

Prof. Antoni Szczurek
Institute of Nuclear Physics (PAN)
ul. Radzikowskiego 152
31-345 Kraków

Recenzja rozprawy doktorskiej Yuriya Volkotruba zatytułowana: "Covariance matrix of nucleon-nucleon potential parameters in few-nucleon studies"

Praca pana Yuriya Volkotruba zatytułowana "Covariance matrix of nucleon-nucleon potential parameters in few-nucleon studies" dotyczy wyznaczenia błędów przewidywań różnych obserwacji dla układów związanych i rozproszonych dwu i trzynukleonowych wynikających z propagacji błędów parametrów kilku modeli oddziaływań nukleon-nukleon znanych z literatury. Autor rozważa kilka modeli typu rozwinięcia chiralnego różnego rzędu (NLO, ..., N^4 LO, N^4 LO+) zaproponowanych przez połączoną grupę Bochum-Bonn oraz potencjału z wymianą pionów zaproponowanego przez grupę hiszpańską. Modele chiralne uwzględniają regularyzację w przestrzeni pędów. Parametry rozważanych modeli zawierają szereg parametrów, które zostały wyznaczone w oparciu o rozpraszanie dwóch nukleonów lub stanu związanego $n+p$, czyli deuteronu. Parametry powyższych modeli zostały wyznaczone wraz z pełną macierzą kowariancji. Wcześniejsze modele nie miały wyznaczonych niepewności parametrów. W rozważanej pracy wykorzystuje się macierz kowariancji do oszacowania błędów przewidywań, w szczególności dla rozpraszania $n+d$. W przypadku potencjałów chiralnych oszacowano również tak zwane błędy obcięcia. Przeprowadzono również ciekawe badania korelacji różnych obserwacji, dwu- i trzynukleonowych.

Praca składa się z ogólnego wprowadzenia, coś w rodzaju zwiększonego abstraktu, oraz siedmiu rozdziałów oraz trzech dodatków.

Rozdział pierwszy, wstęp, zawiera szczegółowe wprowadzenie w zagadnienie oddziaływania nukleon-nukleon i jego roli w opisie układów kilkunukleonowych. Wstęp jest dość szczegółowy i zawiera wprowadzenie w związane z tym problemy teoretyczne i krótkie wprowadzenie w związany z tym formalizm. Autor zgrabnie nawiązuje do obliczeń na siatkach. Zagadnienia którymi zajmuje się autor (procesy niskoenergetyczne) są całkowicie opisywalne w oparciu o nukleonowe stopnie swobody. Oznacza to ograniczenie do energii poniżej progu na produkcję pionów, czyli najlżejszych mezonów. Dyskutowane są zagadnienia systemów kilkunukleonowych jak i zagadnienia bardziej jądrowe. Szczegółowo dyskutowane są zagadnienia układu trzech nukleonów. Autor jest członkiem znakomitego zespołu, który zajmuje się tym zagadnieniem od wielu lat. Członkowie tego zespołu mieli duży wkład w rozwoju tego typu badań w szczególności dla układów rozproszonych (tak zwany formalizm Faddeeva). Ich aktywność pozwoliła na zaawansowane obliczenia z tak zwanymi realistycznymi potencjała-

