物理学的体系结构

经典物理
- 力学：质点力学、刚体力学、振动与波
- 热学：热力学、统计物理学
- 电磁学：电场、磁场、电磁场理论
- 光学：几何光学、波动光学

近代物理
- 相对论
  - 狭义相对论
  - 广义相对论
- 量子力学

第十一章小结：

楞次定律：判断感应电 流方向

法拉第电磁感应定律： $\varepsilon_i = -\dfrac{d\Phi_m}{dt}$

$$\begin{cases} \text{回路动，} \vec{\boldsymbol{B}}\text{不变} \rightarrow \text{动生电动势：} \varepsilon_i = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \\ \text{回路不动，} \vec{\boldsymbol{B}}\text{变} \rightarrow \text{感生电动势 } \varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_r \cdot \boldsymbol{d}\vec{l} = -\int_S \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \boldsymbol{d}\vec{S} \end{cases}$$

自感电动势： $\varepsilon_L = -L\dfrac{dI}{dt}$ 自感系数： $L = \dfrac{\Psi_m}{I}$

互感电动势： $\varepsilon_{M1} = -M\dfrac{dI_2}{dt}$ 互感系数： $M = \dfrac{\Psi_{m1}}{I_2}$

$$\begin{cases} \text{线圈的顺接：} L = L_1 + L_2 + 2M \\ \text{线圈的逆接：} L = L_1 + L_2 - 2M \end{cases}$$

无磁漏时 $M = \sqrt{L_1 L_2}$

静电场与感生电场的异同

	静电场	感生电场
相同点：	①都是客观存在；	
	②对q有作用力，移动q，能对q作功	
不同点：	①静止电荷激发	变化磁场激发
	② 有源场	无源场
	电场线不闭合	电场线闭合
	$\oint_S \vec{E}_e \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$	$\oint_S \vec{E}_r \cdot d\vec{S} = 0$
	③ 保守场(无旋场)	非保守场(涡旋场)
	$\oint_L \vec{E}_e \cdot d\vec{l} = 0$	$\oint_L \vec{E}_r \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

麦克斯韦方程组：

$$
\begin{cases}
\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum q_i \\
\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} \\
\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \\
\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_0 + I_D = \int_S \vec{j}_0\cdot d\vec{S} + \int_S \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}
\end{cases}
$$

有介质时 $\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \vec{j}_0 = \sigma \vec{E} \end{cases}$

$\begin{cases} \varepsilon : \text{介质的介电常数} \\ \mu : \text{介质的磁导率} \\ \sigma : \text{介质的电导率} \end{cases}$

位移电流和传导电流

相同点 都能激发磁场，核心是变化的电场能激发磁场

不同点 ① I_0是自由电荷的宏观定向运动，I_D本质是变化的电场。

② I_0 产生焦耳热，I_D不产生焦耳热。

第十二章小结：

相干条件：频率相同，振动方向相同，相位差恒定

杨氏双缝干涉：

明暗纹条件：

$$\Delta = d\sin\theta \approx d\tan\theta = d\frac{x}{D} = \begin{cases} \pm k\lambda & k = 0,1,2\cdots,\text{明纹} \\ \pm(2k-1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 1,2,3\cdots,\text{暗纹} \end{cases}$$

明暗纹位置：

$$x = \begin{cases} \pm k\dfrac{D}{d}\lambda & \text{明纹} \\ \pm(2k-1)\dfrac{D}{d}\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases}$$

条纹宽度：

$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$

条纹特点：

①一系列明暗相间等宽等距的平行于双缝的直条纹；

②中央为明纹；

③x增大，级次k增大。

薄膜干涉：

$$\boxed{\Delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}}$$

$$= \begin{cases} k\lambda & k = 1,2,3\cdots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2,3\cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

光垂直入射：$i=0$

$$\Delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}\left(+\frac{\lambda}{2}\right) = 2n_2 e\left(+\frac{\lambda}{2}\right)$$

$n_1 < n_2 < n_3$

$n_1 > n_2 > n_3$

$$\Delta = 2n_2 e$$

$n_1 < n_2 > n_3$

$n_1 > n_2 < n_3$

$$\Delta = 2n_2 e + \frac{\lambda}{2}$$

第十三章小结：

夫琅禾费单缝衍射：

明暗纹条件：

$$\Delta = a\sin\varphi \approx a\tan\varphi = a\frac{x}{f} = \begin{cases} 0 & \text{中央明纹} \\ \pm k\lambda & \text{暗纹，} \quad k = 1,2,3\cdots \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹，} \quad k = 1,2,3\cdots \end{cases}$$

明暗纹位置：

$$x = \begin{cases} \pm k\dfrac{f}{a}\lambda & \text{暗纹} \\ \pm(2k+1)\dfrac{f}{a}\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹} \end{cases}$$

中央明纹：

$$\begin{cases} \text{角宽度：} & \Delta\varphi_0 = 2\dfrac{\lambda}{a} \\ \text{线宽度：} & \Delta x_0 = 2\dfrac{\lambda f}{a} \end{cases} \qquad \begin{cases} \text{半角宽度：} & \Delta\varphi = \dfrac{\lambda}{a} \\ \text{半宽度：} & \Delta x = \dfrac{\lambda f}{a} \end{cases}$$

其他明纹：

$$\begin{cases} \text{角宽度：} & \Delta\varphi = \dfrac{\lambda}{a} \\ \text{线宽度：} & \Delta x = \dfrac{\lambda f}{a} \end{cases}$$

条纹特点：

①一系列平行于单缝的明暗相间的直条纹；

②从中央向两边，条纹级次增加，亮度降低；

③除中央明纹，其他明纹等宽，暗纹不等宽，中央明纹宽度是其他明纹宽度的2倍。

光栅衍射

主极大明纹 $$\boxed{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\sin\varphi=\pm k\lambda}$$

——光栅方程

明纹位置：$$\boxed{x=\pm k\frac{\lambda f}{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})}}$$

暗纹：$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\sin\varphi=\pm\dfrac{m\lambda}{N}$

N个缝，两相邻主极大之间有N-1条暗纹，N-2条次极大明纹。

缺级：

$$\begin{cases}(a+b)\sin\varphi=\pm k\lambda & k=0,1,2,3\cdots\\ a\sin\varphi=\pm k'\lambda & k'=1,2,3\cdots\end{cases}$$

$$k=\frac{a+b}{a}k'$$

$$k'=1,2,3\ldots$$

圆孔衍射

艾里斑角半径： $\boldsymbol{\theta = 1.22\frac{\lambda}{D}}$

艾里斑半径： $\frac{\boldsymbol{d}}{2} = 1.22 f\frac{\lambda}{D}$

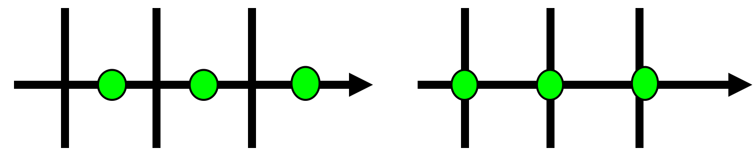
r = r_0 时 $\boldsymbol{\theta_0 = 1.22\frac{\lambda}{D}}$ ——最小分辨角

