大林算法设计作业

大林算法设计作业 [redacted]

1. ① 求广义对象的脉冲传递函数 $G(z)$

由题可知 $G(s)=\dfrac{10e^{-12s}}{(20s+1)(30s+1)}$　　$\tau=NT$　$N=6$

$$G(z)=Z[G(s)G_h(s)]=Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot G(s)\right]=(1-z^{-1})Z\left[\frac{G(s)}{s}\right]$$

由公式可知 $G(z)=\dfrac{k(c_1+c_2z^{-1})z^{-(N+1)}}{(1-e^{-\frac{T}{T_1}}z^{-1})(1-e^{-\frac{T}{T_2}}z^{-1})}$

$$c_1=1+\frac{1}{T_2-T_1}\left[T_1e^{-\frac{T}{T_1}}-T_2e^{-\frac{T}{T_2}}\right]=1+2e^{-\frac{1}{10}}-3e^{-\frac{1}{15}}\approx 0.0031$$

$$c_2=e^{-T(\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2})}+(T_1e^{-\frac{T}{T_2}}-T_2e^{-\frac{T}{T_1}})\frac{1}{T_2-T_1}=e^{-\frac{1}{6}}+2e^{-\frac{1}{15}}-3e^{-\frac{1}{10}}\approx 0.0030$$

故 $G(z)=\dfrac{(0.031+0.03z^{-1})z^{-7}}{(1-0.905z^{-1})(1-0.936z^{-1})}=\dfrac{0.031[1+0.967z^{-1})z^{-7}}{(1-0.905z^{-1})(1-0.936z^{-1})}$

② 确定T_0和τ，求闭环脉冲传递函数

期望的闭环传函 $\Phi(s)=\dfrac{1}{10s+1}e^{-12s}$

$$\Phi(z)=Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot\Phi(s)\right]=\frac{[1-e^{-\frac{T}{T_0}}]z^{-7}}{1-e^{-\frac{T}{T_0}}z^{-1}}=\frac{0.181z^{-7}}{1-0.819z^{-1}}$$

③ 将$G(z)$和$\Phi(z)$代入，得到数字控制器 $D(z)$

$$D(z)=\frac{1}{G(z)}\cdot\frac{\Phi(z)}{1-\Phi(z)}=\frac{(1-0.905z^{-1})(1-0.936z^{-1})\cdot 0.181}{\underbrace{(0.031+0.03z^{-1})}[1-0.819z^{-1}-0.181z^{-7}]}$$

在$D(z)$中靠近 $z=-1$的两个因子中令 $z=1$来消除振铃现象

则 $D(z)=\dfrac{(1-0.905z^{-1})(1-0.936z^{-1})\cdot 0.181}{0.061(1-0.819z^{-1}-0.181z^{-7})}=\dfrac{2.967(1-0.905z^{-1})(1-0.936z^{-1})}{(1-0.819z^{-1}-0.181z^{-7})}$

matlab 仿真

①使用 matlab 进行计算结果的验证

为了确保我计算的结果准确无误，在绘制出消除振铃前后的系统单位阶跃响应曲线 y(t)及其相应的控制器输出曲线 u（k）之前，我先用 matlab 再次求取了广义对象的脉冲传递函数 G(Z)、闭环脉冲传递函数φ(Z)、数字控制器 D(Z)。

首先定义了一个连续时间传递函数 $G(s)$，然后通过零阶保持器方法将其转换为离散时间传递函数$Gd(z)$。接着，通过引入纯滞后来调整传递函数，最后以零点-极点-增益的格式显示结果。用如下代码可以得到 G(Z)。

```
% 原系统传递函数参数
num = 10;
den = conv([20 1], [30 1]);

G = tf(num, den)
Gd=c2d(G,T,'zoh');        %零阶保持器
Gd = Gd*tf([1], [1, zeros(1, 6)], T)     %加纯滞后
Gd.Variable = 'z^-1'
zpk(Gd)     %展示为零极点模式
```