mi. Przedstawione jest historyczne wprowadzenie w tak zwane realistyczne oddziaływania nukleon-nukleon (Yukawa, Paris, Bonn, Nijmegen, Argonne). Autor obecnej rozprawy koncentruje się na procesie rozpraszania neutronu na deuteronie. Dyskutowane są potencjały dla których wyznaczono błędy parametrów. Są to tak zwane modele chiralne, jak i model wymiany pionów zaproponowany około 5 lat temu przez grupę z Granady. W tak zwanym podejściu chiralnym każdy składnik potencjału jest mnożony przez tak zwaną stałąiskoenergetyczną. Kolejne człony uzyskiwane są na zasadzie rozwinięcia perturbacyjnego. Parametrem jest wówczas skala łamania symetrii chiralnej (Λ_χ). Wówczas potencjał jest sumą wielu członów, numerowanych rzędem rozwinięcia. Bochum-Bonn jest wiodącą grupą opracowującą tego typu potencjały. Autor tej rozprawy używa właśnie potencjałów opracowanych przez tę grupę. Ważnym aspektem jest również regularyzacja potencjałów dyskutowana we wstępie. Różne grupy używają różnego typu regulatorów zdefiniowanych w przestrzeni pędu lub położenia. W swojej rozprawie autor używa rozwinięcia aż do N^4LO^+ . Znaczenie "+" nie jest zbyt szczegółowo wyjaśnione w pracy. Autor komentuje, że oddziaływanie dwuciałowe nie jest wystarczające do opisu reakcji trzyciałowych. W swojej pracy autor ogranicza się jednak do oddziaływań dwuciałowych. Nie do końca zrozumiałem czy powodem nieuwzględnienia oddziaływania trzyciałowego są dużo bardziej skomplikowane obliczenia czy niepewność tych ostatnich. Ostatnia część wstępu poświęcona jest omówieniu stanu obecnego badania niepewności obliczeń numerycznych w rozważanej materii.

Rozdział drugi poświęcony jest omówieniu używanych w rozprawie potencjałów (OPE-Gaussian i chiral SMS). Oddziaływanie OPE-Gaussian (podrozdział 2.1) zostało skonstruowane przez grupę fizyków hiszpańskich z Granady. Potencjał zawiera dwa typy członów: krótko- i długozasięgowy. Człon długozasięgowy uwzględnia wymianę jednopionową i oddziaływanie elektromagnetyczne. Oddziaływanie jednopionowe jest w zasadzie takie samo jak to używane przez grupę Nijmegen i Argonne. Oddziaływanie to spełnia proste symetrie izospinowe na poziomie nukleonowym. Oddziaływanie elektromagnetyczne zawiera oddziaływanie momentów magnetycznych. Oddziaływanie krótkozasięgowie jest w pełni fenomenologiczne używające różne (około 20) operatory spinowo-izospinowe. Każdy człon jest mnożony przez sumę czterech funkcji Gaussa z wolnymi parametrami. Centralne wartości współczynników mnożących poszczególne człony (cztery na operator) zestawiono w Tabeli 2.1. Autor po krótkce przedstawia również praktyczną procedurę użytą przez grupę z Granady dla znalezienia parametrów tego fenomenologicznego oddziaływania. Podrozdział 2.2 zawiera omówienie potencjałów w chiralnych. Nie dostrzegłem wyjaśnienia skrótu "SMS". Również tutaj wymiana 1-pionowa jest jednym z członów oddziaływania. Oddziaływanie kontaktowe odgrywa tutaj rolę oddziaływania krótkozasięgowego. Struktura członów kontaktowych jest nieco skomplikowana i przypomina człony krótkozasięgowie w oddziaływaniu grupy z Granady. Autorzy chiralnego

modelu SMS używają bazy danych Granada-2013 do wyznaczenia (dofitowania) parametrów modelu - stałych nisko-energetycznych. Aplikacja oddziaływania χ EFT wymaga ekstra regularyzacji w celu wyeliminowania osobliwości. Zaproponowano pewną fenomenologiczną formę regularyzacji (wzór 2.16), która zawiera tak zwany parametr obcięcia Λ . Forma ta używana jest, o ile zrozumiałem, jedynie do członów kontaktowych. Nieco inna postać używana jest do członów długi zasięgowych. Zrozumiałem, że parametr obcięcia jest w tym przypadku taki sam? W przedstawionej pracy w większości przypadków używano tylko jednej wartości parametru obcięcia $\Lambda = 450$ MeV. Model chiralny, dofitowany do danych daje $\chi^2/\text{punkt rzędu 1}$.