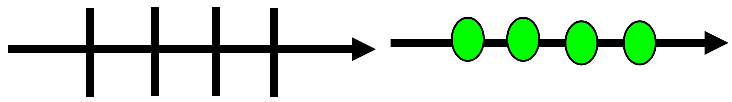
光学仪器分辨本领(分辨率)：

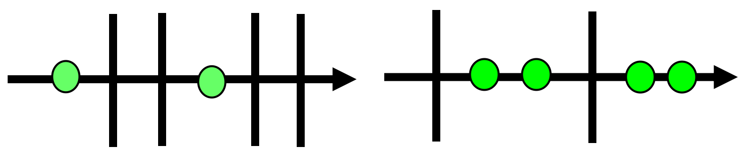
$$\eta = \frac{1}{\theta_0} = \frac{D}{1.22\lambda}$$

第十四章小结：

光的分类

自然光：

线偏振光：

部分偏振光：

马吕斯定律：

$$\boxed{I = I_0 \cos^2 \alpha}$$

（线偏振光入射，透射光强与入射光强关系）

布儒斯特定律：

$$\boxed{\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1}}$$

第十五章小结：

爱因斯坦光电效应方程

$$\boxed{h\nu = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{m}}^{2} + A}$$

光的波粒二象性

$$\boxed{\varepsilon = h\nu, \qquad p = \frac{h}{\lambda}}$$

德布罗意波(物质波)

$$E = mc^2 = h\nu$$

不仅光具有波粒二象性，一切实物粒子也具有波粒二象性。

$$p = mv = \frac{h}{\lambda}$$

海森堡不确定关系：

$$\boxed{\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}}$$

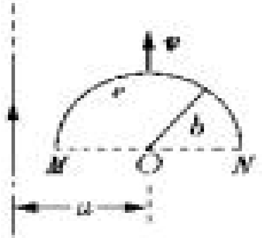
11.3一半径$r=10\text{cm}$ 的圆形回路放在$B=0.8\text{T}$的均匀磁场中．回路平面与$\vec{B}$垂直．当回路半径以恒定速率$\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=80\text{cm/s}$收缩时，求回路中感应电动势的大小．

解：回路磁通

$$\Phi_m=BS=B\pi r^2$$

感应电动势大小

$$\varepsilon=\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(B\pi r^2)=B2\pi r\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0.40\ \text{V}$$



题 11.5 图

11.5 如题11.5图所示，载有电流 I 的长直导线附近，放一导体半圆环 MeN 与长直导线共面，且端点 MN 的连线与长直导线垂直．半圆环的半径为 b，环心 O 与导线相距 a．设半圆环以速度 v 平行导线平移．求半圆环内感应电动势的大小和方向及 MN 两端的电压

$U_M - U_N$.

解：作辅助线 MN，则在 $MeNM$ 回路中，沿 $\vec{v}$ 方向运动时 $\mathrm{d}\Phi_m = 0$

∴
$$\varepsilon_{MeNM} = 0$$

即
$$\varepsilon_{MeN} = \varepsilon_{MN}$$

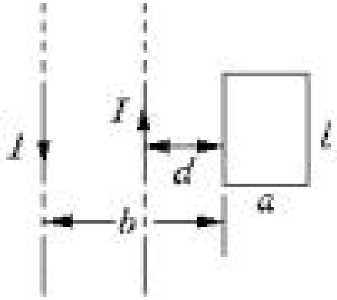
又∵
$$\varepsilon_{MN} = \int_{a-b}^{a+b} vB\cos\pi dl = \frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{a-b}{a+b} < 0$$

所以 ε_{MeN} 沿 NeM 方向，

大小为
$$\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a-b}$$

M 点电势高于 N 点电势，即

$$U_M - U_N = \frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a-b}$$



题 11.6 图

11.6如题11.6所示，在两平行载流的无限长直导线的平面内有一矩形线圈．两导线中的电流方向相反、大小相等，且电流以$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$的变化率增大，求：

(1)任一时刻线圈内所通过的磁通量；

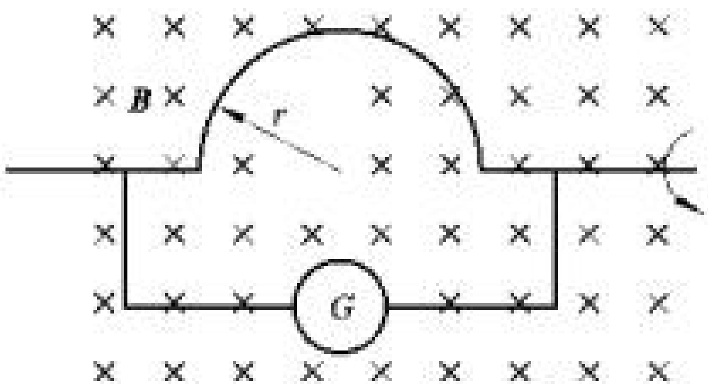
(2)线圈中的感应电动势．

解：以向外磁通为正则

(1)
$$\Phi_m=\int_b^{b+a}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}l\,\mathrm{d}r-\int_d^{d+a}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}l\,\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}[\ln\frac{b+a}{b}-\ln\frac{d+a}{d}]$$

(2)
$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=\frac{\mu_0 l}{2\pi}[\ln\frac{d+a}{d}-\ln\frac{b+a}{b}]\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

11.7　如题11.7图所示，用一根硬导线弯成半径为 r 的一个半圆．令这半圆形导线在磁场中以频率 f 绕图中半圆的直径旋转．整个电路的电阻为 R．求：感应电流的最大值．



题 11.7 图

解：

$$\Phi_m = \bar{B} \cdot \bar{S} = B\frac{\pi r^2}{2}\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} = \frac{B\pi r^2 \omega}{2}\sin(\omega t + \varphi_0)$$

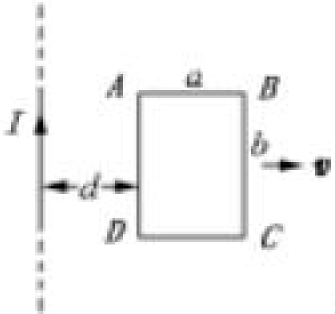
∴

$$\varepsilon_m = \frac{B\pi r^2 \omega}{2} = \frac{B\pi r^2}{2} 2\pi f = \pi^2 r^2 B f$$

