LAPORAN PROJECT TAHAP I

KALKULUS II

IMPLEMENTASI PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA DALAM MENGHITUNG ELASTISITAS PRODUKSI

Dosen pengampu: Dr. Umi Salamah

Disusun oleh:

Kelompok 6

1. Raissa Nurul Ilmi (M0521064)
2. Syah Rizan Nazri Muhammad (M0521075)
3. Yuzzar Rizky Mahendra (M0521082)

KELAS C

PROGRAM STUDI INFORMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS SEBELAS MARET

2022

A. Dasar Teori

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang mengandung suatu fungsi yang tidak diketahui dan satu atau lebih turunannya. Di dalam persamaan diferensial dapat diklasifikasikan menjadi dua jenis, yaitu persamaan diferensial biasa (PDB) dan persamaan diferensial parsial (PDP). Salah satu cara dalam membedakan kedua jenis persamaan diferensial tersebut adalah dengan melihat jumlah peubah bebas yang dibutuhkan pada fungsi yang tak diketahui tersebut. Jika fungsi tersebut hanya bergantung pada satu peubah bebas, maka disebut persamaan diferensial biasa. Sebaliknya, jika fungsi tersebut bergantung pada lebih dari satu peubah bebas, maka disebut persamaan diferensial parsial.

Pada persamaan diferensial biasa terdapat dua kondisi, yakni separable dan non-separable. Persamaan diferensial biasa separable merupakan kondisi dimana suatu persamaan diferensial dapat dipisahkan di masing-masing sisi. Dalam arti lain, satu sisi hanya memuat satu variabel saja, sedangkan persamaan diferensial biasa non separable memiliki persamaan yang tidak dapat dipisahkan pada masing - masing sisi. Persamaan diferensial biasa orde pertama merupakan persamaan diferensial yang paling sederhana dikarenakan persamaan ini hanya mengandung turunan pertama dari fungsi yang tak diketahui. Walaupun begitu, banyak fenomena dalam kehidupan sehari-hari yang sifatnya dapat dimodelkan sebagai persamaan diferensial biasa orde pertama.

B. Permasalahan

Persamaan diferensial dapat memegang peranan penting dalam berbagai bidang, seperti fisika, ilmu ekonomi, sains, teknologi dan berbagai disiplin ilmu lainnya. Oleh karena itu, penerapan persamaan diferensial banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari dan salah satu contohnya adalah untuk menghitung elastisitas produksi. Secara umum elastisitas adalah suatu pengertian yang menggambarkan persentase perubahan yang terjadi pada suatu variabel terhadap setiap persen perubahan variabel lainnya. Dalam arti lain elastisitas merupakan tingkat kepekaan (perubahan) suatu gejala ekonomi terhadap perubahan gejala ekonomi lainnya. Apabila dituliskan dalam bentuk model matematikanya, elastisitas dari suatu fungsi y = f(x) berkenaan dengan x dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$\epsilon = \frac{\%\, Perubahan\, Var\, Dependent}{\%\, Perubahan\, Var\, Independent} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(\Delta y/y)}{(\Delta x/x)} = \frac{\Delta y}{\Delta x} * \frac{x}{y} = \frac{\partial y}{\partial x} * \frac{x}{y} = y' * \frac{x}{y}$$

Artinya, elastisitas y = f(x) merupakan limit dari rasio antara perubahan relative dalam y terhadap perubahan relative dalam x, untuk perubahan x yang sangat kecil atau mendekati nol. Dengan kata lain, elastisitas y terhadap x dapat dikatakan sebagai rasio antara persentase perubahan y terhadap persentase perubahan x.

Dengan adanya model PDB di atas, maka permasalahan yang ada pada laporan ini dapat diselesaikan.