Rozdział trzeci, nieco niezgodnie z tytułem, dyskutuje formalizm matematyczny używany do wyznaczania błędów przewidywań, to jest najważniejszego aspektu obecnej pracy. Głównym elementem jest macierz kowariancji parametrów modelu oddziaływania nukleon-nukleon. Podrozdział 3.1 omawia zagadnienie niepewności w systemie trzech nukleonów. Omawiane są takie zagadnienia jak wyznaczenie niepewności statystycznych (podrozdział 3.1.1), błędów obcięcia (podrozdział 3.1.2, 3.1.3). W podrozdziale o błędach statystycznych przedstawiono procedurę w jaki sposób są one wyliczne. Przedstawiono kilka różnych estymatorów. Podstawą analizy jest przygotowanie zbiorów parametrów potencjału. W tym celu stworzono specjalny program napisany w języku Mathematica generujący zestawy parametrów. Autor stwierdza, że 50 zbiorów jest wystarczające. Błędy obcięcia związane są wyłącznie z podejściem chiralnym i nie dotyczą modelu hiszpańskiego. Chodzi o oszacowanie błędów danej obserwacji wynikających z ograniczenia rzędu rozwinięcia. Autor przedstawia metodę EKM (skrót od nazwisk autorów metody). W podrozdziale 3.1.3 przedstawione jest inne podejście (Bayesian method), które ma lepsze uzasadnienie statystyczne. Ta matematyczna metoda została omówiona w szczegółach. Podstawową wielkością jest tutaj "degree-of-belief" (DoB) używana do ilościowego opisu niepewności. DoB jest wielokrotnie podawane w drugiej części rozprawy, w której dyskutowana jest aplikacja tej metody dla wyznaczenia błędów obcięcia różnych obserwacji. W podrozdziale 3.2 dyskutowane są metody wyznaczenia korelacji obserwacji dwu- i trzynukleonowych, dyskutowane później w rozdziale szóstym. Generalnie chodzi o znalezienie na ile różne obserwacje wnoszą nową informację dotyczącą oddziaływania nukleon-nukleon. Kluczowym estymatorem takiego skorelowania jest współczynnik korelacji zdefiniowany we wzorze (3.13). Współczynnik ten, poprzez swoją konstrukcję, przybiera wartości z przedziału $(-1,1)$. Wprowadzono pewne, nieco umowne moim zdaniem, nazewnictwo co do stopnia skorelowania. Dyskutowane są trudności wyznaczenia błędu współczynnika korelacji. Zagadnienie korelacji obserwacji powróci w dalszych rozdziałach o charakterze czysto aplikacyjnym.

Rozdział czwarty prezentuje, w sposób nieco skrótowy, formalizm używany do policzenia obserwacji związanych ze stanem związanym dwóch nukleonów

