

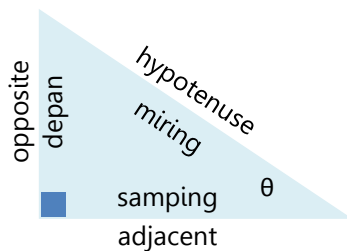
Trigonometri Dasar

A. PENDAHULUAN

- Trigonometri** adalah ilmu matematika yang mempelajari tentang segitiga siku-siku.
- Pada segitiga siku-siku** berlaku teorema Pythagoras dan nilai perbandingan sisi-sisi segitiga siku-siku.

B. NILAI PERBANDINGAN TRIGONOMETRI

- Nilai perbandingan trigonometri** adalah nilai perbandingan sisi-sisi segitiga siku-siku.
- Macam** definisi dari nilai perbandingan trigonometri:



sinus	cosecan
$\sin \theta = \frac{\text{depan}}{\text{miring}}$	$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{\text{miring}}{\text{depan}}$
cosinus	secan
$\cos \theta = \frac{\text{samping}}{\text{miring}}$	$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{\text{miring}}{\text{samping}}$
tangen	cotangen
$\tan \theta = \frac{\text{depan}}{\text{samping}}$	$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\text{samping}}{\text{depan}}$
$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$	$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$

C. SATUAN SUDUT

- Sudut** dapat dinyatakan dalam berbagai macam satuan, yaitu:

1) Derajat (°)

Satu derajat didefinisikan sebagai 1/360 putaran penuh satu lingkaran.

$$1^\circ = \frac{1}{360} \text{ putaran penuh lingkaran}$$

2) Menit (')

Satu menit didefinisikan sebagai 1/60 derajat, sehingga 1° bernilai $60'$.

$$1' = \frac{1}{60}^\circ \quad 1^\circ = 60'$$

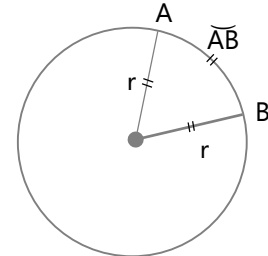
3) Detik (")

Satu detik didefinisikan sebagai 1/60 menit atau 1/3600 derajat, sehingga 1° bernilai $3600''$ dan $1'$ bernilai $60''$.

$$1'' = \frac{1'}{60} = \frac{1}{3600}^\circ \quad 1^\circ = 3600''$$

4) Radian (rad)

Satu radian didefinisikan sebagai ukuran sudut yang dibentuk oleh suatu juring lingkaran yang busurnya bernilai sama dengan jari-jari lingkaran.

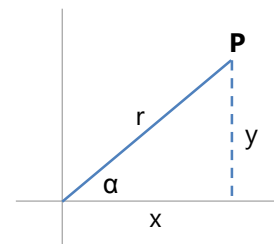


Nilai satu radian adalah:

$$1 \text{ rad} = \frac{180}{\pi}^\circ \quad 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

D. KOORDINAT KARTESIUS DAN POLAR

- Suatu sudut** dapat dinyatakan dalam koordinat kartesius dan koordinat polar.



Koordinat kartesius

$$P = (x, y)$$

Koordinat polar

$$P = (r, \alpha^\circ)$$

- Hubungan** koordinat polar dengan kartesius:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

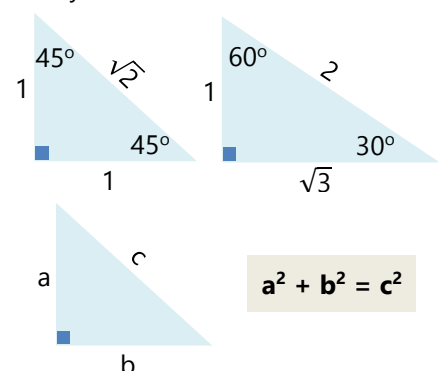
- Hubungan** koordinat kartesius dengan polar:

$$x = r \cos \alpha$$

$$y = r \sin \alpha$$

E. SUDUT ISTIMEWA


- Perbandingan** nilai sisi-sisi segitiga istimewa dan sudutnya antara lain:

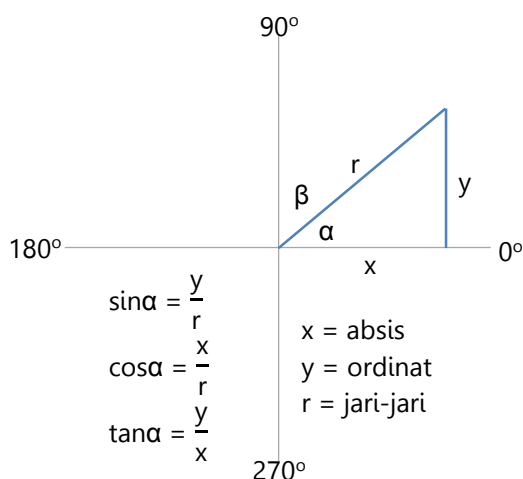


 **Nilai perbandingan trigonometri** pada sudut-sudut istimewa:

	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞
csc	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	1
sec	1	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	2	∞
cot	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0

F. KUADRAN KOORDINAT KARTESIUS

 **Nilai perbandingan trigonometri** suatu sudut yang besarnya $< 90^\circ$ dapat dijelaskan melalui kuadran koordinat kartesius.