C. Penyelesaian Exact

Elastisitas produksi adalah besar presentase perubahan yang terjadi pada jumlah produksi (output) yang dihasilkan apabila seorang produsen mengubah jumlah faktor produksi (input) sekian persen. Elastisitas produksi menunjukkan besarnya perubahan jumlah keluaran (output) yang dihasilkan akibat adanya perubahan jumlah masukan (input) yang digunakan. Sehingga untuk mendapatkan rumus elastisitas produksinya dengan menghitung rasio antara persentase perubahan jumlah keluaran terhadap persentase perubahan jumlah masukan.

$$\epsilon_p = \frac{\%\Delta P_r}{\%\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\left(\Delta P_r / P_r\right)}{\left(\Delta x / x\right)} = \frac{\Delta P_r}{\Delta x} * \frac{x}{P_r} = \frac{\partial P_r}{\partial x} * \frac{x}{P_r} = P_r' * \frac{x}{P_r}$$

Diperoleh apabila nilai mutlak ϵ_p lebih besar dari 1, maka jumlah input berubah sebesar persentase tertentu maka jumlah output akan berubah secara searah (*elastis*). Jika nilai mutlak ϵ_p sama dengan 1, maka jumlah input berubah sebesar persentase tertentu dan jumlah output akan berubah secara searah dengan persentase yang sama besarnya daripada persentase perubahan inputnya (*unitary elastis*). Jika nilai mutlak ϵ_p lebih kecil dari 1, maka jumlah input berubah sebesar persentase tertentu dan jumlah output akan berubah secara searah dengan persentase yang lebih kecil daripada persentase perubahan inputnya (*inelastis*).

Untuk mencari persamaan dari produksi suatu barang menggunakan Persamaaan Diferensial Biasa atau PDB orde 1. Misal kita anggap $\epsilon_p = 1$. Maka dengan substitusi ke persamaan rumus elastisitas produksi $\epsilon_p = P_r' \cdot \frac{x}{P_r}$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$1 = (P_r{}')\left(\frac{x}{P_r}\right)$$

$$P_r' = \frac{P_r}{x}$$

$$\frac{dP_r}{dx} = \frac{P_r}{x}$$

$$\int \frac{d\,P_r}{P_r} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\ln|P_r| = \ln|\mathrm{x}| + \mathrm{c}$$

$$P_r = x + e^c$$

Selanjutnya, mari kit acari nilai c. Jika diberikan nilai awal x = 0 dan Pr = 0,5 lalu kita coba substitusikan, maka diperoleh nilai

$$0{,}5 = 0 + e^c$$

$$0{,}5 = e^c$$

$$\ln\ |0{,}5| = \mathrm{c}$$

$$\ln\ \left|\frac{1}{2}\right| = \mathrm{c}$$

$$-\ln|2| = \mathrm{c}$$

$$\mathrm{c} = -0{,}693$$

Jadi, fungsi elastisitas produksi dari suatu barang ditunjukkan dengan persamaan $Pr = \mathrm{x} + e^{-0{,}693}$

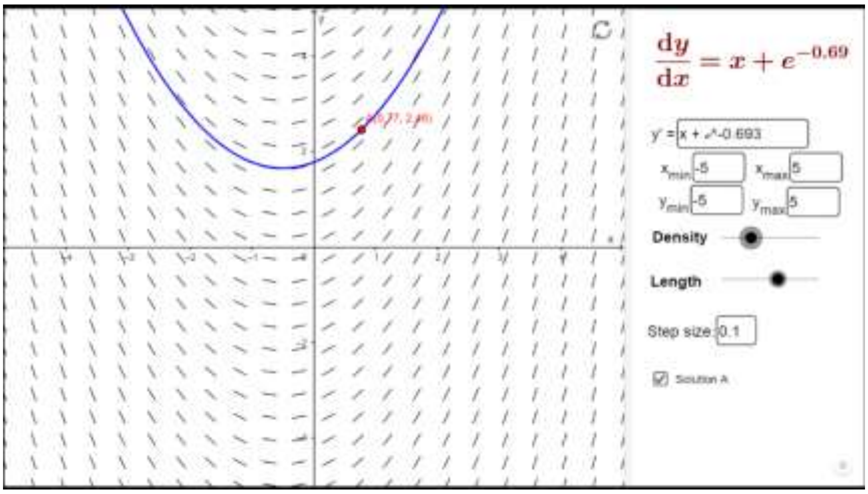
Untuk memastikan, sebagai contoh jika kita menentukan elastisitas produksi pada tingkat penggunaan faktor produksi sebanyak 3 unit, maka dihitung dengan rumus elastisitas di atas. Mencari nilai P_r' maka didapat $\frac{dP_r}{dx} = \frac{P_r}{x}$, Kemudian disubstitusikan ke dalam rumus elastisitas dengan x =3.

