הפתרון שלכם לא משתמש בכל נתוני השאלה ייתכן שפספסתם אלגוריתם יעיל יותר.
- אם אתם לא יודעים מה לעשות - תדלגו. אם חזרתם ואתם עדיין לא יודעים מה לעשות, תתחילו בפתרון נאיבי.



נתון גרף הממומש ברשימת שכנויות. תארו את אלגוריתם יעיל ככל האפשר למיון הצמתים לפי הדרגה שלהם. אם עשיתם שימוש באלגוריתם ידוע כלשהו נמקו מדוע עשיתם זאת. נתחו את סיבוכיות האלגוריתם.



נתון גרף הממומש ברשימת שכנויות. תארו את אלגוריתם יעיל ככל האפשר למיון הצמתים לפי הדרגה שלהם. אם עשיתם שימוש באלגוריתם ידוע כלשהו נמקו מדוע עשיתם זאת. נתחו את סיבוכיותם האלגוריתם.

$$v_1 \rightarrow \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \quad N(v_1)$$

$$v_2 \rightarrow \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \quad N(v_2)$$

$\vdots$

$$v_i \rightarrow \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \quad N(v_i)$$

$\vdots$

$$v_n \rightarrow \boxed{X} \boxed{X} \quad N(v_n)$$



נתון גרף הממומש ברשימת שכנויות. תארו את אלגוריתם יעיל ככל האפשר למיון הצמתים לפי הדרגה שלהם. אם עשיתם שימוש באלגוריתם ידוע כלשהו נמקו מדוע עשיתם זאת. נתחו את סיבוכיות האלגוריתם.

$$v_1 \rightarrow \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \quad N(v_1)$$

$$v_2 \rightarrow \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \quad N(v_2)$$

$\vdots$

$$v_i \rightarrow \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \quad N(v_i)$$

$\vdots$

$$v_n \rightarrow \boxed{X} \boxed{X} \quad N(v_n)$$

1.  $\mathcal{O}(n)$ . נוסיף לכל צומת תא נוסף שיכיל את דרגת הצומת.



נתון גרף הממומש ברשימת שכנויות. תארו את אלגוריתם יעיל ככל האפשר למיון הצמתים לפי הדרגה שלהם. אם עשיתם שימוש באלגוריתם ידוע כלשהו נמקו מדוע עשיתם זאת. נתחו את סיבוכיותם האלגוריתם.

$$v_1 \rightarrow \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \quad N(v_1)$$

$$v_2 \rightarrow \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \quad N(v_2)$$

$\vdots$

$$v_i \rightarrow \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \boxed{X} \quad N(v_i)$$

$\vdots$

$$v_n \rightarrow \boxed{X} \boxed{X} \quad N(v_n)$$

1.  $\mathcal{O}(n)$ . נוסיף לכל צומת תא נוסף שיכיל את דרגת הצומת.

2.  $\mathcal{O}(m + n)$ . נחשב את הדרגה של כל צומת ע"י ספירת השכנים שלו.





נתון גרף הממומש ברשימת שכנויות. תארו את אלגוריתם יעיל ככל האפשר למיון הצמתים לפי הדרגה שלהם. אם עשיתם שימוש באלגוריתם ידוע כלשהו נמקו מדוע עשיתם זאת. נתחו את סיבוכיות האלגוריתם.

$$v_1 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline X & X & X & X \\ \hline \end{array} \quad N(v_1)$$

$$v_2 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline X & X & X \\ \hline \end{array} \quad N(v_2)$$

$\vdots$

$$v_i \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline X & X & X & X & X \\ \hline \end{array} \quad N(v_i)$$

$\vdots$

$$v_n \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline X & X \\ \hline \end{array} \quad N(v_n)$$

1.  $\mathcal{O}(n)$ . נוסיף לכל צומת תא נוסף שיכיל את דרגת הצומת.

2.  $\mathcal{O}(m + n)$ . נחשב את הדרגה של כל צומת ע"י ספירת השכנים שלו.

3.  $\mathcal{O}(n + n)$ . מאחר והמספרים שלמים והמספר המקסימלי חסום ב  $\mathcal{O}(n)$  נשתמש במיון מניה ע"פ הדרגות.