同理，已知闭环系统期望的时间常数可选为 10s，时延常数τ与被控对象环节里的时延一样，于是可以得到期望的闭环传函$\varphi(s)=\frac{1*e^{12s}}{10s+1}$，再进行 Z 变换可得$\varphi(Z)$。

```
hope = tf([1],[10,1])  %期望传函
hope_d=c2d(hope,T,"zoh")    %零阶保持器
hope_d = hope_d*tf([1], [1, zeros(1, 6)], T)
%期望传函加纯滞后
hope_d.Variable = 'z^-1'
zpk(hope_d)
```

而数字控制器 $D(Z)=\frac{1}{G(Z)}\frac{\varphi(Z)}{1-\varphi(Z)}$,结合上两步可以得到 D(Z)的表达式。

```
D_Z =hope_d/ (1-hope_d) /Gd  %数字控制器
D_Z=minreal(D_Z); %零极点对消，就是约分
D_Z.Variable = 'z^-1';
D_Z.Variable = 'z'
zpk(D_Z)
[num,den]=tfdata(D_Z)
```

matlab 中得到的结果如下图 1 所示，可以发现和计算结果基本吻合。

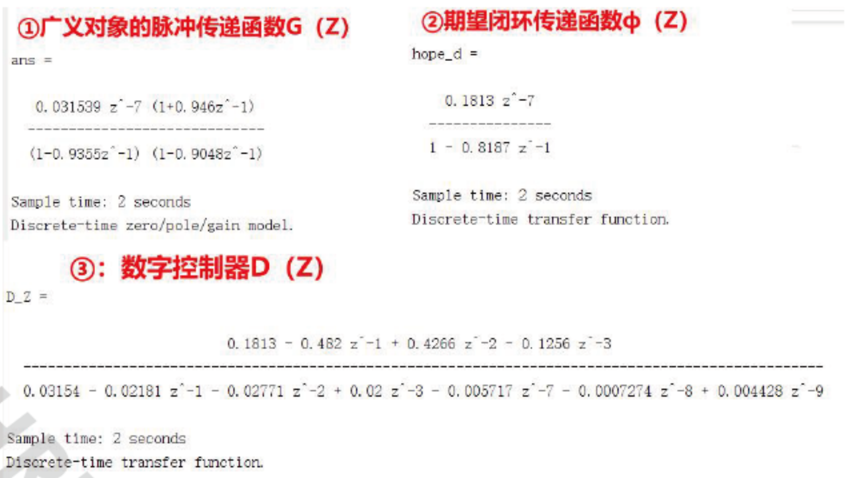

图 1 matlab 计算数字控制器的结果

①求取系统的单位阶跃响应和控制器输出

- **消除振铃前的系统**

为了更直观展现系统的状态，我利用 simulink 搭建了系统的传递函数模型，将一个连续时间系统的传递函数通过数字控制器进行离散化处理，并对其响应进行仿真。通过运行仿真并观察 Scope 示波器模块中的系统响应，可以直观地看到数字控制器对具有传输延迟的连续系统的动态行为。这种设计方法不仅能够验证控制器的性能，还能帮助我们更好地理解系统在不同输入条件下的响应。仿真模型如下图 2 所示。