$\epsilon_p = P_r' \cdot \frac{x}{P_r}$

$\epsilon_p = (\frac{P_r}{x})\ (\frac{x}{x})$

$\boldsymbol{\epsilon_p = 1}$

D. Direction Field (Slope Field) dari PDB dengan Penjelasan Aplikasi yang Digunakan



Penyelesaian persamaan diferensial pada permasalahan ini menggunakan website GeoGebra. Pada permasalahan ini, terdapat PDB orde 1 yaitu $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$ dengan batas $-5 \leq x \leq 5$ dan $-5 \leq y \leq 5$.

Untuk menyelesaikan persamaan tersebut dan menggambarkan grafik pada GeoGebra, diperlukan beberapa masukan untuk menghasilkan direction field. Pada masukan pertama yang bertulisan $\boldsymbol{f'(x,y) = y'}$, berguna untuk memasukan fungsi yang kita inginkan. Selanjutnya ada $\boldsymbol{Xmin, Xmax, Ymin}$, dan $\boldsymbol{Ymax}$, berguna untuk mengatur batas-batas dari direction field ini. Lalu ada **density** dan **Length**, berfungsi untuk mengatur vector line dari direction field. Semakin besar **density**, maka semakin berjarak vektor line nya. Sedangkan untuk **length**, semakin besar **length** maka semakin Panjang vektor line nya. Kemudian yang terakhir, ada **step size**, berfungsi untuk akurasi direction fieldnya. Website GeoGebra menyarankan untuk 0.1 tapi jika ingin lebih akurasi lagi maka bisa menggunakan 0.01.

E. Penyelesaian dengan Metode Euler

Euler Method adalah metode paling sederhana yang diturunkan dari deret Taylor. Metode ini menyediakan pendekatan yang lebih akurat untuk penyelesaian nilai awal persamaan diferensial dengan syarat nilai awal

$$\frac{dy}{dx} = F(x,y) \qquad\qquad y(x_0) = y_0$$

Metode euler menggunakan garis singgung untuk penyelesaian pendekatan PDB, dengan pendekatan penyelesaian akutual dari $y = f(x)$ pada nilai x tertentu. Dimana nilai f di antara dua nilai x yang berdekatan diperoleh dengan interpolasi linear.

Persamaan diferensial yang digunakan dalam kasus ini yaitu

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$$

Untuk menyelesaiakan permasalahan menggunakan metode euler maka digunakan persamaan euler method sebagai berikut:

$$x_n = x_{n-1} + h$$

$$y_n = y_{n-1} + hf(x_{n-1}, y_{n-1})$$

Sehingga, sesuai dengan persamaan diferensial yg digunakan yaitu

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$$

didapatkan penyelesaiannya $y_n = y_{n-1} + h\,(\frac{x_{n-1}}{y_{n-1}})$

$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$ x(0) = 0 , y(0) = 0.5 , b = 1

h = $\frac{1-0}{10}$ = 0,1

Hasil dari perhitungannya didapat sebagai berikut:

x1 = 0,1 x2 = 0,2 x3 = 0,3 x4 = 0,4 x5 = 0,5 x6 = 0,6 x7 = 0,7 x8 = 0,8 x9 = 0,9 x10 = 1