 **Tanda nilai perbandingan trigonometri** berbeda di masing-masing kuadrannya.

II		I	
$90 \leq \alpha \leq 180$		$0 \leq \alpha \leq 90$	
sin +	cosec +	sin +	cosec +
cos -	sec -	cos +	sec +
tan -	cot -	tan +	cot +
180°		0°	
sin -	cosec -	sin -	cosec -
cos -	sec -	cos +	sec +
tan +	cot +	tan -	cot -
$180 \leq \alpha \leq 270$		$270 \leq \alpha \leq 360$	
III		IV	

 **Hubungan kelipatan sudut** dengan sudut lain:


- 1) **Sudut 360° atau 2π rad** dan kelipatan bilangan bulatnya bernilai 0° atau 0 rad.
- 2) **Sudut 180° atau π rad** dan kelipatan ganjilnya bernilai 180° atau π rad, sedangkan kelipatan genapnya bernilai 0° atau 0 rad.


 **Sudut** dapat bernilai negatif jika arah putarannya searah jarum jam. Sudut juga dapat bernilai lebih dari 360° jika melakukan lebih dari satu putaran penuh.

 **Untuk mengubah** sudut negatif atau besarnya lebih dari 360° , dapat digunakan konsep:

$$\alpha = \alpha \pm k.360^\circ$$

dengan k merupakan bilangan bulat.

 **Nilai perbandingan trigonometri** sudut pada kuadran II, III dan IV memiliki suatu hubungan atau relasi dengan kuadran I ($\geq 90^\circ$).

 **Sudut berelasi** yang dapat dibentuk:

Kuadran	Sudut	
I	β	atau $90 - \alpha$
II	$90 + \alpha$	atau $180 - \alpha$
III	$180 + \alpha$	atau $270 - \alpha$
IV	$270 + \alpha$	atau $360 - \alpha$


 **Nilai-nilai sudut berelasi:**

$\sin(90 - \alpha) = \cos \alpha$	$\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$
$\cos(90 - \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(180 - \alpha) = -\cos \alpha$
$\tan(90 - \alpha) = \cot \alpha$	$\tan(180 - \alpha) = -\tan \alpha$
$\csc(90 - \alpha) = \sec \alpha$	$\csc(180 - \alpha) = \csc \alpha$
$\sec(90 - \alpha) = \csc \alpha$	$\sec(180 - \alpha) = -\sec \alpha$
$\cot(90 - \alpha) = \tan \alpha$	$\cot(180 - \alpha) = -\cot \alpha$

$\sin(90 + \alpha) = \cos \alpha$	$\sin(180 + \alpha) = -\sin \alpha$
$\cos(90 + \alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(180 + \alpha) = -\cos \alpha$
$\tan(90 + \alpha) = -\cot \alpha$	$\tan(180 + \alpha) = \tan \alpha$
$\csc(90 + \alpha) = \sec \alpha$	$\csc(180 + \alpha) = -\csc \alpha$
$\sec(90 + \alpha) = -\csc \alpha$	$\sec(180 + \alpha) = -\sec \alpha$
$\cot(90 + \alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(180 + \alpha) = \cot \alpha$

$\sin(270 - \alpha) = -\cos \alpha$	$\sin(360 - \alpha) = -\sin \alpha$
$\cos(270 - \alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(360 - \alpha) = \cos \alpha$
$\tan(270 - \alpha) = \cot \alpha$	$\tan(360 - \alpha) = -\tan \alpha$
$\csc(270 - \alpha) = -\sec \alpha$	$\csc(360 - \alpha) = -\csc \alpha$
$\sec(270 - \alpha) = -\csc \alpha$	$\sec(360 - \alpha) = \sec \alpha$
$\cot(270 - \alpha) = \tan \alpha$	$\cot(360 - \alpha) = -\cot \alpha$

$\sin(270 + \alpha) = -\cos \alpha$	$\sin(360 + \alpha) = \sin \alpha$
$\cos(270 + \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(360 + \alpha) = \cos \alpha$
$\tan(270 + \alpha) = -\cot \alpha$	$\tan(360 + \alpha) = \tan \alpha$
$\csc(270 + \alpha) = -\sec \alpha$	$\csc(360 + \alpha) = \csc \alpha$
$\sec(270 + \alpha) = \csc \alpha$	$\sec(360 + \alpha) = \sec \alpha$
$\cot(270 + \alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(360 + \alpha) = \cot \alpha$

 **Pola** yang dapat diambil:

- 1) Pada sudut $90 \pm \alpha$ dan $270 \pm \alpha$, nama perbandingan **berubah** dengan tanda sesuai kuadran awal.
- 2) Pada sudut $180 \pm \alpha$ dan $360 \pm \alpha$, nama perbandingan **tetap** dengan tanda sesuai kuadran awal.

Contoh:

Tentukan nilai trigonometri sudut-sudut berikut:

1. $\sin(-30^\circ) = -\sin(30) = -\frac{1}{2}$
2. $\cos 150^\circ = -\cos(30) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$
3. $\cos(-300^\circ) = \cos(60) = \frac{1}{2}$
4. $\tan\left(\frac{23\pi}{6}\right) = \tan\left(4\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \tan(-30)$
 $= -\tan 30 = -\frac{1}{3}\sqrt{3}$
5. $\cot\left(-\frac{41\pi}{3}\right) = \cot\left(-14\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \cot 60 = \frac{1}{3}\sqrt{3}$
6. $\sec 870^\circ = \sec 510 = \sec 150$
 $= -\sec(30) = -\frac{2}{3}\sqrt{3}$