(podrozdział 4.1), rozpraszaniem dwóch nukleonów (podrozdział 4.2), rozpraszaniem trzech nukleonów (podrozdział 4.3). Podrozdział 4.1 dyskutuje szczegóły dotyczące rozwiązania równania Schrödingera dla dwóch nukleonów. Dyskutowana jest również struktura spinowo-izospinowa stanu podstawowego układu neutron+proton zwanego deuteronom. Oddziaływania nukleon-nukleon dopuszczają tylko jeden stan związany nukleon-nukleon. Jedynymi składowymi stanu wzbudzonego są 3S_1 i 3D_1 odpowiadające momentowi pędu $l = 0$ i $l = 2$. W Tabeli 4.1 zestawiono energię wiązania wraz z niepewnością statystyczną uzyskaną w dwóch podejściach: chiralnym Bochum-Bonn) i z wymianą pionów (Granada). Rozwiązanie problemu sprowadza się do znalezienia wartości własnych równania Schrödingera niezależnego od czasu. Obliczenia numeryczne wykonane są za pomocą programu napisanego w języku FORTRAN. Wszystkie użyte potencjały dają podobną wartość energii wiązania. Pokazano też funkcje własne odpowiadające powyższym wartościom własnym. Podrozdział 4.2 przedstawia formalizm dotyczący dwunukleonowych stanów rozproszonych. W oparciu o pędy zdefiniowano pewne pomocnicze zmienne kinematyczne. Rozwiązanie równania Schrödingera niezależnego od czasu spełnia tak zwane równanie Lippmana-Schwingera. Pokazano w sposób formalny jak rozwiązać równanie Lippmana-Schwingera. Przedstawiono (zdefiniowano) również różne obserwable związane z rozpraszaniem nukleon-nukleon i pokazano jak je wyliczać w oparciu o tak zwaną amplitudę rozpraszania. W celach praktycznych użyteczne jest rozwinięcie na fale cząstkowe. Podrozdział 4.3 dyskutuje formalizm rozproszeniowy dla trzech nukleonów. Formalizm ten został zaproponowany po raz pierwszy przez Faddeeva. Przegląd formalizmu zaczyna się od wprowadzenia tak zwanych zmiennych Jacobiego (wzór (4.38)). Przedstawiono hamiltonian układu trzech nukleonów. W ogólnym przypadku uwzględnia się zarówno oddziaływanie dwuciałowe jak również oddziaływanie trzyciałowe. Autor ogranicza się do przypadku rozpraszania nukleon-deuteron. Przedstawiono formalne rozwiązanie. Przedstawiono go w rozwinięciu na fale parcjalne dla układu trzech nukleonów używając algebry spinowo-izospinowej. Równanie (4.46) jest rozwiązywane numerycznie poprzez rozwinięcie Neumanna. Autor podaje górne granice spinów używanych w sumowaniach. Autor używa siatek sporządzonych w zmiennych Jacobiego p i q w podanych w pracy zakresach. Druga część tego podrozdziału przedstawia niektóre obserwable. Już nawet dla rozpraszania nukleon-deuteron jest ich bardzo dużo. W części drugiej pracy dyskutowane będą niepewności statystyczne wielu z nich. Obserwable zdefiniowane są w oparciu o amplitudę rozpraszania nukleon-deuteron. Pokazano jak wyliczać różniczkowy przekrój czynny oraz tak zwane zdolności analizujące (wektorową i tensorową). Wielkości te są na ogół mierzone w eksperymentach. Jedynie wspomniane są współczynniki korelacji spinowych i współczynniki transferu spinu. Trochę brakuje ich definicji w następnych rozdziałach kiedy są dyskutowane ich niepewności statystyczne.

Dwa następne rozdziały (piąty i szósty) przedstawiają wyniki uzyskane przez

autora dysertacji i oparte są o formalizm dyskutowany we wcześniejszych rozdziałach.