y_0 = 0,5

y_1 = $y_0 + hf(x_0, y_0)$

$= y_0 + h\,(\frac{x_0}{y_0})$

= 0,5 + 0,1($\frac{0}{0,5}$) = 0,5

y_2 = $y_1 + hf(x_1, y_1)$

$= y_1 + h\,(\frac{x_1}{y_1})$

= 0,5 + 0,1($\frac{0,1}{0,5}$) = 0,52

y_3 = $y_2 + hf(x_2, y_2)$

$= y_2 + h\,(\frac{x_2}{y_2})$

$= 0,52 + 0,1(\frac{0,2}{0,52}) = 0,5585$

$y_4 \quad = y_3 + hf(x_3, y_3\ )$

$= \ y_3 + h\ (\frac{x_3}{y_3})$

$= 0,5585 + 0,1(\frac{0,3}{0,5585}) = 0,6122$

$y_5 \quad = y_4 + hf(x_4, y_4\ )$

$= \ y_4 + h\ (\frac{x_4}{y_4})$

$= 0,6122 + 0,1(\frac{0,4}{0,6122}) = 0,6776$

$y_6 \quad = y_5 + hf(x_5, y_5\ )$

$= \ y_5 + h\ (\frac{x_5}{y_5})$

$= 0,6776 + 0,1(\frac{0,5}{0,6776}) = 0,7513$

$y_7 \quad = y_6 + hf(x_6, y_6\ )$

$= \ y_6 + h\ (\frac{x_6}{y_6})$

$= 0,7513 + 0,1(\frac{0,6}{0,7513}) = 0,8311$

$y_8 \quad = y_7 + hf(x_7, y_7\ )$

$= \ y_7 + h\ (\frac{x_7}{y_7})$

$= 0,8311 + 0,1(\frac{0,7}{0,8311}) = 0,9153$

$y_9 \quad = y_8 + hf(x_8, y_8\ )$

$= \ y_8 + h\ (\frac{x_8}{y_8})$

$= 0,9153 + 0,1(\frac{0,8}{0,9153}) = 1,0027$

$y_{10} \quad = y_9 + hf(x_9, y_9\ )$

$= \ y_9 + h\ (\frac{x_9}{y_9})$

$= 1,0027 + 0,1(\frac{1}{1,0027}) = 1,102$

F. Penyelesaian dengan Improved Euler Method

Improved Euler Method merupakan salah satu metode penyelesaian PDB yang berfungsi untuk mengatasi suatu permasalahan dengan mencari rata-rata kemiringan berdasarkan titik awal dan kemiringan titik baru di mana hasilnya akan memberikan titik rata-rata untuk memperkirakan nilainya serta mengurangi kesalahan yang dimiliki oleh metode Euler.

Improved Euler Method melibatkan dua buah persamaan. Persamaan pertama disebut sebagai persamaan prediktor yang digunakan untuk memprediksi nilai integrasi awal dan persamaan kedua disebut sebagai persamaan korektor yang mengoreksi hasil integrasi awal. Berikut ini merupakan persamaan dari Improved Euler Method.

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}h[\ f(x_n, y_n) + f(x_n + h, y_n + hf(x_n, y_n))]$$

Pada permasalahan ini digunakan suatu PDB yang didefinisikan sebagai berikut.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$$

Kemudian untuk menyelesaikan permasalahan tersebut dengan menggunakan Improved Euler Method dibutuhkan *initial value* y(0) = 0,5; x(0) ; h = 0,1

$x_n = x_n + h$

x_1 = 0,1; x_2 = 0,2; x_3 = 0,3; x_4 = 0,4; x_5 = 0,5; x_6 = 0,6; x_7 = 0,7; x_8 = 0,8; x_9 = 0,9; x_{10} = 1