נתון גרף הממומש ברשימת שכנויות. תארו את אלגוריתם יעיל ככל האפשר למיין הצמתים לפי הדרגה שלהם. אם עשיתם שימוש באלגוריתם ידוע כלשהו נמקו מדוע עשיתם זאת. נתחו את סיבוכיות האלגוריתם.

$$v_1 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline X & X & X & X \\ \hline \end{array} \quad N(v_1)$$

$$v_2 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline X & X & X \\ \hline \end{array} \quad N(v_2)$$

$\vdots$

$$v_i \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline X & X & X & X & X \\ \hline \end{array} \quad N(v_i)$$

$\vdots$

$$v_n \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline X & X \\ \hline \end{array} \quad N(v_n)$$

1.  $O(n)$ . נוסיף לכל צומת תא נוסף שיכיל את דרגת הצומת.

2.  $O(m + n)$ . נחשב את הדרגה של כל צומת ע"י ספירת השכנים שלו.

3.  $O(n + n)$ . מאחר והמספרים שלמים והמספר המקסימלי חסום ב  $O(n)$  נשתמש במיין מניה ע"פ הדרגות.

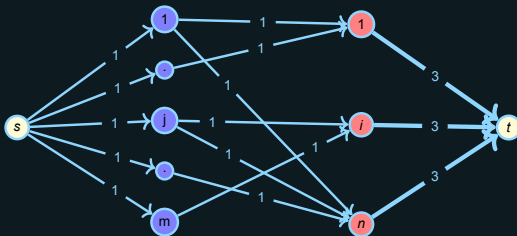
סיבוכיות הזמן הכוללת היא  $O(n + m)$ .



באוניברסיטה  $m$  סטודנטים ו- $n$  כיתות (סטודנט יכול להשתייך ליותר מכיתה אחת). הציעו אלגוריתם שעונה על השאלה האם ניתן להציג עבור כל כיתה ועד של 3 סטודנטים כך שהועדים יהיו זרים (כלומר שסטודנט לא ייצג יותר מכיתה אחת). מהי סיבוכיות האלגוריתם?

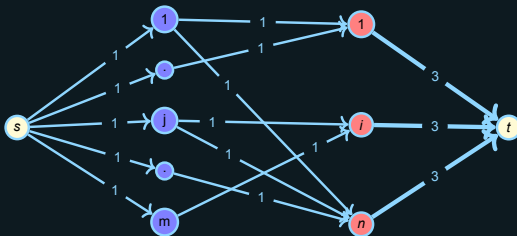


באוניברסיטה  $m$  סטודנטים ו- $n$  כיתות (סטודנט יכול להשתייך ליותר מכיתה אחת). הציעו אלגוריתם שעונה על השאלה האם ניתן להציג עבור כל כיתה ועד של 3 סטודנטים כך שהועדים יהיו זרים (כלומר שסטודנט לא ייצג יותר מכיתה אחת). מהי סיבוכיות האלגוריתם?





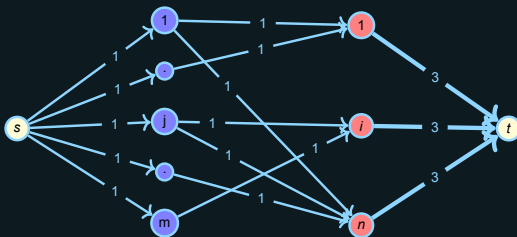
באוניברסיטה  $m$  סטודנטים ו- $n$  כיתות (סטודנט יכול להשתייך ליותר מכיתה אחת). הציעו אלגוריתם שעונה על השאלה האם ניתן להציג עבור כל כיתה ועד של 3 סטודנטים כך שהועדים יהיו זרים (כלומר שסטודנט לא ייצג יותר מכיתה אחת). מהי סיבוכיות האלגוריתם?



ניצור צומת עבור כל סטודנט וכל כיתה וכן צומת מקור ויעד. נעביר קשת בין צומת המקור לכל צמתי הסטודנטים עם קיבולת 1. נעביר קשת בין כל צומת סטודנט לצמתי הכיתות אליהם הוא משתייך עם קיבולת של 1. נעביר קשת בין כל צומת כיתה לצומת היעד עם קיבולת של 3. נשתמש באלגוריתם פורד פולקרוסון למציאת הזרימה המקסימלית.