∴

$$I = \frac{\varepsilon_m}{R} = \frac{\pi^2 r^2 B f}{R}$$

11.8 如题11.8图所示，长直导线通以电流I=5A，在其右方放一长方形线圈，两者共面．线圈长b=0.06m，宽a=0.04m，线圈以速度v=0.03 m/s垂直于直线平移远离．求：d=0.05m时线圈中感应电动势的大小和方向．



题 11.8 图

解：AB、CD运动速度$\bar{v}$方向与磁力线平行，不产生感应电动势．

DA产生电动势

$$\varepsilon_1=\int_D^A(\bar{v}\times\bar{B})\cdot\mathrm{d}\bar{l}=vBb=vb\frac{\mu_0 I}{2\pi \mathrm{d}}$$

BC产生电动势

$$\varepsilon_2=\int_B^C(\bar{v}\times\bar{B})\cdot\mathrm{d}\bar{l}=-vb\frac{\mu_0 I}{2\pi(a+d)}$$

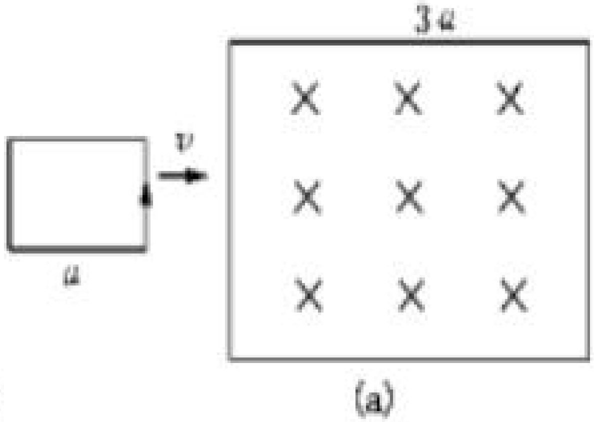
∴回路中总感应电动势

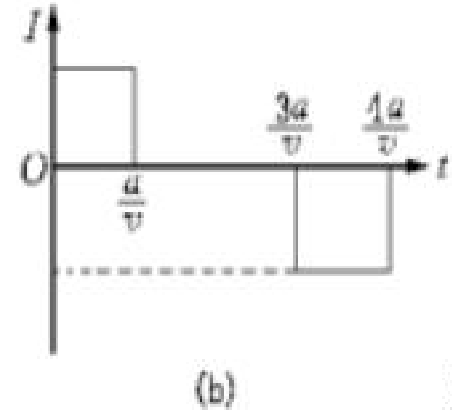
$$\varepsilon=\varepsilon_1+\varepsilon_2=\frac{\mu_0 Ibv}{2\pi}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{d+a}\right)=1.6\times10^{-8}\quad \mathrm{V}$$

方向沿顺时针．

11.10 一矩形导线框以恒定的加速度向右穿过一均匀磁场区，$\bar{B}$ 的方向如题11.10图所示．取逆时针方向为电流正方向，画出线框中电流与时间的关系（设导线框刚进入磁场区时 t=0）．

解：如图逆时针为矩形导线框正向，则进入时 $\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}<0$，$\varepsilon>0$；

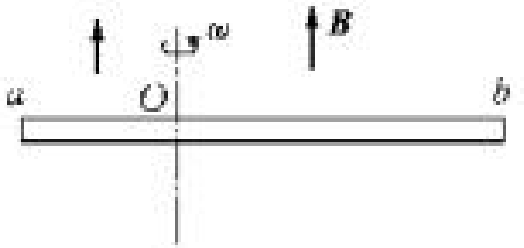




题 11.10 图(a)　　题 11.10 图(b)

在磁场中时 $\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=0$，$\varepsilon=0$；

出场时 $\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}>0$，$\varepsilon<0$，故 $I-t$ 曲线如题 10-9 图(b)所示.



题 11.11 图

11.11 导线 ab 长为 l，绕过 O 点的垂直轴以匀角速 ω 转动，$aO=\frac{l}{3}$ 磁感应强度 B 平行于转轴，如图11.11所示．试求：

（1） ab 两端的电势差；

（2） a,b 两端哪一点电势高?

解：(1)在 Ob 上取 $r\to r+dr$ 一小段

则
$$\varepsilon_{Ob}=\int_0^{\frac{2l}{3}}\omega rB\,\mathrm{d}r=\frac{2B\omega}{9}l^2$$

同理
$$\varepsilon_{Oa}=\int_0^{\frac{l}{3}}\omega rB\,\mathrm{d}r=\frac{1}{18}B\omega l^2$$

∴
$$\varepsilon_{ab}=\varepsilon_{aO}+\varepsilon_{Ob}=(-\frac{1}{18}+\frac{2}{9})B\omega l^2=\frac{1}{6}B\omega l^2$$

(2)∵ $\varepsilon_{ab}>0$ 即 $U_a-U_b<0$

11.13 磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场充满一半径为 R 的圆柱形空间，一金属杆放在题11.13图中位置，杆长为2 R，其中一半位于磁场内、另一半在磁场外．当 $\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}>0$时，求：杆两端的感应电动势的大小和方向．

解：∵

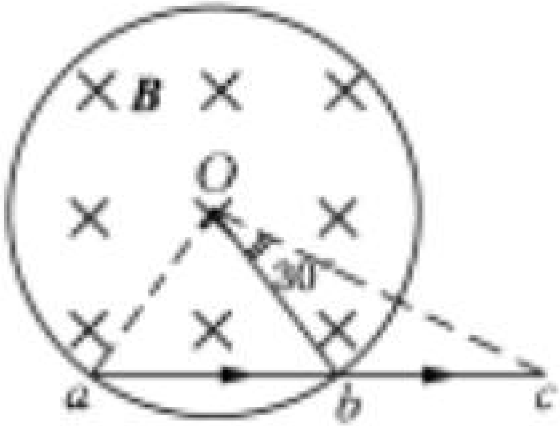
$$\varepsilon_{ac}=\varepsilon_{ab}+\varepsilon_{bc}$$

$$\varepsilon_{ab}=-\frac{d\Phi_1}{dt}=-\frac{d}{dt}[-\frac{\sqrt{3}}{4}R^2B]=\frac{\sqrt{3}R^2}{4}\frac{dB}{dt}$$

$$\varepsilon_{bc}=-\frac{d\Phi_2}{dt}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[-\frac{\pi R^2}{12}B]=\frac{\pi R^2}{12}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