W rozdziale piątym dyskutowane są niepewności statystyczne dla rozpraszania elastycznego (szczegółowo) i nieelastycznego (nieco krócej). Dominujący podrozdział 5.1 dotyczy rozpraszania elastycznego. Struktura prezentowania wyników jest następująca: autor pokazuje niepewności uzyskane dla wszystkich rzędów potencjału chiralnego i potencjału grupy z Granady. Prezentacja wyników rozpoczyna się od prezentacji rozkładów kątowych w funkcji kąta rozpraszania w układzie środka masy (rysunki 5.1 i 5.2). Niepewności statystyczne uzyskane dla wszystkich potencjałów są bardzo małe, mniejsze niż różnice pomiędzy rozkładami uzyskanymi dla różnych potencjałów. Autor pokazuje wyniki dla kilku energii E_{lab} . Podobne wyniki zaprezentowano dla wektorowej (rysunek 5.3) i tensorowych (rysunki 5.4, 5.5 i 5.6) zdolności analizujących. Sytuacja tutaj jest podobna jak dla różniczkowego przekroju czynnego. Zgodności z danymi eksperymentalnymi, szczególnie dla wyższych energii, są czasami nienajlepsze. Być może wynika to z zaniedbania oddziaływań trzynukleonowych, które nie zostały uwzględnione w prezentowanych badaniach "pilotażowych". Proszę o wyjaśnienie tej kwestii podczas obrony publicznej. Następnie autor przedstawia wyniki dla spinowych współczynników korelacji C_{ij} (rysunki 5.8-5.17), również w funkcji kąta rozproszenia. Czasami prezentowane są "proste" współczynniki korelacji $i, j = x, y, z$, czasami ich, z jakiegoś powodu interesujące kombinacje liniowe. Sytuacja pozostaje podobna jak dla prostszych obserwacji, więc nie będę jej szczegółowo omawiać. Jak należało przypuszczać rozbieżności pomiędzy wynikami uzyskanymi w różnym rzędzie podejścia chiralnego są większe dla większych energii. Współczynniki transferu spinu (od nukleonu do nukleonu) pokazano na rysunkach 5.19-5.30. W tym przypadku nie pokazano danych eksperymentalnych, które chyba nie istnieją. Proszę o wyjaśnienie tej kwestii podczas publicznej obrony. Również dla tego typu bardziej skomplikowanych obserwacji niepewności statystyczne pozostają małe, mniejsze niż rozbieżności pomiędzy modelami.

Następnie autor przechodzi do ilustracji tak zwanych niepewności obcięcia, wynikających ze skończonego rzędu rozwinięcia chiralnego. Na rysunku 5.31 porównano niepewności obcięcia z dyskutowanymi poprzednio niepewnościami statystycznymi dla tensorowej iT_{11} zdolności analizującej. Dla wyższych energii pasy niepewności wynikające ze skończonego rzędu wydają się znacząco większe niż pasy niepewności statystycznej. Wyniki zestawiono również w postaci numerycznej w Tabeli 5.1. Następnie autor pokazuje wyniki w "Bayesian approach" które uważa za bardziej wiarygodne. Autor pokazuje odpowiednie pasy niepewności dla rozkładów kątowych (rysunek 5.32), wektorowej i tensorowych zdolności analizujących (rysunki 5.33 i 5.34, 5.35, 5.37) a następnie współczynniki korelacji spinowych (rysunek 5.35) oraz współczynniki transferu spinu (rysunki 5.36 i 5.37). Pokazane są pasy dla rzędów N^2LO i N^4LO . Szczególnie szerokie są

(zielone) pasy niepewności obciążenia dla podejścia N^2LO , co w pełni uzasadnia prace związane z wyższymi rzędami rozwinięcia. Pasy dla podejścia N^4LO są znacząco mniejsze co pokazuje zbieżność całej metody. Rysunek 5.38 pokazuje tę zbieżność jeszcze lepiej na przykładzie rozkładów kątowych. Pokazane są niepewności wszystkich rzędów.

Jako ostatni punkt analizy rozpraszania elastycznego nukleon-deuteron autor analizuje zależność wyników od wartości tak zwanego regulatora. Rozważa cztery wartości parametru obciążenia w przedziale $\Lambda = 400 - 550$ GeV. Moim zdaniem wybór tych wartości wydaje się nieco arbitralny. Dlaczego nie użyto szerszego zakresu? Autor systematycznie analizuje rozkład kątowy (rysunek 5.39), tensorową zdolność analizującą iT_{11} (rysunek 5.40) czy współczynnik korelacji spinowej C_{zz} (rysunek 5.41). Większe rozbieżności wyników można zaobserwować tylko dla tej ostatniej obserwacji. Ale przypominam, że ograniczono się do pewnego, nieco arbitralnego, zakresu wartości parametru Λ . Na rysunkach 5.42 (rozkłady kątowe), 5.43 (tensorowa zdolność analizująca iT_{11}) i 5.44 (współczynnik korelacji spinowej C_{zz}) porównano niepewności statystyczne i te wynikające z wyboru parametru obciążenia. Autor konkluduje, że niepewności wynikające z wyboru stałej obciążenia są większe niż niepewności statystyczne.

