BAB II
LANDASAN TEORI

Bab ini terdiri dari tiga subbab, yaitu tinjauan pustaka, landasan teori, dan kerangka pemikiran.

2.1 Tinjauan Pustaka

Box dan Jenkins (1976) pertama kali memperkenalkan suatu model yang menyatakan observasi pada waktu sekarang sebagai fungsi linier terhadap beberapa observasi dan residu sebelumnya. Model yang dikembangkan oleh Box dan Jenkins ini disebut ARIMA. ARIMA dapat digunakan untuk meramalkan data runtun waktu berpola stasioner, *trend*, dan musiman. Namun, jika runtun waktu tersebut memiliki pola nonlinier maka keakuratan ARIMA menjadi berkurang.

Fuzzy time series (*FTS*) pertama kali diperkenalkan oleh Song dan Chissom (1993a, 1993b) yang meneliti model runtun waktu berdasarkan relasi *fuzzy* dan logika peramalan. Chen (1996) mengembangkan *FTS* yang memiliki operasi sederhana pada tahap defuzzifikasi dan tidak memperhatikan adanya pembobotan berdasarkan pengulangan dan urutan waktu. Data yang digunakan dalam penelitian Chen (1996) adalah data jumlah pendaftar di Universitas Alabama. Berdasarkan *root mean square error* (*RMSE*), *FTS* metode Chen lebih akurat daripada *FTS* metode Song dan Chissom.

Untuk meningkatkan keakuratan *FTS*, beberapa peneliti mengusulkan adanya pengulangan dan pembobotan pada pemodelan *FTS*. Yu (2005) mengusulkan adanya pengulangan dan pembobotan secara linier berdasarkan urutan waktu. Dengan data yang sama dengan penelitian Chen (1996), hasil penelitian Yu (2005) menunjukkan bahwa *FTS* metode Yu memiliki *RMSE* yang lebih sedikit daripada *FTS* metode Chen. Cheng (2008) mengusulkan adanya pembobotan secara linier berdasarkan banyaknya pengulangan pada setiap himpunan *fuzzy*. Dengan data yang sama dengan penelitian Chen (1996), hasil penelitian Cheng (2008) menunjukkan bahwa *FTS* metode Cheng memiliki *RMSE* yang lebih sedikit daripada *FTS* metode Chen dan *FTS* metode Yu. Lee dan Suhartono (2010) mengusulkan adanya pengulangan dan pembobotan secara eksponensial berdasarkan urutan waktu. Dengan data yang sama dengan penelitian Chen (1996), hasil penelitian Lee dan Suhartono (2010) menunjukkan bahwa *FTS* metode Lee memiliki *RMSE* yang lebih sedikit daripada *FTS* metode Chen, *FTS* metode Yu, dan *FTS* metode Cheng.

Model hibrida pertama kali diperkenalkan oleh Zhang (2003). Menurut Zhang (2003), jarang ditemukan data runtun waktu yang murni linier maupun nonlinier sehingga satu metode mungkin tidak cukup baik untuk meramalkan data runtun waktu tersebut. Zhang (2003) meneliti tentang model hibrida ARIMA dan *neural network* (*NN*) serta menerapkannya pada kasus *lynx* Canada, bilangan *sunspot*, dan kurs mata uang BP/USD. Hasil penelitian Zhang (2003) menunjukkan bahwa model hibrida ARIMA dan *NN* memiliki *RMSE* yang lebih sedikit daripada model tunggal ARIMA maupun *NN*.