באוניברסיטה  $m$  סטודנטים ו- $n$  כיתות (סטודנט יכול להשתייך ליותר מכיתה אחת). הציעו אלגוריתם שעונה על השאלה האם ניתן להציג עבור כל כיתה ועד של 3 סטודנטים כך שהועדים יהיו זרים (כלומר שסטודנט לא ייצג יותר מכיתה אחת). מהי סיבוכיות האלגוריתם?

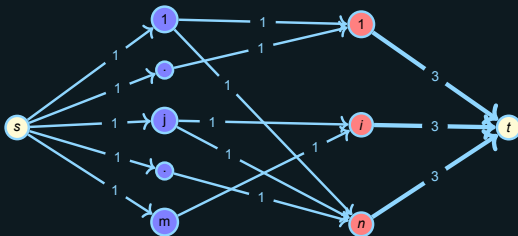


ניצור צומת עבור כל סטודנט וכל כיתה וכן צומת מקור ועד. נעביר קשת בין צומת המקור לכל צמתי הסטודנטים עם קיבולת 1. נעביר קשת בין כל צומת סטודנט לצמתי הכיתות אליהם הוא משתייך עם קיבולת של 1. נעביר קשת בין כל צומת כיתה לצומת היעד עם קיבולת של 3. נשתמש באלגוריתם פורד פולקרוסון למציאת הזרימה המקסימלית.

אם ערך הזרימה המקסימלית שווה  $3m$  אז ניתן להקצות ועדים זרים של 3 סטודנטים לכל כיתה. אחרת לא ניתן.



באוניברסיטה  $m$  סטודנטים ו- $n$  כיתות (סטודנט יכול להשתייך ליותר מכיתה אחת). הציעו אלגוריתם שעונה על השאלה האם ניתן להציג עבור כל כיתה ועד של 3 סטודנטים כך שהועדים יהיו זרים (כלומר שסטודנט לא ייצג יותר מכיתה אחת). מהי סיבוכיות האלגוריתם?



סיבוכיות: בניית הרשת  $\mathcal{O}(mn)$  במקרה שכל סטודנט שייך לכל הכיתות הרצת אלגוריתם פורד פולרקסון בסיבוכיות  $\mathcal{O}(F^*(|E| + |V|))$  כאשר הזרימה המקסימלית  $(F^*)$  יכולה להגיע לכל היותר ל- $3n$ . נשים לב ש  $|V| = n + m$  וש  $|E| \in \mathcal{O}(nm)$  מכאן שהסיבוכיות הכוללת היא  $\mathcal{O}(mn^2)$ .



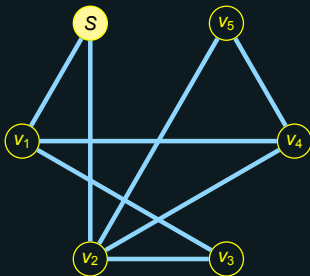
כתבו אלגוריתם שמקבל גרף לא מכוון  $G = (V, E)$  וצומת התחלה  $s$  ומחשב לכל צומת  $v$  את המסלול (לאו דווקא פשוט) באורך זוגי הקצר ביותר הנגמר ב  $v$ .

רמז: יש להעזר ברדוקציה.



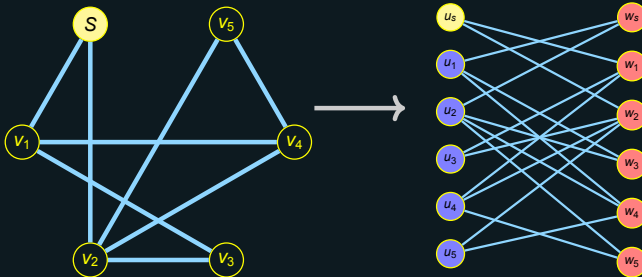


כתבו אלגוריתם שמקבל גרף לא מכוון  $G = (V, E)$  וצומת התחלה  $s$  ומחשב לכל צומת  $v$  את המסלול (לאו דווקא פשוט) באורך זוגי הקצר ביותר הנגמר ב  $v$ .





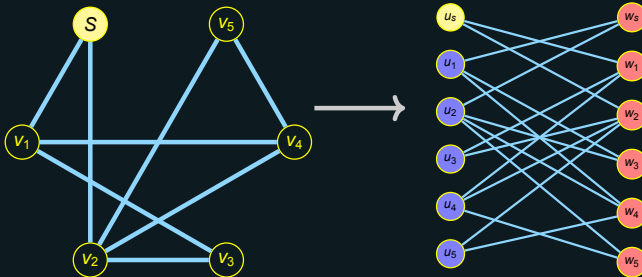
כתבו אלגוריתם שמקבל גרף לא מכוון  $G = (V, E)$  וצומת התחלה  $s$  ומחשב לכל צומת  $v$  את המסלול (לאו דווקא פשוט) באורך זוגי הקצר ביותר הנגמר ב  $v$ .