Krótki podrozdział 5.2 zajmuje się niepewnościami wyników pięciokrotnie różniczkowego przekroju czynnego i wektorowej zdolności analizującej A_y dla przypadku reakcji breakup-u deuteronu. Wyniki zaprezentowano w funkcji długości łuku krzywej na diagramie Dalitza (rysunki 5.45 i 5.46) dla kilku konfiguracji kątowych oraz w funkcji E_1 (rysunek 5.47). E_1 nie jest zdefiniowane, przynajmniej w okolicach rysunku 5.47. Niepewności statystyczne dla reakcji breakup-u wydają się nieco większe niż dla elastycznego rozpraszania nukleon-deuteron, ale ciągle pozostają raczej małe.

Rozdział szósty zajmuje się korelacjami pomiędzy różnymi obserwablami, dwu- i trzy-nukleonowymi. Wyliczany jest estymator współczynnika korelacji.

Podrozdział 6.1 dyskutuje obserwable dwunukleonowe. Wstępnie, dla ilustracji, pokazano wyniki dla ośmiu różnych obserwacji dla rozpraszania neutron-proton (rysunki 6.1-6.8). Wyniki uzyskane zostały poprzez rozwiązanie równania Lippmana-Schwingera. Dyskutowane są kolejno: rozkład kątowy (rysunek 6.1), polaryzacja (rysunek 6.2), depolaryzacja R (rysunek 6.3), depolaryzacja R' (rysunek 6.4), asymetria A (rysunek 6.5), asymetria A' (rysunek 6.6), parametr korelacji spinowej C_{NN} (rysunek 6.7), współczynnik transferu spinu (rysunek 6.8). Podobnie jak dla rozpraszania neutron+deuteron w rozdziale piątym pokazano wyniki dla czterech różnych energii zderzenia. Wyniki te zostały uzyskane w oparciu o centralne wartości parametrów potencjału. Z kilkoma wyjątkami, różne potencjały dają bardzo podobne przewidywania. Na rysunku 6.9 pokazano tak zwany "scatter plot" dla wartości różniczkowego przekroju czynnego $d\sigma/d\Omega$ i asymetrii A' . Pokazano wyniki dla dwóch różnych kątów rozproszenia i dwóch różnych energii. Wyniki uzyskane dla mniejszej energii wykazu-