∴

$$\varepsilon_{ac}=[\frac{\sqrt{3}R^2}{4}+\frac{\pi R^2}{12}]\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$



∵

$$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}>0$$

∴

$$\varepsilon_{ac}>0 \text{ 即 } \varepsilon \text{ 从 } a\rightarrow c$$

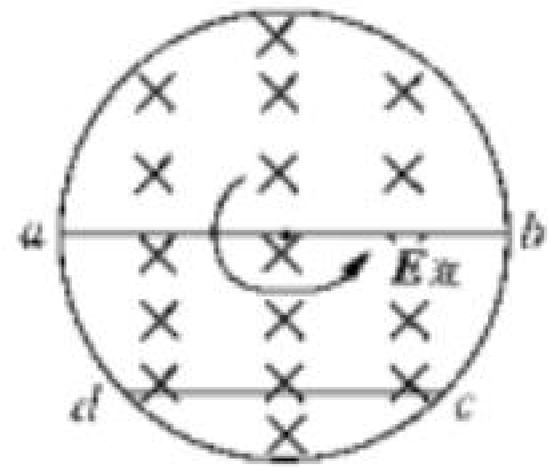
11.15 如题11.15图所示，在垂直于直螺线管管轴的平面上放置导体 ab 于直径位置，另一导体 cd 在一弦上，导体均与螺线管绝缘．当螺线管接通电源的一瞬间管内磁场如题11.15图示方向．试求：

（1）ab 两端的电势差；

（2）cd 两点电势高低的情况．

解：由 $\oint_l \bar{E}_{旋} \cdot d\bar{l} = -\int \frac{d\bar{B}}{dt} \cdot d\bar{S}$ 知，此时 $\bar{E}_{旋}$ 以 O 为中心沿逆时针方向．

(1) ∵ ab 是直径，在 ab 上处处 $\bar{E}_{旋}$ 与 ab 垂直

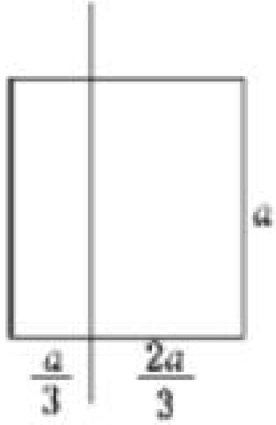


∴ $$\oint_l {}_{旋} \cdot d\bar{l} = 0$$

∴ $\varepsilon_{ab} = 0$，有 $U_a = U_b$

(2) 同理，
$$\varepsilon_{dc} = \int_d^c \bar{E}_{旋} \cdot d\bar{l} > 0$$

∴ $$U_d - U_c < 0 \text{即} U_c > U_d$$



题 11.16 图

11.16 一无限长的直导线和一正方形的线圈如题11.16图所示放置(导线与线圈接触处绝缘)．求：线圈与导线间的互感系数．

解：设长直电流为I，其磁场通过正方形线圈的互感磁通为

$$\Phi_{12}=\int_{\frac{a}{3}}^{\frac{2a}{3}}\frac{\mu_0 I a}{2\pi r}\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I a}{2\pi}\ln 2$$

∴

$$M=\frac{\Phi_{12}}{I}=\frac{\mu_0 a}{2\pi}\ln 2$$

13.7 在杨氏双缝实验中，双缝间距 d=0.20mm，缝屏间距 D = 1.0m，试求：

(1) 若第二级明条纹离屏中心的距离为6.0mm，计算此单色光的波长；

(2) 相邻两明条纹间的距离.

解：(1)由 $x_{明}=\dfrac{D}{d}k\lambda$ 知，$6.0=\dfrac{1\times10^{3}}{0.2}\times 2\lambda$，

∴ $\lambda=0.6\times10^{-3}\ \mathrm{mm}$ = 600 nm

(2) $$\Delta x=\frac{D}{d}\lambda=\frac{1\times10^{3}}{0.2}\times0.6\times10^{-3}=3\ \ \mathrm{mm}$$

13.8 在双缝装置中，用一很薄的云母片(n=1.58)覆盖其中的一条缝，结果使屏幕上的第七级明条纹恰好移到屏幕中央原零级明纹的位置．若入射光的波长为550nm，求此云母片的厚度．

解：设云母片厚度为e，则由云母片引起的光程差为

$$\delta = ne - e = (n-1)e$$

按题意 $\delta = 7\lambda$

$$\therefore \quad e = \frac{7\lambda}{n-1} = \frac{7\times 550\times 10^{-9}}{1.58-1} = 6.6\times 10^{-6}\ \mathrm{m} = 6.6\ \mu\mathrm{m}$$

13.10 一平面单色光波垂直照射在厚度均匀的薄油膜上，油膜覆盖在玻璃板上．油的折射率为1.30，玻璃的折射率为1.50，若单色光的波长可由光源连续可调，可观察到500nm与700nm这两个波长的单色光在反射中消失．试求油膜层的厚度．

解：油膜上、下两表面反射光的光程差为$2ne$，由反射相消条件有

$$2ne=(2k+1)\frac{\lambda}{2}=(k+\frac{1}{2})\lambda \qquad (k=0,1,2,\cdots) \qquad ①$$

当$\lambda_1 = 500$ nm时，有

$$2ne = (k_1 + \frac{1}{2})\lambda_1 = k_1\lambda_1 + 250 \qquad ②$$

当$\lambda_2 = 700$ nm时，有

$$2ne = (k_2 + \frac{1}{2})\lambda_2 = k_2\lambda_2 + 350 \qquad ③$$

因$\lambda_2 > \lambda_1$，所以$k_2 < k_1$；又因为λ_1与λ_2之间不存在λ_3满足

$$2ne=(k_3+\frac{1}{2})\lambda_3\text{式}$$

即不存在 $k_2 < k_3 < k_1$ 的情形，所以k_2、k_1应为连续整数，

即 $$k_2 = k_1 - 1 \qquad ④$$

由②、③、④式可得：

$$k_1 = \frac{k_2\lambda_2 + 100}{\lambda_1} = \frac{7k_2 + 1}{5} = \frac{7(k_1 - 1) + 1}{5}$$

得 $$k_1 = 3$$

$$k_2 = k_1 - 1 = 2$$

可由②式求得油膜的厚度为

$$e = \frac{k_1\lambda_1 + 250}{2n} = 673.1\,\text{nm}$$

13.11 白光垂直照射到空气中一厚度为380 nm的肥皂膜上，设肥皂膜的折射率为1.33，试问该膜的正面呈现什么颜色?背面呈现什么颜色?