כתבו אלגוריתם שמקבל גרף לא מכוון  $G = (V, E)$  וצומת התחלה  $s$  ומחשב לכל צומת  $v$  את המסלול (לאו דווקא פשוט) באורך זוגי הקצר ביותר הנגמר ב  $v$ .

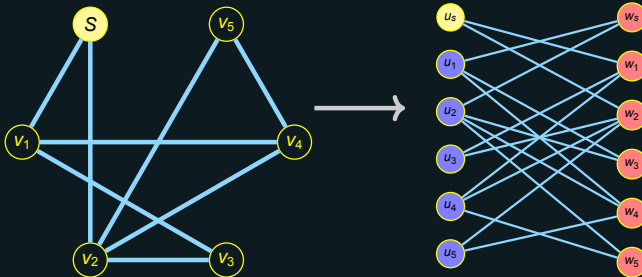
נבנה גרף  $G' = (V', E')$  באופן הבא, נשכפל את קבוצת הצמתים כך שעבור כל  $v_i \in V$  יהיו שני צמתים  $u_i, w_i \in V'$ . עבור כל קשת  $\{v_i, v_j\} \in E$  תהיינה שתי קשתות  $\{u_i, w_j\}, \{u_j, w_i\} \in E'$ .  
בניית הגרף לוקחת  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  זמן.





כתבו אלגוריתם שמקבל גרף לא מכוון  $G = (V, E)$  וצומת התחלה  $s$  ומחשב לכל צומת  $v$  את המסלול (לאו דווקא פשוט) באורך זוגי הקצר ביותר הנגמר ב  $v$ .

נבנה גרף  $G' = (V', E')$  באופן הבא, נשכפל את קבוצת הצמתים כך שעבור כל  $v_i \in V$  יהיו שני צמתים  $u_i, w_i \in V'$ . עבור כל קשת  $\{v_i, v_j\} \in E$  תהיינה שתי קשתות  $\{u_i, w_j\}, \{u_j, w_i\} \in E'$ .  
בניית הגרף לוקחת  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  זמן.

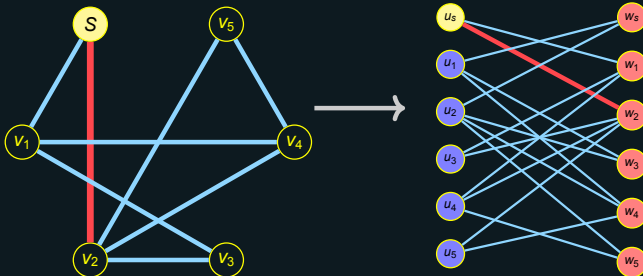


נריץ אלגוריתם BFS כדי לחשב את המסלולים הקצרים ביותר מ  $u_s$  לשאר צמתי הגרף. אפשר להמיר בקלות כל מסלול לצומת  $u_i$  ב  $G'$  למסלול באורך זוגי בין  $s$  ל  $v_i$  ב  $G$ . הגרף  $G'$  לינארי בגודל של  $G$  לכן BFS ייקח גם כן  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ . סה"כ  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  זמן.



כתבו אלגוריתם שמקבל גרף לא מכוון  $G = (V, E)$  וצומת התחלה  $s$  ומחשב לכל צומת  $v$  את המסלול (לאו דווקא פשוט) באורך זוגי הקצר ביותר הנגמר ב  $v$ .

נבנה גרף  $G' = (V', E')$  באופן הבא, נשכפל את קבוצת הצמתים כך שעבור כל  $v_i \in V$  יהיו שני צמתים  $u_i, w_i \in V'$ . עבור כל קשת  $\{v_i, v_j\} \in E$  תהיינה שתי קשתות  $\{u_i, w_j\}, \{u_j, w_i\} \in E'$ .  
בניית הגרף לוקחת  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  זמן.