ją skorelowanie a te dla większej energii raczej nie. Potwierdza to wyliczony i podany w tekście współczynnik korelacji. Na rysunkach 6.10 i 6.11 pokazano podobny plot dla $(d\sigma/d\Omega, R)$ i (P, A) . W pierwszym przypadku (rysunek 6.10) obserwujemy skorelowanie dla niższej energii. W drugim przypadku (rysunek 6.11) skorelowanie nie jest już tak oczywiste. Na rysunkach 6.12 - 6.14 porównano "scatter plots" dla dwóch różnych potencjałów: N^4LO i OPE . Na rysunku 6.12 pokazano diagramy korelacyjne dla $(d\sigma/d\Omega, R)$, na rysunku 6.13 dla $(d\sigma/d\Omega, P)$ i na rysunku 6.14 dla (R, D) . Silne korelacje widać szczególnie dla (R, D) . Wyniki dla dwóch rozważanych potencjałów znajdują się na ogół w różnych miejscach rozważanych przestrzeni dwuwymiarowych. Ostatni z serii "scatter plot" przedstawia korelacje $(d\sigma/d\Omega, P)$ i $(d\sigma/d\Omega, A)$ dla różnych energii i arbitralnie wybranych kątów rozpraszania. Na tym rysunku pokazano również punkty eksperymentalne. Widzimy dobrą zgodność obliczeń teoretycznych z wynikami eksperymentalnymi. Nie wydaje się to dziwne skoro dane eksperymentalne na rozpraszanie dwunukleonowe zostało użyte do znalezienia parametrów potencjału przez grupę Bonn-Bochum i grupę z Granady. Następną grupę rysunków (6.16-6.21) pokazuje zależność współczynnika korelacji różnych par zmiennych (obserwabi) w funkcji kąta rozpraszania dla różnych energii zderzenia. Na rysunku 6.16 pokazano $r(R, A)$ i $r(R, D)$, na rysunku 6.17 $r(d\sigma/d\Omega, P)$ i $r(d\sigma/d\Omega, R')$, na rysunku 6.18 $r(d\sigma/d\Omega, R)$ i $r(d\sigma/d\Omega, A')$, na rysunku 6.19 $r(d\sigma/d\Omega, D)$ i $r(d\sigma/d\Omega, P)$, na rysunku 6.20 $r(R, A')$ i $r(R', A)$ i na rysunku 6.21 $r(P, R)$ i $r(P, A)$. We wszystkich przypadkach współczynnik korelacji mocno zależy zarówno od kąta rozpraszania jak i modelu potencjału czy rzędu rozwinięcia chiralnego. Zależności przedstawione na powyższych rysunkach są raczej trudne do zrozumienia a co za tym idzie trudne do przewidzenia. Można z nich wywnioskować czy różne obserwable dostarczają istotnie nowych informacji używanych do wyznaczenia parametrów potencjału. Metoda dostarcza więc interesującej informacji, moim zdaniem, trudnej jednak do praktycznego wykorzystania. Dotychczasowe korelacje dotyczyły zmiennych rozproszonych. Na rysunku 6.22 pokazano "scatter plot" dla energii wiązania deuteronu i różniczkowego przekroju czynnego dla wybranych kątów. Na oko trudno dostrzec jakiegoś skorelowania. Na rysunku 6.23 przedstawiono odpowiednio współczynnik korelacji w funkcji kąta rozproszenia. Widać pewne korelacje, które silnie zależą od rzędu rozwinięcia. Podobnie jest dla $r(A, E_d)$. Trudno więc o ogólne wnioski. Autor dokonuje jednak pewnego podsumowania, które jest bardzo szczegółowe a przez to trudne do zapamiętania i ewentualnego zastosowania. Na koniec tego podrozdziału dyskutowana jest korelacja $d\sigma/d\Omega$ lub P i pewnych parametrów potencjałowych. Widać tu znaczące korelacje, które pozwalają lepiej zrozumieć jaki zakres danych eksperymentalnych jest pożądanym w celu lepszego wyciągnięcia danego parametru potencjałowego.

Podrozdział 6.2 dyskutuje korelacje w ramach obserwabi trzynukleonowych. Struktura tego podrozdziału jest analogiczna jak struktura podrozdziału 6.1.