解：由反射干涉相长公式有

$$2ne+\frac{\lambda}{2}=k\lambda \qquad (k=1,2,\cdots)$$

得 $\lambda=\dfrac{4ne}{2k-1}=\dfrac{4\times1.33\times380}{2k-1}=\dfrac{2021.6}{2k-1}$

$k=2$，$\lambda_2=673.9$ nm（红色）

$k=3$，$\lambda_3=404.3$ nm（紫色）

所以肥皂膜正面呈现紫红色．

由透射干涉相长公式 $2ne=k\lambda\ (k=1,2,\cdots)$

所以 $\lambda=\dfrac{2ne}{k}=\dfrac{1010.8}{k}$

当$k=2$时，λ =505.4 nm（绿色）

故背面呈现绿色．

13.12 在折射率n_1=1.52的镜头表面涂有一层折射率n_2=1.38的MgF_2增透膜，如果此膜适用于波长λ=550nm的光，问膜的厚度应取何值?

解：设光垂直入射增透膜，欲透射增强，则膜上、下两表面反射光应满足干涉相消条件，即

$$2n_2e=(k+\frac{1}{2})\lambda\ (k=0,1,2,\cdots)$$

$$\therefore \quad e=\frac{(k+\frac{1}{2})\lambda}{2n_2}=\frac{k\lambda}{2n_2}+\frac{\lambda}{4n_2}$$

$$=\frac{550}{2\times1.38}k+\frac{550}{4\times1.38}=(199.3k+99.6)\text{nm}$$

令$k=0$，得膜的最薄厚度为99.6nm.

当k为其他整数倍时，也都满足要求.

14.11　一单色平行光垂直照射一单缝，若其第三级明条纹位置正好与600nm的单色平行光的第二级明条纹位置重合，求前一种单色光的波长.

解：单缝衍射的明纹公式为

$$a\sin\varphi = (2k+1)\ \frac{\lambda}{2}$$

当 $\lambda = 600\text{nm}$ 时，$k=2$

$\lambda = \lambda_x$ 时，$k=3$

重合时 φ 角相同，所以有

$$a\sin\varphi = (2\times 2+1)\frac{600}{2} = (2\times 3+1)\frac{\lambda_x}{2}$$

得

$$\lambda_x = \frac{5}{7}\times 600 = 428.6\text{nm}$$

14.12 用橙黄色的平行光垂直照射一宽为a=0.60mm的单缝，缝后凸透镜的焦距f=40.0cm，观察屏幕上形成的衍射条纹．若屏上离中央明条纹中心1.40mm处的P点为一明条纹；求：

(1)入射光的波长；

(2)P点处条纹的级数；

(3)从P点看，对该光波而言，狭缝处的波面可分成几个半波带?

解：(1) 由于 P 点是明纹，故有 $a\sin\varphi=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$，$k=1,2,3\cdots$

由 $\dfrac{x}{f}=\dfrac{1.4}{400}=3.5\times10^{-3}=\tan\varphi\approx\sin\varphi$

故 $\lambda=\dfrac{2a\sin\varphi}{2k+1}=\dfrac{2\times0.6}{2k+1}\times3.5\times10^{-3}$

$=\dfrac{1}{2k+1}\times4.2\times10^{-3}$ mm

当 $k=3$，得 $\lambda_3=600$ nm

$k=4$，得 $\lambda_4=470$ nm

(2) 若 $\lambda_3=600$ nm，则 P 点是第 3 级明纹；

若 $\lambda_4=470$ nm，则 P 点是第 4 级明纹．

(3) 由 $a\sin\varphi=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ 可知，

当 $k=3$ 时，单缝处的波面可分成 $2k+1=7$ 个半波带；

当 $k=4$ 时，单缝处的波面可分成 $2k+1=9$ 个半波带．

14.13 用λ = 590 nm的钠黄光垂直入射到每毫米有500条刻痕的光栅上，问最多能看到第几级明条纹?

解：$a+b=\frac{1}{500}\ \text{mm}=2.0\times10^{-3}\ \ \text{mm}$

由$(a+b)\sin\varphi=k\lambda$ 知，最多见到的条纹级数k_{max} 对应的$\varphi=\frac{\pi}{2}$，

所以有$k_{max}=\frac{a+b}{\lambda}=\frac{2.0\times10^{3}}{590}\approx3.39$，即实际见到的最高级次为$k_{max}=3$.

14.16 在夫琅禾费圆孔衍射中，设圆孔半径为0.10mm，透镜焦距为50cm，所用单色光波长为500nm，求在透镜焦平面处屏幕上呈现的艾里斑半径.

解：由爱里斑的半角宽度

$$\theta=1.22\frac{\lambda}{D}=1.22\times\frac{500\times10^{-6}}{0.2}=30.5\times10^{-4}$$

$\therefore$ 爱里斑半径$\frac{d}{2}=f\tan\theta\approx f\theta=500\times30.5\times10^{-4}=1.5\ \text{mm}$

14.14 波长 $\lambda = 600\,\text{nm}$的单色光垂直入射到一光栅上，第二、第三级明条纹分别出现在 $\sin\varphi_2 = 0.20$ 与 $\sin\varphi_3 = 0.30$ 处，第四级缺级．求：

(1)光栅常数；
(2)光栅上狭缝的宽度；
(3)在90° > φ >-90° 范围内，实际呈现的全部级数．

解：(1) 由 $(a+b)\sin\varphi = k\lambda$ 式

对应于 $\sin\varphi_2 = 0.20$ 与 $\sin\varphi_3 = 0.30$ 处满足：

$$0.20(a+b) = 2\times 600\times 10^{-9}$$

$$0.30(a+b) = 3\times 600\times 10^{-9}$$

得
$$a+b = 6.0\times 10^{-6}\ \text{m}$$

（2）因第四级缺级，故此须同时满足

$$(a+b)\sin\varphi = k\lambda$$

$$a\sin\varphi = k'\lambda$$

解得
$$a=\frac{a+b}{4}k'=1.5\times10^{-6}k'$$

取 $k'=1$，得光栅狭缝的最小宽度为 1.5×10^{-6} m

（3）由 $(a+b)\sin\varphi = k\lambda$

$$k=\frac{(a+b)\sin\varphi}{\lambda}$$

当 $\varphi=\frac{\pi}{2}$，对应 $k=k_{max}$

∴
$$k_{max}=\frac{a+b}{\lambda}=\frac{6.0\times10^{-6}}{600\times10^{-9}}=10$$

因 ±4，±8 缺级，所以在 $-90^{\circ}<\varphi<90^{\circ}$ 范围内实际呈现的全部级数为

$k=0,\pm1,\pm2,\pm3,\pm5,\pm6,\pm7,\pm9$ 共 15 条明条纹（$k=\pm10$ 在 $k=\pm90^{\circ}$ 处看不到）.