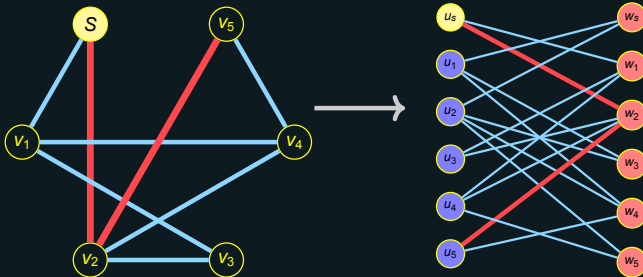


נריץ אלגוריתם BFS כדי לחשב את המסלולים הקצרים ביותר מ  $u_s$  לשאר צמתי הגרף. אפשר להמיר בקלות כל מסלול לצומת  $u_i$  ב  $G'$  למסלול באורך זוגי בין  $s$  ל  $v_i$  ב  $G$ . הגרף  $G'$  לינארי בגודל של  $G$  לכן BFS ייקח גם כן  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ . סה"כ  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  זמן.



כתבו אלגוריתם שמקבל גרף לא מכוון  $G = (V, E)$  וצומת התחלה  $s$  ומחשב לכל צומת  $v$  את המסלול (לאו דווקא פשוט) באורך זוגי הקצר ביותר הנגמר ב  $v$ .

נבנה גרף  $G' = (V', E')$  באופן הבא, נשכפל את קבוצת הצמתים כך שעבור כל  $v_i \in V$  יהיו שני צמתים  $u_i, w_i \in V'$ . עבור כל קשת  $\{v_i, v_j\} \in E$  תהיינה שתי קשתות  $\{u_i, w_j\}, \{u_j, w_i\} \in E'$ .  
בניית הגרף לוקחת  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  זמן.

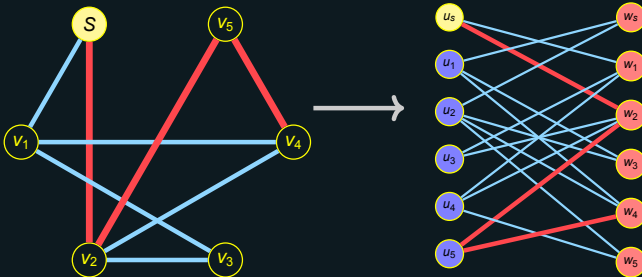


נריץ אלגוריתם BFS כדי לחשב את המסלולים הקצרים ביותר מ  $u_s$  לשאר צמתי הגרף. אפשר להמיר בקלות כל מסלול לצומת  $u_i$  ב  $G'$  למסלול באורך זוגי בין  $s$  ל  $v_i$  ב  $G$ . הגרף  $G'$  לינארי בגודל של  $G$  לכן BFS ייקח גם כן  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ . סה"כ  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  זמן.



כתבו אלגוריתם שמקבל גרף לא מכוון  $G = (V, E)$  וצומת התחלה  $s$  ומחשב לכל צומת  $v$  את המסלול (לאו דווקא פשוט) באורך זוגי הקצר ביותר הנגמר ב  $v$ .

נבנה גרף  $G' = (V', E')$  באופן הבא, נשכפל את קבוצת הצמתים כך שעבור כל  $v_i \in V$  יהיו שני צמתים  $u_i, w_i \in V'$ . עבור כל קשת  $\{v_i, v_j\} \in E$  תהיינה שתי קשתות  $\{u_i, w_j\}, \{u_j, w_i\} \in E'$ .  
בניית הגרף לוקחת  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  זמן.

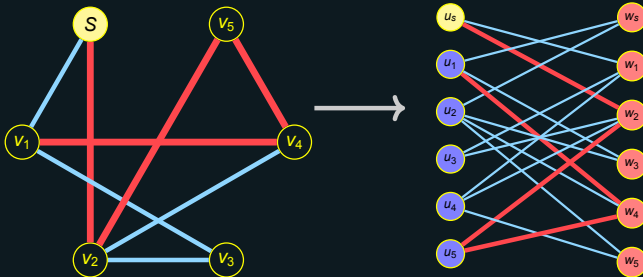


נריץ אלגוריתם BFS כדי לחשב את המסלולים הקצרים ביותר מ  $u_s$  לשאר צמתי הגרף. אפשר להמיר בקלות כל מסלול לצומת  $u_i$  ב  $G'$  למסלול באורך זוגי בין  $s$  ל  $v_i$  ב  $G$ . הגרף  $G'$  לינארי בגודל של  $G$  לכן BFS ייקח גם כן  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ . סה"כ  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  זמן.



