**《线性代数》参考答案（A卷）**

**一、判断题（每小题2分，共20分­）**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 对错 | × | √ | × | × | √ | × | × | × | √ | √ |

**二、填空题（每空2分，共20分­）**

**1.** 　　　 **2.**  **3.**   **4.** 

**5.**  **6.**    **7.**  

**三、计算题（每小题9分，共54分）**

**1.**解：　　

． 

**2.**解：（1） 

 

由于

　　 

则． 

**3.** 解：（1）设



 

　　 （2）显然是向量组的一个极大线性无关组，

且

　　　　 故是的一个极大线性无关组，

且．　 

**4.解：**由于

　　　　则

　　　　从而原方程组有无穷多解． 

　　　　取为自由未知量，令可得特解为：．

　　　　令，可得导出组的基础解系为：

．

故原方程组的通解为：

 

**5.解：**二次型的矩阵为：．

　　 由得特征值为：．

　　　当时，解得基础解系为：；

正交；

　　　当时，解得基础解系为：；

　　　将单位化即得正交矩阵为：

 

　　　即通过正交变换将二次型化为标准形：

．　 

**6. 解：**（1）特征方程为：．

　　由得特征值为：．

　　　对分别求得基础解系为：；

故，的特征值的全部特征向量为；

的特征值的全部特征向量为 

（2）由于特征值互不相同，所以可逆矩阵为：



　　　 使得．　 

**四、证明题（共6分）**

证：法一：设

 

, 则向量组线性相关 

法二：

则向量组线性相关

**《线性代数》参考答案（A卷）**

**一、判断题（每小题2分，共20分­）**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 对错 | × | × | × | √ | × | √ | √ | × | × | √ |

**二、填空题（每空2分，共20分­）**

**1.** 　　　 **2.**  **3.**   **4.**  

**5.**  **6.**    **7.**  

**三、计算题（每小题9分，共54分）**

**1.解：**　　

 

．■ 

**2.解：**（1） 由于 



所以 ．　■ 

**3.** **解：**

 

　　　　显然是向量组的一个极大线性无关组，

且

　　　　故是的一个极大线性无关组，

且．　■ 

**4.解：**由于

　　　所以当时，

　　　从而原方程组有解，且有无穷多解． 

此时，原方程组的同解方程组为：

　　　　令可得特解为：．

导出方程组的同解方程组为：

显然导出方程组有无穷多解，自由未知量个数为2，

　　　　取为自由未知量，令，可得导出组的基础解系为：

．

故原方程组的通解为：



，其中 任意．　■ 

**5.解：**

**(1)** 先正交化：

令，

，



．　

**(2)** 再单位化：

令，

，

，

　　则即为所求的标准正交向量组．　 ■ 

**6.解：(1)** 由于相似于，所以，

即 ，

所以 . 

**(2)** 显然的特征值为：2,2,6.

由于相似于，所以的特征值也为2,2,6.

当时,解得基础解系为：，

当时，解得基础解系为：；

故相似变换矩阵．■

**四、证明题（共6分）**

**证：**因为 ，，

所以 

 



. ■ 

**《线性代数》参考答案（A卷）**

**一、判断题（每小题2分，共20分­）**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 对错 | × | × | √ | √ | √ | × | × | × | √ | √ |

**二、填空题（每空2分，共20分­）**

**1. 2.** **3.**    **4.** （为任意常数） **5.**  **6.**   **7.**  8. 

**三、计算题（每小题10分，共50分）**

**1.解：**　　

  =．■ 

**2.解：**（1）解：（1）所以是可逆矩阵， 



或者

所以 

（2）由可得． 　■ 

**3.** **解：**或

 

（1）时，惟一解；

（2）时，无解； 

（3）时，

通解为 ■ 

**4.解：**（1）特征方程为：由得特征值为：．

对求得基础解系为 

求得基础解系为：；

故，的特征值的全部特征向量为；

的特征值的全部特征向量为

， 不同时为0 

（2）由于特征值互不相同，所以可逆矩阵为：



　　　使得．　 ■ 

**5.解：** 



（1）故向量组的秩为2； 

（2）或或均可作为向量组的一个极大线性无关组；

（3）由（1）可见，能由线性表示，且． ■ 

**四、证明题（共10分）**

**（1）证：**

可见或由 ，故线性无关．■

（2）已知为阶矩阵的特征值，设为矩阵对应特征值的特征向量，

则有：

故，

为矩阵的特征值得证． ■ 

**《线性代数》参考答案（A卷）**

**一、判断题（每小题2分，共20分­）**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 对错 | √ | × | × | × | √ | × | √ | × | √ | √ |

**二、填空题（每空2分，共20分­）**

**1.** 　　　 **2.**  **3.**   **4.** 

**5.**  **6.**  

**7. ** （任意） **( 此空也可填  )**

**** （任意） **（此空也可填** ** 或 **

**或** ** ）**

**三、计算题（每小题9分，共54分）**

**1.解：**

 

．■

**2.解：法一：** 由于



所以 ．　■

**法二：**由于，



所以．■

**3.解：**





　　　　显然是向量组的一个极大线性无关组，

且

　　　　故是的一个极大线性无关组，

且．　■

**4.解：**由于



　　　所以

　　　从而原方程组有无穷多解．

原方程组的同解方程组为：

　　　　取为自由未知量,令，得特解为：．

导出方程组的同解方程组为：

显然导出方程组有无穷多解，基础解系含有个解向量，

　　　　取为自由未知量，令，可得导出组的基础解系为：

．

故原方程组的通解为：



，其中 为任意常数．　■

**注:第4题也可把通解写成Gauss消元法节中的形式.**

**5.解：**显然向量组线性无关。

**(1)** 先正交化：

令，

，



．

**(2)** 再单位化：

令，

，

，

　　则即为所求的标准正交向量组．　 ■

**6.解：(1)** 由 得*A*的特征值为：

，。

当时，解齐次线性方程组得基础解系为：

。

当时，解得基础解系为：。

**(2)** 显然为的三个线性无关的特征向量，

所以可以相似对角化，

且相似变换矩阵，对角矩阵．■

**四、证明题（共6分）**

**证：因为**

所以









**。** ■