14.15　一双缝，两缝间距为0.1mm，每缝宽为0.02mm，用波长为480nm的平行单色光垂直入射双缝，双缝后放一焦距为50cm的透镜．试求：(1)透镜焦平面上单缝衍射中央明条纹的宽度；(2)单缝衍射的中央明条纹包迹内有多少条双缝衍射明条纹?

解：(1)中央明纹宽度为

$$l_0 = 2\frac{\lambda}{a}f = 2\times\frac{480\times10^{-6}\times50\times10}{0.02}\text{mm} = 2.4\text{ cm}$$

(2)由缺级条件

$$a\sin\varphi = k'\lambda$$

$$(a+b)\sin\varphi = k\lambda$$

知

$$k = k'\frac{a+b}{a} = \frac{0.1}{0.02}k' = 5k' \quad k' = 1,2,\cdots$$

即$k = 5,10,15,\cdots$缺级．

中央明纹的边缘对应$k' = 1$，所以单缝衍射的中央明纹包迹内有$k = 0,\pm1,\pm2,\pm3,\pm4$共9条双缝衍射明条纹．

14.16 在夫琅禾费圆孔衍射中，设圆孔半径为0.10mm，透镜焦距为50cm，所用单色光波长为500nm，求在透镜焦平面处屏幕上呈现的艾里斑半径.

解：由爱里斑的半角宽度

$$\theta = 1.22\frac{\lambda}{D} = 1.22\times\frac{500\times 10^{-6}}{0.2} = 30.5\times 10^{-4}$$

$\therefore$ 爱里斑半径 $\dfrac{d}{2} = f\tan\theta \approx f\theta = 500\times 30.5\times 10^{-4} = 1.5\ \text{mm}$

14.17 已知天空中两颗星相对于一望远镜的角距离为4.84×10^{-6}rad，它们都发出波长为550nm的光，试问望远镜的口径至少要多大，才能分辨出这两颗星?

解：由最小分辨角公式

$$\theta = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

$\therefore$

$$D = 1.22\frac{\lambda}{\theta} = 1.22\times\frac{5.5\times 10^{-5}}{4.84\times 10^{-6}} = 13.86\ \text{cm}$$

15.9 投射到起偏器的自然光强度为I_0，开始时，起偏器和检偏器的透光轴方向平行．然后使检偏器绕入射光的传播方向转过30°，45°，60°，试分别求出在上述三种情况下，透过检偏器后光的强度是I_0的几倍?

解：由马吕斯定律有

$$I_1=\frac{I_0}{2}\cos^2 30^\circ=\frac{3}{8}I_0$$

$$I_2=\frac{I_0}{2}\cos^2 45^\circ=\frac{1}{4}I_0$$

$$I_3=\frac{I_0}{2}\cos^2 60^\circ=\frac{1}{8}I_0$$

所以透过检偏器后光的强度分别是I_0的$\frac{3}{8},\frac{1}{4},\frac{1}{8}$倍．

15.10 使自然光通过两个偏振化方向夹角为 60° 的偏振片时，透射光强为 I_1，今在这两个偏振片之间再插入一偏振片，它的偏振化方向与前两个偏振片均成 30° ，问此时透射光 I 与 I_1 之比为多少?

解：由马吕斯定律

$$I_1 = \frac{I_0}{2}\cos^2 60^\circ = \frac{I_0}{8}$$

$$I = \frac{I_0}{2}\cos^2 30^\circ \cos^2 30^\circ = \frac{9I_0}{32}$$

∴

$$\frac{I}{I_1} = \frac{9}{4} = 2.25$$

15.13 利用布儒斯特定律怎样测定不透明介质的折射率?若测得釉质在空气中的起偏振角为 58° ，求釉质的折射率.

解：由 $\tan 58^\circ = \dfrac{n}{1}$，故 $n = 1.60$

15.11 自然光入射到两个重叠的偏振片上．如果透射光强为，(1)透射光最大强度的三分之一，(2)入射光强的三分之一，则这两个偏振片透光轴方向间的夹角为多少?

解：（1）
$$I_1 = \frac{I_0}{2}\cos^2\alpha_1 = \frac{1}{3}I_{max}$$

又
$$I_{max} = \frac{I_0}{2}$$

∴
$$I_1 = \frac{I_0}{6},$$

故
$$\cos^2\alpha_1 = \frac{1}{3},\cos\alpha_1 = \frac{\sqrt{3}}{3},\alpha_1 = 54^\circ 44'.$$

(2)
$$I_2 = \frac{I_0}{2}\cos^2\alpha_2 = \frac{1}{3}I_0$$

∴
$$\cos\alpha_2 = \sqrt{\frac{2}{3}},\alpha_2 = 35^\circ 16'$$

15.12 一束自然光从空气入射到折射率为 1.40 的液体表面上，其反射光是完全偏振光．试求：(1)入射角等于多少?(2)折射角为多少?

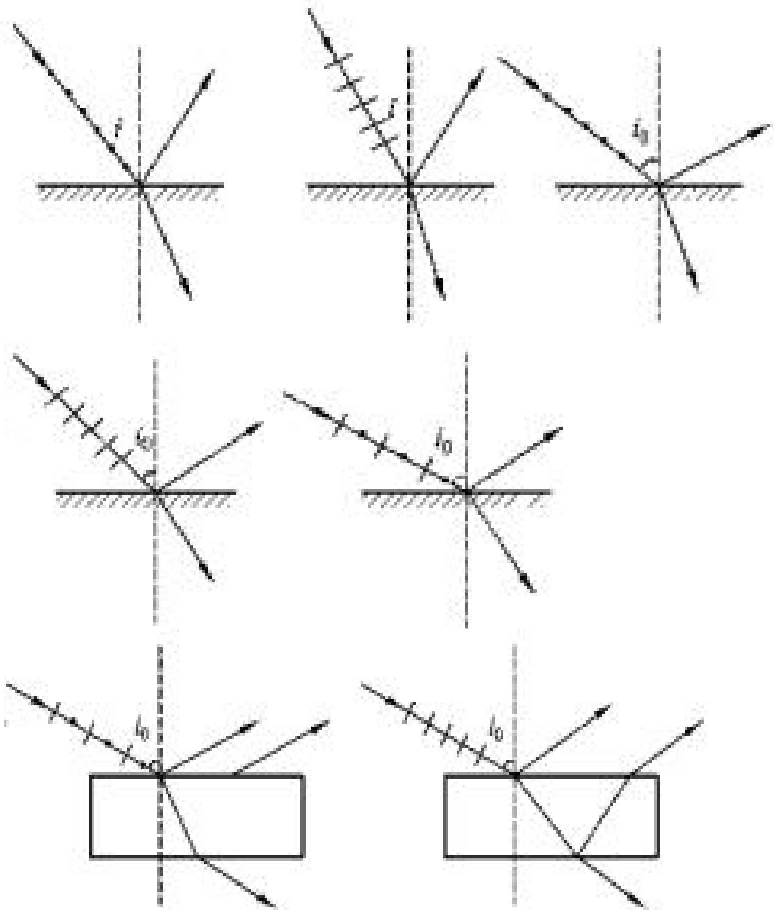
解：(1) $\tan i_0 = \dfrac{1.40}{1}$, $\therefore i_0 = 54^\circ 28'$