כתבו אלגוריתם שמקבל גרף לא מכוון  $G = (V, E)$  וצומת התחלה  $s$  ומחשב לכל צומת  $v$  את המסלול (לאו דווקא פשוט) באורך זוגי הקצר ביותר הנגמר ב  $v$ .

נבנה גרף  $G' = (V', E')$  באופן הבא, נשכפל את קבוצת הצמתים כך שעבור כל  $v_i \in V$  יהיו שני צמתים  $u_i, w_i \in V'$ . עבור כל קשת  $\{v_i, v_j\} \in E$  תהיינה שתי קשתות  $\{u_i, w_j\}, \{u_j, w_i\} \in E'$ .  
בניית הגרף לוקחת  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  זמן.



נריץ אלגוריתם BFS כדי לחשב את המסלולים הקצרים ביותר מ  $u_s$  לשאר צמתי הגרף. אפשר להמיר בקלות כל מסלול לצומת  $u_i$  ב  $G'$  למסלול באורך זוגי בין  $s$  ל  $v_i$  ב  $G$ . הגרף  $G'$  לינארי בגודל של  $G$  לכן BFS ייקח גם כן  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ . סה"כ  $\mathcal{O}(|V| + |E|)$  זמן.





תארו מבנה נתונים המתחזק  $n$  מספרים טבעיים שונים, יעיל ככל שניתן, התומך בשלושת השאלות הבאות: "הכנס מספר  $x$  כלשהו למבנה הנתונים", "הוצא מספר  $x$  כלשהו ממבנה הנתונים", ו- "בהינתן מספר  $x$ , החזר את המספר הכי גדול שעדיין קטן מ-  $x$  שנמצא כרגע במבנה הנתונים (או  $\infty$  אם לא קיים מספר כזה)". יש לרשום את זמני הריצה של כל אחת מהשאלות.



תארו מבנה נתונים המתחזק  $m$  מספרים טבעיים שונים, יעיל ככל שניתן, התומך בשלשת השאילתות הבאות: "הכנס מספר  $x$  כלשהו למבנה הנתונים", "הוצא מספר  $x$  כלשהו ממבנה הנתונים", ו- "בהינתן מספר  $x$ , החזר את המספר הכי גדול שעדיין קטן מ-  $x$  שנמצא כרגע במבנה הנתונים (או  $\infty$  אם לא קיים מספר כזה)". יש לרשום את זמני הריצה של כל אחת מהשאילתות.

שאילתה	מערך ממויין	עץ חיפוש בינארי	ערימה בינארית	רשימה מקושרת
הכנס מספר $x$				
הוצא מספר $x$				
מצא את $\text{pred}(x)$				



תארו מבנה נתונים המתחזק  $n$  מספרים טבעיים שונים, יעיל ככל שניתן, התומך בשלושת השאלות הבאות: "הכנס מספר  $x$  כלשהו למבנה הנתונים", "הוצא מספר  $x$  כלשהו ממבנה הנתונים", ו- "בהינתן מספר  $x$ , החזר את המספר הכי גדול שעדיין קטן מ-  $x$  שנמצא כרגע במבנה הנתונים (או  $\infty$  אם לא קיים מספר כזה)". יש לרשום את זמני הריצה של כל אחת מהשאלות.

שאלתה	מערך ממויין	עץ חיפוש בינארי	ערימה בינארית	רשימה מקושרת
הכנס מספר $x$				$\mathcal{O}(1)$
הוצא מספר $x$				$\mathcal{O}(n)$
מצא את $\text{pred}(x)$				$\mathcal{O}(n)$



תארו מבנה נתונים המתחזק  $n$  מספרים טבעיים שונים, יעיל ככל שניתן, התומך בשלושת השאלות הבאות: "הכנס מספר  $x$  כלשהו למבנה הנתונים", "הוצא מספר  $x$  כלשהו ממבנה הנתונים", ו- "בהינתן מספר  $x$ , החזר את המספר הכי גדול שעדיין קטן מ-  $x$  שנמצא כרגע במבנה הנתונים (או  $\infty$  אם לא קיים מספר כזה)". יש לרשום את זמני הריצה של כל אחת מהשאלות.