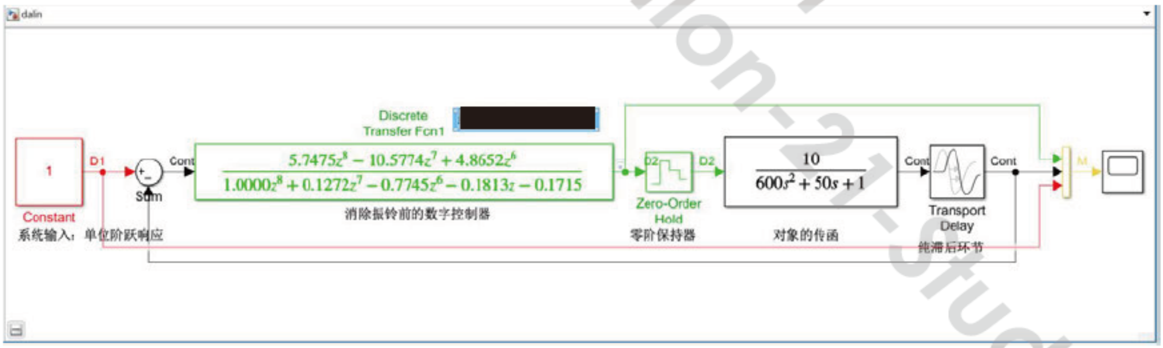

图 2 消除振铃前的系统仿真模型

运行仿真，打开示波器，可以看到系统输入、控制器输出、系统输出三条曲线。其中黄色曲线（控制器输出）存在明显的振铃现象，数字控制器的输出序列大幅度波动。这表明当前离散控制器的设计可能不稳定或不适应系统，可能由控制器参数不当、离散化误差或系统延迟效应引起。红色曲线表示单位阶跃输入信号，始终为 1，而蓝色曲线表示系统输出，几乎没有超调，大概在时间为 45s 时到达稳态。曲线如下图 3 所示。

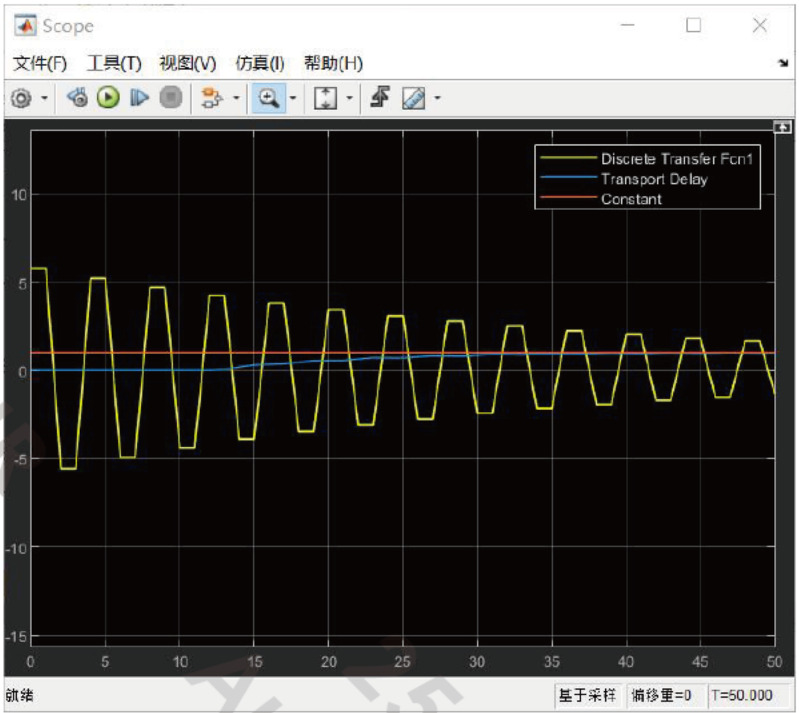

图 3 消除振铃前的系统响应

黄色曲线——数字控制器的输出

蓝色曲线——系统的单位阶跃响应曲线

红色曲线——系统的输入

- **消除振铃后的系统**

为了消除振铃，可以先找出 D(Z)中引起振铃现象的因子（Z=-1 附近的极点），然后令其中的 Z=1。根据终值定理,这样处理不影响输出量的稳态值,但却改变了数字控制器的动态特性，将影响闭环系统的瞬态性能。

