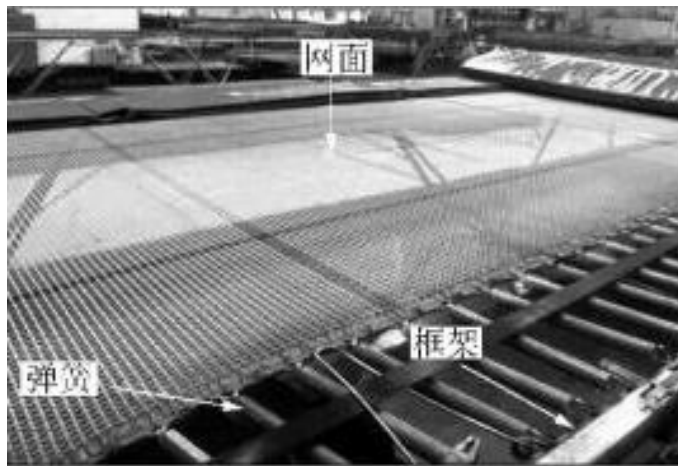


2025 年第十届数维杯大学生数学建模挑战赛题目

(请先阅读“数维杯大学生数学建模挑战赛论文格式规范”)

A 题 空中芭蕾——蹦床运动的力学行为分析

蹦床（Trampoline）是一项运动员利用蹦床的反弹，在空中展示技能技巧的竞技运动，属于体操运动的一种，有“空中芭蕾”之称。在蹦床运动过程中，运动员的起跳、腾空和下落等动作都与蹦床的力学行为紧密相关；同时，蹦床的弹性恢复性能也对运动员的运动表现有着至关重要的影响。所以，深入分析蹦床的力学行为和弹性恢复性能，不仅有助于优化运动员的技术动作减少受伤风险，制定科学的训练方法，提升其的竞技水平；还能为蹦床设备设计提供力学依据，进而促进蹦床运动的全面发展与推广。



现代蹦床赛事，弹床内共 112 个弹簧，框架长 5.050 米，宽 2.910 米，高 1.15 米，网长 4.028 米，宽 2.014 米。比赛中，每位参赛队员需在蹦床中心完成 1 套规定动作和 2 套自选动作。

对于蹦床运动，其整个过程可划分为如下三个基本阶段：

- **下落接触并压缩阶段：**在这个阶段，运动员从空中下落，接触到蹦床表面，并开始压缩蹦床。在这个过程中，运动员受到向上的弹力和向下的重力。随着压缩的加深，弹力逐渐增大，直到它等于重力为止。

- **舒张并脱离阶段：**当弹力等于重力时，运动员的速度达到最大，然后开始减速。随着运动员继续向下移动，弹力继续增大，直到它超过重力。这时，运动员开始向上弹起，蹦床也开始舒张。
- **上升阶段：**在上升阶段，运动员继续向上移动，直到达到最高点。在这个过程中，运动员只受到重力的作用，因为此时已经脱离了蹦床。

在蹦床过程中，运动员可通过以下方式获得最佳竞技效果：

- **起跳时机：**运动员在接触蹦床的瞬间，通过腿部力量和身体姿态的调整，可以在最合适的时机发力，从而获得更大的反弹力。
- **身体姿态控制：**在空中，运动员通过改变身体的姿态（如伸展或蜷缩）来调整自己的重心和空气阻力，从而影响反弹的高度和方向。
- **动作连贯性：**连续的翻腾和转体动作可以帮助运动员维持动量，通过多次小的反弹累积高度。
- **利用蹦床特性：**了解并利用蹦床的弹性特性，在接触点和反弹点的选择上做出调整，以达到最佳的反弹效果