Model hibrida Winter dan *FTS* diteliti oleh Lee dan Suhartono (2011) untuk meramalkan data berpola *trend* dan musiman serta menerapkannya pada peramalan jumlah kedatangan turis di Bali melalui Bandara Ngurah Rai. Pembobot Chen (1996), Yu (2005), Cheng (2008), dan Lee (2010) digunakan pada tahap pemodelan *FTS* untuk mendapatkan model terbaik. Hasil penelitian Lee dan Suhartono (2011) menunjukkan bahwa model hibrida Winter dan *FTS* metode Lee memiliki *RMSE* yang lebih sedikit daripada model tunggal Winter dan model hibrida ARIMA dan *FTS* dengan pembobot yang lain. Penelitian ini membahas tentang model hibrida ARIMA dan *FTS* untuk meramalkan data berpola *trend* serta menerapkannya pada peramalan jumlah barang yang dimuat pada penerbangan domestik di BSH.

2.2 Landasan Teori

Pada subbab ini, diberikan beberapa teori tentang model hibrida ARIMA dan *FTS* untuk meramalkan data berpola *trend* yaitu, model runtun waktu, model ARIMA mulai tahap identifikasi hingga pengecekan diagnostik model, model *FTS*, model hibrida, dan *RMSE*.

2.2.1 Model Runtun Waktu dan Kestasioneran

Model runtun waktu dapat digunakan untuk meramalkan data pada waktu yang akan datang. Menurut Makridakis (1995), peramalan kuantitatif dapat diterapkan apabila memenuhi tiga kondisi, yaitu tersedia informasi tentang masa lalu, informasi dapat diubah menjadi data numerik, dan diasumsikan bahwa aspek pola data di masa lalu akan terus berlanjut di masa mendatang.

Beberapa model runtun waktu memerlukan asumsi bahwa data harus berada dalam keadaan stasioner. Asumsi stasioner harus dipenuhi agar nilai kesalahan ramalan dapat diminimumkan. Stasioner merupakan suatu pola data yang berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata yang konstan dan tidak memperlihatkan perubahan variansi yang signifikan dari waktu ke waktu. Menurut Wei (2006), jika data tidak stasioner terhadap variansi maka dapat digunakan transformasi Box-Cox z_t^{λ} dengan memilih sembarang λ sehingga data stasioner terhadap variansi. Jika data tidak stasioner terhadap rata-rata maka data harus dilakukan pembedaan sebanyak d kali hingga data tersebut stasioner terhadap rata-rata. Kestasioneran data dapat dilihat dari plot data atau plot fungsi autokorelasi.

2.2.2 Fungsi Autokorelasi dan Fungsi Autokorelasi Parsial

Fungsi autokorelasi (*ACF*) merupakan fungsi yang menunjukkan besarnya korelasi antara observasi pada waktu t dengan observasi waktu sebelumnya. Sedangkan fungsi autokorelasi parsial (*PACF*) merupakan fungsi yang menunjukkan besarnya korelasi parsial antara observasi pada waktu t dengan observasi waktu sebelumnya. *ACF* dan *PACF* berturut-turut dapat digunakan untuk mengidentifikasi orde *moving average* dan *autoregressive*. Selain itu, *ACF* juga dapat digunakan untuk mengidentifikasi pola data. Menurut Wei (2006), suatu runtun waktu dikatakan stasioner jika nilai *ACF* untuk beberapa *lag* awal berbeda dengan nol kemudian *lag* selanjutnya turun signifikan menuju nol. Sedangkan jika nilai *ACF* turun secara perlahan mendekati nol atau membentuk pola tertentu maka runtun waktu tidak stasioner. *ACF* antara z_t dan z_{t+k} adalah

$$\rho_k = Corr\ (z_t\ , z_{t+k}) = \frac{Cov(z_t\ , z_{t+k})}{\sqrt{Var(z_t\ )}\sqrt{Var(z_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0},$$

dengan $\gamma_0 = Var(z_t) = Var(z_{t+k})$.

Menurut Wei (2006), autokorelasi parsial antara z_t dan z_{t+k} dinyatakan sebagai

$$\emptyset_{kk} = Corr(z_t, z_{t+k}|z_{t+1}, \dots, z_{t+k-1}) = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \emptyset_{k-1,j}\rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \emptyset_{k-1,j}\rho_j}.$$

PACF digunakan untuk mengukur tingkat keeratan hubungan antara z_t dan z_{t+k} apabila pengaruh dari $z_{t+1}, z_{t+2}, \dots, z_{t+k-1}$ dianggap terpisah.