$y_0 = y(0) = 0,5$

$y_1 = y_0 + \frac{1}{2}h[(\ f(x_0, y_0) + f(x_0 + h, y_0 + hf(x_0, y_0)]$

$f(x_0, y_0) = \frac{0}{0,5} = 0$

$f(x_0 + h, y_0 + hf(x_0, y_0) = f(0,1\ , 0,5) = 0,2$

$= 0,5 + 0,05(0 + 0,2)$

$= 0,51$

$y_2 = y_1 + \frac{1}{2}h[(\ f(x_1, y_1) + f(x_1 + h, y_1 + hf(x_1, y_1)]$

$f(x_1, y_1) = \frac{0,1}{0,51} \approx 0,1961$

$f(x_1 + h, y_1 + hf(x_1, y_1) = f(0,2\ , 0,5296) \approx 0,3776$

$= 0{,}51 + 0{,}05(0{,}1961 + 0{,}3776)$

$= 0{,}538685$

$y_3 \quad = y_2 + \frac{1}{2}h[(f(x_2, y_2) + f(x_2 + h, y_2 + hf(x_2,y_2))]$

$f(x_2, y_2) = \frac{0{,}2}{0{,}538685} \approx 0{,}3713$

$f(x_2 + h, y_2 + hf(x_2,y_2)) = f(0{,}2\ , 0{,}5758) \approx 0{,}3473$

$= 0{,}538685 + 0{,}05(0{,}3713 + 0{,}3473)$

$= 0{,}574615$

$y_4 \quad = y_3 + \frac{1}{2}h[(f(x_3, y_3) + f(x_3 + h, y_3 + hf(x_3,y_3))]$

$f(x_3, y_3) = \frac{0{,}3}{0{,}574615} \approx 0{,}5221$

$f(x_2 + h, y_2 + hf(x_2,y_2)) = f(0{,}3\ , 1{,}0967) \approx 0{,}2735$

$= 0{,}574615 + 0{,}05(0{,}5221 + 0{,}2735)$

$= 0{,}614395$

$y_5 \quad = y_4 + \frac{1}{2}h[(f(x_4, y_4) + f(x_4 + h, y_4 + hf(x_4,y_4))]$

$f(x_4, y_4) = \frac{0{,}4}{0{,}614395} \approx 0{,}6510$

$f(x_4 + h, y_4 + hf(x_4,y_4)) = f(0{,}4\ , 0{,}6795) \approx 0{,}5887$

$= 0{,}614395 + 0{,}05(0{,}6510 + 0{,}5887)$

$= 0{,}67638$

$y_6 \quad = y_5 + \frac{1}{2}h[(f(x_5, y_5) + f(x_5 + h, y_5 + hf(x_5,y_5))]$

$f(x_5, y_5) = \frac{0{,}5}{0{,}67638} \approx 0{,}7392$

$f(x_5 + h, y_5 + hf(x_5,y_5)) = f(0{,}5\ , 0{,}7503) \approx 0{,}6664$

$= 0{,}67638 + 0{,}05(0{,}7392 + 0{,}6664)$

$= 0{,}74666$

$y_7 \quad = y_6 + \frac{1}{2} h[(f(x_6, y_6) + f(x_6 + h, y_6 + hf(x_6, y_6))]$

$f(x_6, y_6) = \frac{0{,}6}{0{,}74666} \approx 0{,}8036$

$f(x_6 + h, y_6 + hf(x_6, y_6)) = f(0{,}6\ , 0{,}7503) \approx 0{,}8270$

$= 0{,}74666 + 0{,}05(0{,}8036 + 0{,}8270)$

$= 0{,}82819$

$y_8 \quad = y_7 + \frac{1}{2} h[(f(x_7, y_7) + f(x_7 + h, y_7 + hf(x_7, y_7))]$

$f(x_7, y_7) = \frac{0{,}7}{0{,}82819} \approx 0{,}8452$

$f(x_7 + h, y_7 + hf(x_7, y_7)) = f(0{,}7\ , 0{,}9127) \approx 0{,}7669$

$= 0{,}82819 + 0{,}05(0{,}8452 + 0{,}7669)$

$= 0{,}908795$

$y_9 \quad = y_8 + \frac{1}{2} h[(f(x_8, y_8) + f(x_8 + h, y_8 + hf(x_8, y_8))]$

$f(x_8, y_8) = \frac{0{,}8}{0{,}908795} \approx 0{,}8803$

$f(x_8 + h, y_8 + hf(x_8, y_8)) = f(0{,}8\ , 0{,}9986) \approx 0{,}8011$

$= 0{,}908795 + 0{,}05(0{,}8803 + 0{,}8011)$

$= 0{,}992865$

$y_{10} \quad = y_9 + \frac{1}{2} h[(f(x_9, y_9) + f(x_9 + h, y_9 + hf(x_9, y_9))]$

$f(x_9, y_9) = \frac{0{,}9}{0{,}992865} \approx 0{,}9065$

$f(x_9 + h, y_9 + hf(x_9, y_9)) = f(0{,}9\ , 0{,}9986) \approx 1{,}0835$

$= 0{,}992865 + 0{,}05(0{,}9065 + 1{,}0835)$

= 1,092365

G. Tabel dan Grafik Penyelesaian Exact, Euler, dan Improved Euler

Tabel Hasil Exact

x	Y
0	0,5
0,1	0,6
0,2	0,7
0,3	0,8
0,4	0,9
0,5	1,0
0,6	1,1
0,7	1,2
0,8	1,3
0,9	1,4
1	1,5