也就是令 $0.031+0.03z^{-1}$这一项中的 z=-1，得到新的数字控制器，仿真模型如下图 4 所示。

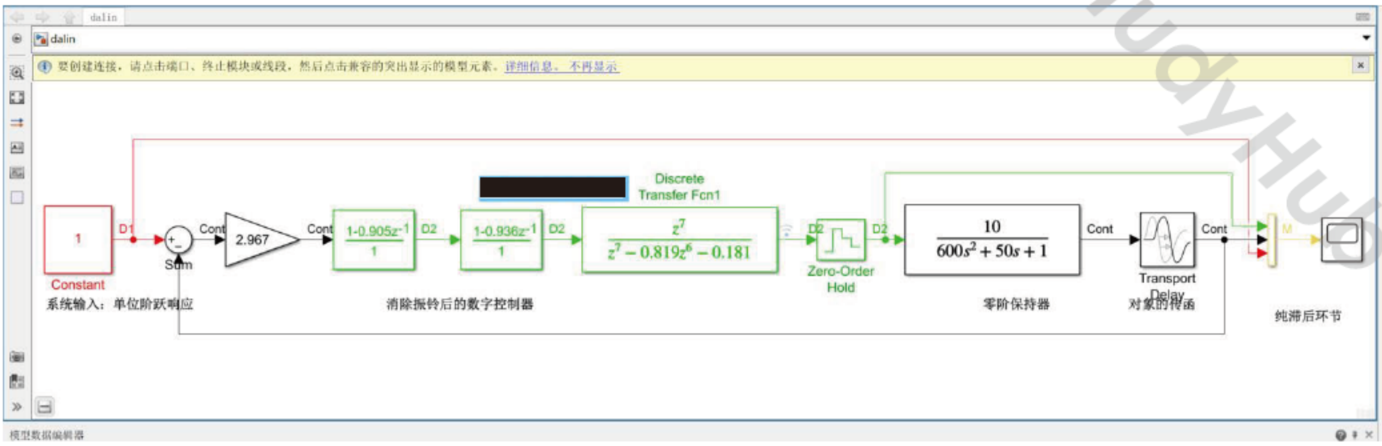

图 4 消除振铃后的系统仿真模型

运行仿真，得到如图 5 所示的结果。可以发现系统消除振铃前后输出没有什么不同。这是因为振铃现象中的震荡是衰减的，而且由于被控对象中惯性环节的低通特性，使得振铃现象对系统输出几乎无任何影响。而数字控制器的输出缓和了很多。

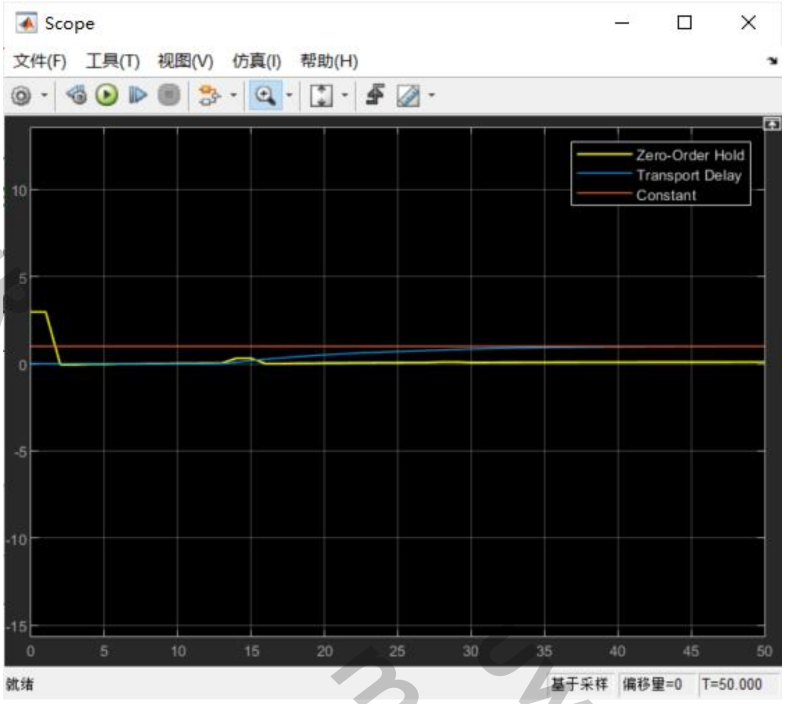

图 5 消除振铃后的系统响应

黄色曲线——数字控制器的输出

蓝色曲线——系统的单位阶跃响应曲线

红色曲线——系统的输入