2.2.3 Model *Autoregressive*

Autoregressive (AR) merupakan suatu model yang menyatakan observasi pada waktu t sebagai fungsi linier terhadap p waktu sebelumnya ditambah sebuah residu random ε_t. Model AR (p) oleh Cryer (1986) dinyatakan sebagai

$$z_t = \emptyset_1 z_{t-1} + \emptyset_2 z_{t-2} + \cdots + \emptyset_p z_{t-p} + \varepsilon_t;\ \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

dengan z_t dan ε_t adalah nilai sebenarnya dan residu random pada waktu t, $\emptyset_i (i = 1,2, \dots, p)$ adalah parameter AR, dan p adalah orde AR.

2.2.4 Model *Moving Average*

Moving average (MA) merupakan suatu model yang menyatakan observasi pada waktu t sebagai fungsi linier terhadap q residu sebelumnya ditambah sebuah residu random ε_t. Model MA (q) oleh Cryer (1986) dinyatakan sebagai

$$z_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q};\ \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

dengan z_t dan ε_t adalah nilai sebenarnya dan residu random pada waktu t, $\theta_j (j = 1,2, \dots, q)$ adalah parameter MA, dan q adalah orde MA.

2.2.5 Model *Autoregressive Moving Average*

Autoregressive moving average (ARMA) merupakan gabungan antara model AR (p) dan MA (q). Model ARMA (p, q) oleh Cryer (1986) dinyatakan sebagai

$$z_t = \sum_{i=1}^{p} \emptyset_i z_{t-i} - \sum_{j=1}^{q} \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t;\ \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

dengan z_t dan ε_t adalah nilai sebenarnya dan residu random pada waktu t, $\emptyset_i (i = 1,2, \dots, p)$ dan $\theta_j (j = 1,2, \dots, q)$ adalah parameter AR dan MA, dan p dan q adalah orde AR dan MA.

2.2.6 Model *Autoregressive Integrated Moving Average*

Model *Autoregressive Integrated Moving Average* **(**ARIMA) merupakan model runtun waktu ARMA (p, q) yang memperoleh pembedaan sebanyak *d* kali. Tujuan melakukan pembedaan adalah untuk mengubah runtun waktu yang tidak stationer menjadi stasioner. Proses pembedaan pada suatu runtun waktu dengan orde d adalah

$$y_t = (1 - B)^d z_t; d = 1, 2, \dots, n$$

dengan *B* adalah *operator backshift.* Model ARIMA (p, d, q) oleh Cryer (1986) dinyatakan sebagai

$$y_t = \sum_{i=1}^{p} \emptyset_i y_{t-i} - \sum_{j=1}^{q} \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t;\ \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2).$$

Dalam penelitian ini, ARIMA digunakan untuk menganalisis pola *trend* pada runtun waktu.

2.2.7. *Fuzzy Time Series*

Fuzzy time series (*FTS*) pertama kali diperkenalkan oleh Song dan Chissom (1993a, 1993b) yang meneliti model runtun waktu berdasarkan relasi *fuzzy* dan logika peramalan. Berikut adalah definisi tentang konsep-konsep *fuzzy* yang digunakan dalam *FTS* menurut Song dan Chissom (1993a,1993b).

