

南开大学 2019 级文科高等数学统考试卷 (A 卷) 答案

一、填空题 (每小题 3 分, 共 36 分)

1. $\frac{3}{2}$

2. $\frac{1}{3}$

3. $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

4. 1

5. 0

6. 1

7. 1

8. 16

9. $\sqrt{1+x^2} + C$

10. 4

11. 2

12. $\begin{pmatrix} -3 & -5 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$

二、计算题: (每小题 8 分, 共 56 分)

1. $\frac{4}{3}$

2. $(0,1)$ 及 $(1,+\infty)$ 连续, 在 $x=1$ 处不连续。

3. $(-\infty,0), (2,+\infty)$ 单调递减, $(0,2)$ 单调增加, 极小值 $y(0)=0$, 极

大值 $y(2) = 4e^{-2}$

4. $\sqrt{x}(\ln(x) - 2) + C$

5. $4 - 2\sqrt{3}$

6. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

7. $\begin{cases} x_1 = 3 + C_1 + C_2 \\ x_2 = C_1 \\ x_3 = -2 + 2C_2 \\ x_4 = C_2 \end{cases}$

三、解答题（每小题 4 分，共 8 分）

1. $\min(x^2, \frac{1}{|x|}) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & -2 \leq x < -1 \\ x^2, & -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & 1 < x \leq 2 \end{cases}$

$$\int_{-2}^2 \min(x^2, \frac{1}{|x|}) dx = \int_{-2}^{-1} (-\frac{1}{x}) dx + \int_{-1}^1 x^2 dx + \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \frac{2}{3} + 2 \ln 2$$

2. $|A + I| = |A + AA^T| = |A(I + A^T)| = |A||I + A^T| = |A||I + A|^T = |A||A + I|$

上式移项可得:

$(1 - |A|)|A + I| = 0$, 而 $|A| < 0$, 故 $(1 - |A|) > 0$, 所以 $|A + I| = 0$