为简化研究，可将运动员看作是多段刚体组成，运动员通过主动蹬伸力产生初始动能，完成后续动作。

（一）请建立模型，解决如下问题：

1. 比赛中，某身高 1.75 米运动员（其他参数见附表 1）按规定完成一个完整的“前空翻”动作，请分析运动员在起跳瞬间为完成该动作的发力方向、大小以及发力与身体姿态的关系，建立相应的模型，并考虑利用数值模拟的方法对模型合理性进行验证。
2. 分析运动员从蹦床起跳后在空中飞行和落地过程中的受力情况，建立运动员从起跳到落地的动力学方程，确定运动员落地时的速度和受力情况；在不考虑运动员重心前提下，进一步讨论如何通过调整起跳高度和落地姿势来减少落地时的冲击力。

➤ 假设运动员在空中达到最高点后开始下落，下落时需考虑下面两个因

素：

- ①空气阻力对运动员的影响
 - ②落地瞬间蹦床的弹性恢复特性
3. 若多名运动员同时进行蹦床运动，建立包含多人体重和起跳时间等变量的动力学方程，分析不同条件下蹦床的受力情况和疲劳损伤程度；考虑多个运动员的体重分布（见附表 1）、起跳时序（所有人必须在出现落地者之前起跳）等因素，给出一种使得蹦床疲劳损伤最小的策略，并对采用所提出策略前后蹦床的疲劳寿命提升效果进行预测。

1、附表 1

运动员基本参数及位置

运动员编号	性别	身高(m)	腿长(m)	体重(kg)	站立位置(x, y)	重心位置距离地面高度	所在位置蹦床垂直刚度系数(N/m)
1	男	1.75	0.88	68	(2.0, 1.0)	0.93m 左右	4951.05
2	女	1.63	0.81	55	(3.8, 0.5)	0.84m 左右	4932.36
3	男	1.80	0.90	72	(1.2, 1.5)	0.95m 左右	4970.56
4	女	1.68	0.84	60	(0.8, 1.8)	0.86m 左右	4973.62
5	男	1.70	0.85	65	(3.0, 1.2)	0.88m 左右	4935.29

- (二) 基本概念
- 1) **疲劳损伤**：指机械原件在循环应力作用下，因材料疲劳极限的反复作用而导致的破坏现象。主要受应力幅值与循环次数、应力集中、材料特性、环境等因素影响。
 - 2) **疲劳寿命**：原件在疲劳破坏前所经历的应力循环数。
 - 3) **垂直刚度系数**：指在垂直方向上施加单位力时，物体产生的变形量的倒数。是描述物体在垂直方向上抵抗变形能力的一个参数。

- 4) **前空翻**：是蹦床运动中的一种高难度动作，通过助跑、甩臂起跳、团身翻转、落地四个阶段完成。其核心在于锻炼身体腾空后的制空能力、腰腹及脊柱协调性。
- 5) **蹬伸力**：是指在运动过程中双脚对接触面的作用力，在蹦床运动中起着至关重要的作用，决定了运动员的起跳高度和动作完成质量。
- 6) **腿长**：是指髋关节到踝关节长度。

(三) 2008 年北京奥运会蹦床视频：[2008 年北京奥运会中国“第 38 金”-女子蹦床决赛，何雯娜 夺金-体育视频-搜狐视频 \(sohu.com\)](#)

(四) 蹦床——运动员各阶段受力情况及速度大小分析：
<https://m.ixigua.com/video/7027812129524679204>

(五) 参考文献

- [1] 高南.蹦床运动员触网阶段双脚距离对踝关节负荷的影响[D].北京：首都体育学院,2024,
- [2] 陈静. 蹦床运动员网面垂直起跳动作的多刚体建模分析[D].太原：太原理工大学, 2016.
- [3] 王慧,井伟川,赵国超,等 基于灰色系统模型 GM(1,1)改进 Miner 准则的液压支架底座疲劳寿命预测[J].上海交通大学学报, 2020.54(1): 106-110
- [4] 陈景杰,黄一,李玉刚.考虑疲劳载荷相互影响的修正的 Miner 准则研究[J]. 中国造船 2014, (3):36-42.

赛题声明：本赛事所有赛题仅授权 2025 年第十届数维杯数学建模挑战赛参赛队伍使用，任何组织及个人未经组委会书面授权：严禁用于校内竞赛，篡改、复制等侵权行为。