Definisi 2.1. *Misalkan $Z(t)$ adalah runtun waktu yang telah didefinisikan oleh himpunan fuzzy $F(t)$. Jika $F(t)$ terdiri atas $f_i(t)(i = 1, 2, \dots, n)$ maka $F(t)$ disebut fuzzy time series pada $Z(t)$.*

Definisi 2.2. *Misalkan U adalah semesta pembicaraan, kemudian U dibagi menjadi beberapa subinterval $u_1, u_2, \dots, u_n$. Suatu himpunan fuzzy A_i dari U didefinisikan oleh*

$$A_i = f_{A_i}(u_1)/u_1 + f_{A_i}(u_2)/u_2 + \cdots + f_{A_i}(u_n)/u_n$$

dengan f_{A_i} adalah fungsi keanggotaan dari A_i, $f_{A_i}(u_i)$ adalah nilai keanggotaan dari u_i dalam A_i, $f_{A_i}(u_i) \in [0,1]$ dan $1 \leq i \leq n$.

Definisi 2.3. *Misalkan $F(t - r)$ adalah A_i dan $F(t)$ adalah A_j, fuzzy logical relationship (FLR) orde tunggal ke-r didefinisikan sebagai $A_i \rightarrow A_j$ dengan A_i disebut left hand side (LHS) dan A_j disebut right hand side (RHS).*

Definisi 2.4. *FLR dengan himpunan fuzzy yang sama dengan di LHS dapat dikelompokkan ke dalam suatu fuzzy logical relationship group (FLRG). Misalkan terdapat beberapa FLR seperti* $A_i \rightarrow A_{j1}, A_i \rightarrow A_{j2}, \dots, A_i \rightarrow A_{jk}$. *Beberapa FLR tersebut dapat dikelompokkan ke dalam suatu FLRG berikut* $A_i \rightarrow A_{j1}, A_{j2}, \dots, A_{jk}$.

Pada penelitian ini, *FTS* digunakan untuk memodelkan residu model ARIMA. Untuk memperoleh model terbaik, pada pemodelan residu digunakan *FTS* orde tunggal pertama, kedua, ketiga, dan keempat dengan pembobot Chen (1996), Yu (2005), Cheng (2008), dan Lee (2010).

2.2.8 Model Hibrida

Menurut Zhang (2003), data runtun waktu yang terdiri dari pola linier dan nonlinier dapat dituliskan dalam persamaan

$$z_t = L_t + N_t$$

dengan L_t dan N_t merupakan pola linear dan nonlinier dari z_t. Oleh karena itu, untuk meramalkan data runtun waktu dapat dilakukan dengan menggabungkan model linier dan nonlinier. Dalam penelitian ini, ARIMA digunakan sebagai model linier dan *FTS* digunakan sebagai model nonlinier. Model hibrida ARIMA dan *FTS* diperoleh dengan menggabungkan model ARIMA dan *FTS*.

2.2.9 *Root Mean Square Error*

Menurut Zhang (2003), *root mean square error* (*RMSE*) dapat digunakan sebagai kriteria untuk menentukan model terbaik. *RMSE* adalah akar kuadrat dari rata-rata kesalahan peramalan. Dalam bentuk persamaan, *RMSE* dapat ditulis

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(z_t - \hat{z}_t)^2}{n}}$$

dengan z_t adalah nilai sebenarnya pada waktu t, $\hat{z}_t$ adalah nilai ramalan pada waktu t, dan n adalah jumlah nilai yang diramalkan.

2.3 Kerangka Pemikiran

Permasalahan dalam dunia nyata jarang ditemukan runtun waktu yang murni linier maupun murni nonlinier sehingga satu metode mungkin tidak cukup baik untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Oleh karena itu, runtun waktu dapat dimodelkan dengan menggabungkan model linier dan model linier. Dengan menggabungkan model linier dan model nonlinier, maka permasalahan runtun waktu pada komponen linier dan nonlinier dapat didekati.

Penelitian ini membahas tentang model hibrida ARIMA dan *FTS* untuk meramalkan data berpola *trend*. Model ARIMA digunakan sebagai pendekatan linier dan model *FTS* digunakan sebagai pendekatan nonlinier. Untuk menentukan model terbaik, pada tahap pemodelan *FTS* digunakan beberapa orde dan pembobot. Model yang memiliki *RMSE* terkecil digunakan untuk peramalan.