Tabel Euler Method

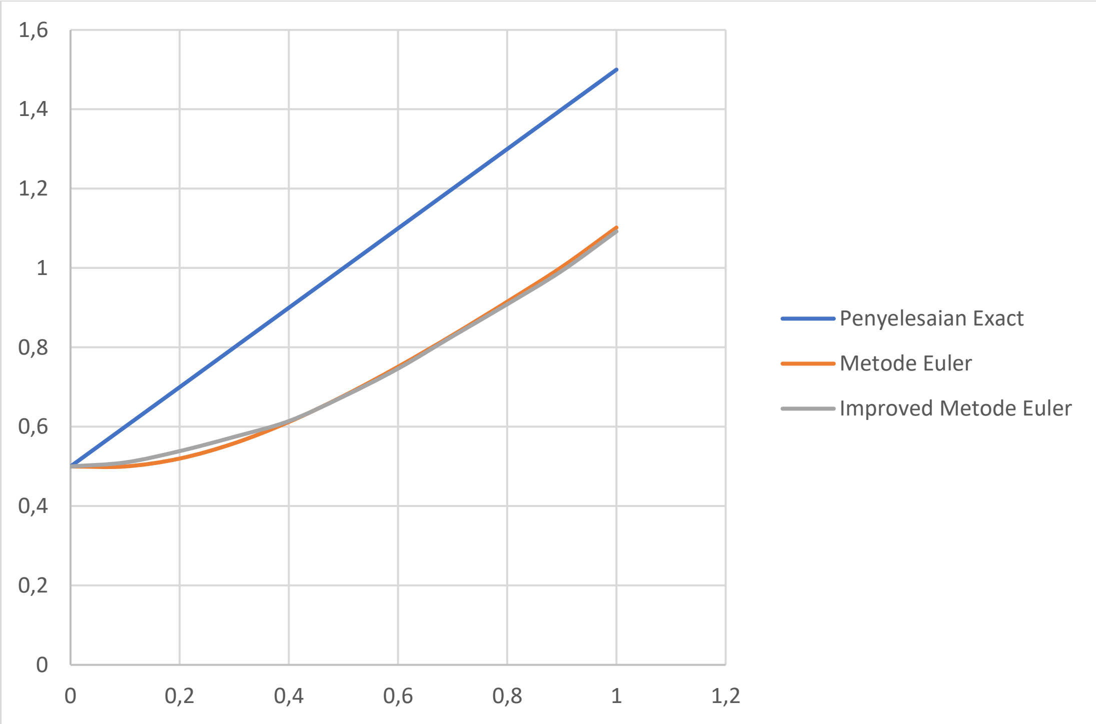
x	Y
0	0,5
0,1	0,5
0,2	0,52
0,3	0,5585
0,4	0,6122
0,5	0,6776
0,6	0,7513
0,7	0,8311
0,8	0,9153
0,9	1,0027
1	1,102

Tabel Improved Euler Method

x	Y
0	0,5
0,1	0,51
0,2	0,538685
0,3	0,574615
0,4	0,614395
0,5	0,67638
0,6	0,74666
0,7	0,82819
0,8	0,908795
0,9	0,992865

1	1,092365

Grafik



H. Penyelesaian dengan Transformasi Laplace

Transformasi Laplace adalah suatu teknik untuk menyederhanakan permasalahan dalam suatu sistem yang mengancung masukan dan keluaran, dengan melakukan transformasi dari suatu domain pengamatan ke domain pengamatan yang lain.

Dalam matematika jenis transformasi ini merupakan suatu konsep yang sangat penting sebagai bagian dari analisis fungsional, yang dapat membantu dalam melakukan analisis sistem invariant-waktu linier, seperti rangkaian elektronik, osilator dan sistem-sistem mekanik lainnya. Dengan mengetahui ini, transformasi laplace dapat memberikan deskripsi fungsional alternatif yang kadang dapat menyederhanakan proses analisis kelayakan dari sistem atau membuat sistem baru yang berdasarkan suatu kumpulan spesifikasi.

Transformasi Laplace dari suatu fungsi $f(t)$, yang terdefinisi untuk semua nilai t riil dengan $t \geq 0$, adalah fungsi $F(s)$, yang dapat didefinisikan sebagai:

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_{0^-}^{\infty} e^{-st} f(t)\, dt$$

Jenis transformasi integral ini memiliki sejumlah sifat yang sebenarnya amat berguna bagi analisis sistem dinamik linear. Keunggulan utama dari car aini adalah mengubah proses diferensial menjadi perkalian dan integrasi menjadi pembagian, dengan adanya s (Hal ini mirip dengan fungsi logaritma yang mengubah operasi perkalian dan pembagian menjadi penjumlahan dan pengurangan). Perubahan persamaan integral dan diferensial menjadi bentuk polynomial menyederhanakan proses penyelesaian.