Prezentacja rozpoczyna się od "scatter plots". Na rysunku 6.25 pokazano $(d\sigma/d\Omega)$, na rysunku 6.26 (A, iT_{11}) , na rysunku 6.27 (C_{yy}, C_{xx}) , na rysunku 6.28 $(C_{xx}, K_y^{y'})$, na rysunku 6.29 $(K_y^{y'}(n), K_x^{x'}(n))$, na rysunku 6.30 $(K_y^{y'}(n), K_z^{x'y'}(d))$ na rysunku 6.31 (A_y, iT_{11}) i na rysunku 6.32 $(K_y^{y'}(n), K_x^z(n))$. W niektórych przypadkach widać wyraźne korelacje, szczególnie dla niskiej energii, w niektórych korelacje są bardzo słabe. W celu ilustracji ilościowej na rysunkach 6.33-6.42 pokazano współczynnik korelacji dla najróżniejszych par zmiennych związanych z rozpraszaniem $n+d$ w funkcji kąta rozproszenia. Nie będę wymieniać rozważonych przykładów. Generalnie obserwuje się współczynniki korelacji znacząco różny od zera i zmieniający się mocno od modelu do modelu. Autor przedstawił stronę różnych obserwacji. Rysujący się obraz nie jest jednak prosty do interpretacji. Powyższa analiza została wykonana dla jednej wartości parametru obcięcia $\Lambda = 450$ MeV. Na rysunku 6.43 pokazano współczynnik korelacji dla (C_{xx}, C_{yy}) i (A_y, iT_{11}) i różnych wartości parametru Λ . Podobnie jak dla obserwacji dwunukleonowych wyniki zależą w sposób widoczny od wartości parametru obcięcia. Na koniec przedstawiono studium korelacji zmiennych rozproszonych i energii wiązania 3H . Na rysunku 6.44 pokazano "scatter plot" dla $({}^2a_{nd}, E({}^3H))$ (rysunek 6.44) i $(d\sigma/d\Omega, E({}^3H))$ (rysunek 6.45). W pierwszym przypadku dostaje się bardzo silną korelację i wyniki układają się na linii zwanej "Phillips line". W drugim przypadku korelacja jest bardzo słaba.

Rozdział siódmy jest podsumowaniem całej rozprawy doktorskiej. W zasadzie podsumowanie jest zebraniem podsumowań częściowych, po rozdziale piątym i szóstym. Autor sam podkreśla innowacyjne elementy rozprawy takie jak:

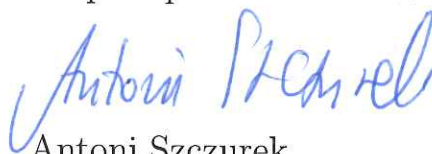
- użycie macierzy kowariancji parametrów potencjałowych, o ile dobrze rozumiem po raz pierwszy, dla obserwacji trzynukleonowych,
- próbkowanie zbiorów parametrów potencjałowych,
- wyznaczenie błędów statystycznych obserwacji trzynukleonowych,
- wyznaczenie korelacji pomiędzy obserwablami
- wyznaczenie zależności współczynnika korelacji od rzędu rozwinięcia.

Praca zawiera również trzy dodatki. Dodatek A dotyczy sposobu próbkowania parametrów potencjału chiralnego. Dołączono prosty program przygotowany przez autora. Dodatek B dyskutuje pewne szczegóły wyznaczania błędów obcięcia wynikających ze skończonego rzędu rozwinięcia chiralnego. Na rysunkach B1-B4 pokazano błędy różnych obserwacji w funkcji kąta rozproszenia. Nie do końca rozumiem dlaczego te rysunki znalazły się w dodatku a nie zostały umieszczone w głównym tekście, Dodatek C zawiera zestawienie błędów parametrów modelu chiralnego (tabela C1) oraz macierz kowariancji dla potencjału N^4LO (tabela C2).

W moim przekonaniu praca jest bardzo wartościowa gdyż po raz pierwszy wyznacza błędy statystyczne wynikające z niedokładnej znajomości parametrów oddziaływania nukleon-nukleon dla obserwabli trójnukleonowych. Działanie autora świetnie wpisuje się w nowoczesny trend podawania wyników z tak zwanym błędem (niepewnością) obliczeń.

Praca doktorska jest starannie zredagowana i napisana fachowym językiem. Niedociągnięcia językowe są raczej drobne. Rysunki są czytelne i starannie przygotowane.

Podsumowując, przedstawiona mi rozprawa doktorska jest interesująca i spełnia wszystkie wymagania stawiane rozprawom doktorskim. Wnoszę o dopuszczenie pani Yuriya Volkotrubu do dalszych etapów przewodu doktorskiego, w tym do publicznej obrony.



Antoni Szczurek
Kraków, 8.09.2021