(2) $$y = 90^\circ - i_0 = 35^\circ 32'$$

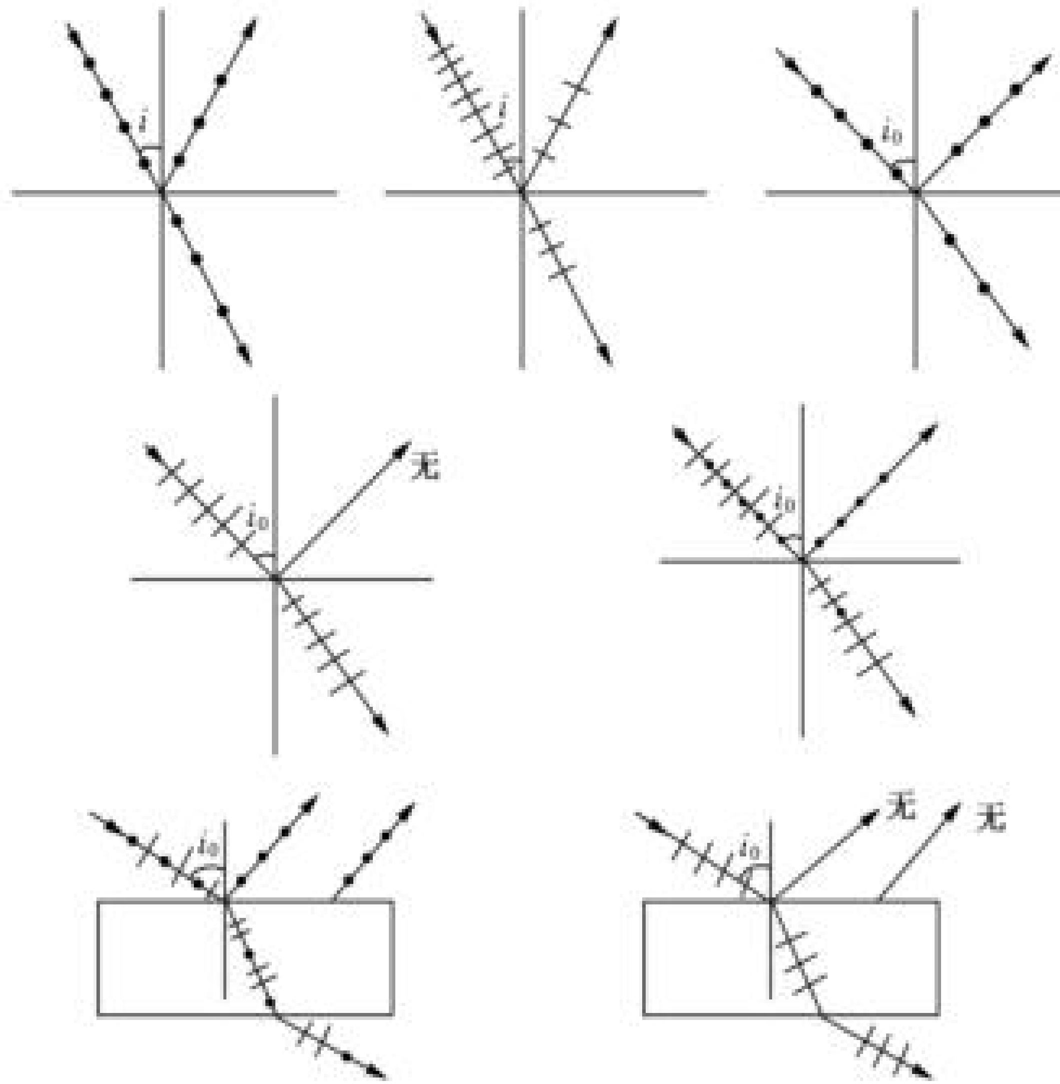
15.13 利用布儒斯特定律怎样测定不透明介质的折射率?若测得釉质在空气中的起偏振角为 58°，求釉质的折射率．

解：由 $\tan 58^\circ = \dfrac{n}{1}$, 故 $n = 1.60$

15.14 光由空气射入折射率为 n 的玻璃．在题 15.14 图所示的各种情况中，用黑点和短线把反射光和折射光的振动方向表示出来，并标明是线偏振光还是部分偏振光．图中 $i \neq i_0, i_0 = \arctan n$.



解：见图.



16.5 从铝中移出一个电子需要 4.2eV 的能量，今有波长为 200nm 的光投射到铝表面．试问：(1)由此发射出来的光电子的最大动能是多少?(2)遏止电势差为多大?(3)铝的截止(红限)波长有多大?

解：(1)已知逸出功 $A=4.2\ \text{eV}$，据光电效应公式 $h\nu=\frac{1}{2}m\upsilon_m^2+A$

则光电子最大动能：

$$E_{\text{kmax}}=\frac{1}{2}m\upsilon_m^2=h\nu-A=\frac{hc}{\lambda}-A$$

$$=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{2000\times10^{-10}}-4.2\times1.6\times10^{-19}=3.23\times10^{-19}\ \text{J}=2.0\ \text{eV}$$

(2) 由实验可知 $eU_a=E_{\text{kmax}}=\frac{1}{2}m\upsilon^2{}_m$

得遏止电势差 $U_a=\frac{3.23\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}}=2.0\ \text{V}$

(3)红限频率ν_0，　$h\nu_0 = A$，又$\nu_0 = \dfrac{c}{\lambda_0}$

截止波长　$$\lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{4.2\times1.60\times10^{-19}} = 2.96\times10^{-7}\ \mathrm{m} = 296\ nm$$

16.6 在一定条件下，人眼视网膜能够对5个蓝绿光光子(λ=500nm)产生光的感觉．此时视网膜上接收到光的能量为多少?如果每秒钟都能吸收5个这样的光子，则到达眼睛的功率为多大?