שאלתה	מערך ממויין	עץ חיפוש בינארי	ערימה בינארית	רשימה מקושרת
הכנס מספר $x$			$\mathcal{O}(\log n)$	$\mathcal{O}(1)$
הוצא מספר $x$			$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$
מצא את $\text{pred}(x)$			$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$



תארו מבנה נתונים המתחזק  $n$  מספרים טבעיים שונים, יעיל ככל שניתן, התומך בשלושת השאלות הבאות: "הכנס מספר  $x$  כלשהו למבנה הנתונים", "הוצא מספר  $x$  כלשהו ממבנה הנתונים", ו- "בהינתן מספר  $x$ , החזר את המספר הכי גדול שעדיין קטן מ-  $x$  שנמצא כרגע במבנה הנתונים (או  $\infty$  אם לא קיים מספר כזה)". יש לרשום את זמני הריצה של כל אחת מהשאלות.

שאלתה	מערך ממויין	עץ חיפוש בינארי	ערימה בינארית	רשימה מקושרת
הכנס מספר $x$		$\mathcal{O}(h)$	$\mathcal{O}(\log n)$	$\mathcal{O}(1)$
הוצא מספר $x$		$\mathcal{O}(h)$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$
מצא את $\text{pred}(x)$		$\mathcal{O}(h)$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$



תארו מבנה נתונים המתחזק  $n$  מספרים טבעיים שונים, יעיל ככל שניתן, התומך בשלוש השאלות הבאות: "הכנס מספר  $x$  כלשהו למבנה הנתונים", "הוצא מספר  $x$  כלשהו ממבנה הנתונים", ו- "בהינתן מספר  $x$ , החזר את המספר הכי גדול שעדיין קטן מ-  $x$  שנמצא כרגע במבנה הנתונים (או  $\infty$  אם לא קיים מספר כזה)". יש לרשום את זמני הריצה של כל אחת מהשאלות.

שאלתה	מערך ממויין	עץ חיפוש בינארי	ערימה בינארית	רשימה מקושרת
הכנס מספר $x$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(h)$	$\mathcal{O}(\log n)$	$\mathcal{O}(1)$
הוצא מספר $x$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(h)$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$
מצא את $\text{pred}(x)$	$\mathcal{O}(\log n)$	$\mathcal{O}(h)$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$



תארו מבנה נתונים המתחזק  $n$  מספרים טבעיים שונים, יעיל ככל שניתן, התומך בשלשת השאילות הבאות: "הכנס מספר  $x$  כלשהו למבנה הנתונים", "הוצא מספר  $x$  כלשהו ממבנה הנתונים", ו- "בהינתן מספר  $x$ , החזר את המספר הכי גדול שעדיין קטן מ-  $x$  שנמצא כרגע במבנה הנתונים (או  $\infty$  אם לא קיים מספר כזה)". יש לרשום את זמני הריצה של כל אחת מהשאילות.

שאילתה	מערך ממויין	עץ חיפוש בינארי	ערימה בינארית	רשימה מקושרת
הכנס מספר $x$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(h)$	$\mathcal{O}(\log n)$	$\mathcal{O}(1)$
הוצא מספר $x$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(h)$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$
מצא את $\text{pred}(x)$	$\mathcal{O}(\log n)$	$\mathcal{O}(h)$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$

ידוע כי  $\log n \leq h \leq n$



תארו מבנה נתונים המתחזק  $n$  מספרים טבעיים שונים, יעיל ככל שניתן, התומך בשלושת השאלות הבאות: "הכנס מספר  $x$  כלשהו למבנה הנתונים", "הוצא מספר  $x$  כלשהו ממבנה הנתונים", ו- "בהינתן מספר  $x$ , החזר את המספר הכי גדול שעדיין קטן מ-  $x$  שנמצא כרגע במבנה הנתונים (או  $\infty$  אם לא קיים מספר כזה)". יש לרשום את זמני הריצה של כל אחת מהשאלות.

שאלתה	מערך ממויין	עץ חיפוש בינארי	ערימה בינארית	רשימה מקושרת
הכנס מספר $x$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(h)$	$\mathcal{O}(\log n)$	$\mathcal{O}(1)$
הוצא מספר $x$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(h)$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$
מצא את $\text{pred}(x)$	$\mathcal{O}(\log n)$	$\mathcal{O}(h)$	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(n)$

ידוע כי  $\log n \leq h \leq n$

לכן נבחר בעץ חיפוש בינארי.