解：5个蓝绿光子的能量

$$E = nh\nu = n\frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{5\times6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{5.0\times10^{-7}} = 1.99\times10^{-18}\ \mathrm{J}$$

功率　$$\mathrm{P} = \frac{E}{t} = 1.99\times10^{-18}\ \mathrm{W}$$

16.8 若一个光子的能量等于一个电子的静能，试求该光子的频率、波长、动量.

解：电子的静止质量 $m_0=9.11\times10^{-31}$kg, $h=6.63\times10^{-34}$J·s

当 $h\nu=m_0c^2$时， 则

$$\nu=\frac{m_0c^2}{h}=\frac{9.11\times10^{-31}\times(3\times10^8)^2}{6.63\times10^{-34}}=1.236\times10^{20}\ \text{Hz}$$

$$\lambda=\frac{c}{\nu}=2.4271\times10^{-12}\ \text{m}=0.002427\text{1nm}$$

$$p=\frac{h}{\lambda}=2.73\times10^{-22}\ \text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

或　　E=cp

$$p=\frac{E}{c}=\frac{m_0c^2}{c}=m_0c=9.11\times10^{-31}\times3\times10^8=2.73\times10^{-22}\ \text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}$$

16.21 光子与电子的波长都是 0.2nm，它们的动量和总能量各为多少?

解：由德布罗意关系：$E=mc^2$，$p=mv=\dfrac{h}{\lambda}$波长相同它们的动量相等.

$$p=\frac{h}{\lambda}=\frac{6.63\times10^{-34}}{2.0\times10^{-10}}=3.3\times10^{-24}\text{kg.m/s}$$

光子的能量

$$\varepsilon=h\nu=\frac{hc}{\lambda}=pc=3.3\times10^{-24}\times3\times10^{8}=9.9\times10^{-16}\text{J}=6.2\times10^{3}\text{eV}$$

电子的总能量 $E=\sqrt{(cp)^2+(m_0c^2)^2}$， $cp=6.2\times10^3\ \text{eV}$

而

$$m_0c^2=0.51\text{MeV}=0.51\times10^6\text{eV}$$

∴

$$m_0c^2>>cp$$

∴

$$E=\sqrt{(cp)^2+(m_0c^2)^2}=m_0c^2=0.51\,\text{MeV}$$

16.25 一波长为 300nm 的光子，假定其波长的测量精度为百万分之一，求该光子位置的测不准量.

解： 光子 $p=\frac{h}{\lambda}$，$\Delta p=\left|-\frac{h}{\lambda^2}\Delta\lambda\right|=\frac{h}{\lambda^2}\Delta\lambda$

由测不准关系，光子位置的不准确量为

$$\Delta x=\frac{h}{\Delta p}=\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}=\frac{\lambda}{\Delta\lambda/\lambda}=\frac{3000}{10^{-6}}=30\text{cm}$$

16.28 已知粒子在一维矩形无限深势阱中运动，其波函数为：

$$\psi(x)=\frac{1}{\sqrt{a}}\cos\frac{3\pi x}{2a} \qquad (-a\le x\le a)$$

那么，粒子在 $x=\frac{5}{6}a$ 处出现的概率密度为多少?

解：

$$\psi\psi^{*}=\psi^{2}=(\frac{1}{\sqrt{a}}\cos\frac{3\pi x}{2a})^{2}$$

$$=\frac{1}{a}\cos^{2}\frac{3\pi\frac{5}{6}a}{2a}=\frac{1}{a}\cos^{2}\frac{5\pi}{4}$$

$$=\frac{1}{a}\cos^{2}(\pi+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{a}\cos^{2}\frac{\pi}{4}$$

$$=\frac{1}{a}(\frac{1}{\sqrt{2}})^{2}=\frac{1}{2a}$$

16.29 粒子在一维无限深势阱中运动，其波函数为：

$$\psi_n(x)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n\pi x}{a} \qquad (0<x<a)$$

若粒子处于 n=1 的状态，在 0~$\frac{1}{4}a$ 区间发现粒子的概率是多少?

解：$\mathrm{d}w=|\psi|^2\,\mathrm{d}x=\frac{2}{a}\sin^2\frac{\pi x}{a}\mathrm{d}x$

∴ 在 $0\sim\frac{a}{4}$ 区间发现粒子的概率为：

$$p=\int_0^{\frac{a}{4}}dw=\int_0^{\frac{a}{4}}\frac{2}{a}\sin^2\frac{\pi x}{a}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{a}{4}}\frac{2a}{a\pi}\sin^2\frac{\pi x}{a}\mathrm{d}(\frac{\pi}{a}x)$$

$$=\frac{2}{\pi}\int_0^{a/4}\ \frac{1}{2}[1-\cos 2\frac{\pi x}{a}]d(\frac{\pi}{a}x)=0.091$$

16.30 宽度为 a 的一维无限深势阱中粒子的波函数为 $\psi(x)=A\sin\dfrac{n\pi x}{a}$，求：(1)归一化系数 A；(2)在 n=2 时何处发现粒子的概率最大?

解：(1)归一化系数 $\int_{-\infty}^{+\infty}|\psi|^2\mathrm{d}x=\int_0^a|\psi|^2\,\mathrm{d}x=1$

即 $$\int_0^a A^2\sin^2\frac{n\pi}{a}x\mathrm{d}x=\frac{a}{n\pi}A^2\int_0^a\sin\frac{n\pi}{a}x\mathrm{d}(\frac{n\pi}{a}x)$$

$$=\frac{a}{2n\pi}A^2\int_0^a(1-\cos\frac{2n\pi}{a}x)\mathrm{d}(\frac{n\pi}{a}x)$$

$$=\frac{a}{2n\pi}A^2n\pi=\frac{a}{2}A^2=1$$

∴ $$A=\sqrt{\frac{2}{a}}$$

粒子的波函数 $\psi(x)=\sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\dfrac{n\pi}{a}x$

(2)当 n=2 时， $\psi_2=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{2\pi}{a}x$

几率密度 $w=|\psi_2|^2=\frac{2}{a}\sin^2\frac{2\pi}{a}x=\frac{1}{a}(1-\cos\frac{4\pi}{a}x)$

令 $\frac{dw}{dx}=0$，即 $\frac{4\pi}{a}\sin\frac{4\pi}{a}x=0$ 即 $\sin\frac{4\pi}{a}x=0$，，

$$\frac{4\pi}{a}x=k\pi, k=0,1,2,\cdots$$

∴ $$x=k\frac{a}{4}$$

又因 $0<x<a$， $k<4$.

∴ 当 $x=\frac{a}{4}$ 和 $x=\frac{3}{4}a$ 时 w 有极大值，

当 $x=\frac{a}{2}$ 时， $w=0$.

∴ 极大值的地方为 $a/4$，$3a/4$ 处