Diketahui persamaan diferensial: $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$ dengan nilai x (faktor produksi) = 3. Lalu untuk langkah-langkah menentukan Transformasi Laplace:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{dy}{dx}\right] = \mathcal{L}[x]\,.\;\mathcal{L}\left[\frac{1}{y}\right]$$

$$sY(s) - y(0) = \frac{x}{s^2}\,.\;\frac{1}{Y(s)}$$

$$s[Y(s)]^2 = \frac{x}{s^2} + 1$$

$$Y(s) = \sqrt{\frac{3}{s^3} + \frac{1}{s}}$$

$$Y(s) = \sqrt{\frac{3}{2}\,.\;\frac{2!}{s^3} + \frac{1}{s}}$$

$$Y(s) = \sqrt{\frac{3}{2}t + 1}$$

I. Kesimpulan

Persamaan diferensial dapat kita temukan dalam berbagai bidang, salah satunya adalah dalam bidang ekonomi. Dalam elastisitas produksi ini, kita dapat menemukan persamaan diferensial yang berada pada bidang ekonomi. Elastisitas produksi ini berguna untuk menunjukkan besarnya perubahan jumlah keluaran atau output yang dipastikan akibat perubahan jumlah masukan atau input yang digunakan. Bentuk persamaan dari elastisitas produksi sebagai berikut.

$$\epsilon p = \frac{\%\,\Delta \mathrm{Pr}}{\%\,\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(\Delta Pr/Pr)}{(\Delta x/x)} = \frac{\Delta Pr}{\Delta x} * \frac{x}{Pr} = \frac{\partial Pr}{\partial x} * \frac{x}{Pr} = P'r * \frac{x}{Pr}$$

Dari contoh penyelesain masalah di atas, apabila ϵ_p sama dengan 1, maka jumlah input berubah sebesar persentase tertentu dan jumlah output akan berubah secara searah dengan persentase yang sama besarnya daripada persentase perubahan inputnya atau kondisi ini disebut dengan *unitary elastis*.

Dalam menyelesaikan permasalah persamaan diferensial pada laporan ini, kami melakukan beberapa pendekatan seperti Metode Euler, Metode Improved Euler, dan tranformasi Laplace. Dari beberapa pendekatan yang sudah kami lakukan dalam menyelesaikan permasalahan persamaan diferensial, beberapa pendekatan ini dapat menyelesaikan permasalahan diferensialnya. Namun, keakuratan setiap pendekatannya berbeda-beda. Setelah dihitung dengan berbagai pendekatan dan dibuktikan dengan adanya grafik yang kami buat, dapat kami katakan bahwa Metode Inproved Euler, ditunjukan dengan hasil perhitungan Metode Improved Euler yang lebih mendekati hasil exact.

J. Daftar Pustaka

Mahadisuta. (2012). Pengertian dan Jenis Persamaan Diferensial. Diakses pada tanggal 12 Juni 2022 pukul 18.24 WIB, dari https://www.mahadisuta.net/2012/12/pengertian-jenis-persamaan-differensial.html

Rosidi, M. (2019). Metode Numerik Menggunakan R Untuk Teknik Lingkungan. Diakses pada tanggal 19 Juni 2022 pukul 20.11 WIB, dari https://bookdown.org/moh_rosidi2610/Metode_Numerik/

Share ITS. Persamaan Diferensial Tingkat 1. Diakses pada tanggal 12 Juni 2022 pukul 18.24 WIB, dari http://share.its.ac.id/mod/page/view.php?id=1740

Syamsuar, G. (2017). MATEMATIKA BISNIS Aplikasi Diferensial Dalam Ekonomi. Diakses pada tanggal 10 Juni 2022 pukul 14.45 WIB, dari https://www.academia.edu/31471248/Aplikasi_Diferensial_dalam_Ekonomi_dan_Bisnis

K. Kontribusi Tahap 1

1. Raissa Nurul Ilmi: Menjelaskan secara detail mengenai permasalahan yang dibahas dan dasar teori serta membuat susunan laporan ini.

2. Syah Rizan Nazri Muhammad: Menjelaskan penyelesaian exact dari permasalahan yang dibahas.
3. Yuzzar Rizky Mahendra: Membuat gambaran direction field dari PDB.
4. Dilakukan Bersama: Mencari dan menentukan real problem yang ingin dibahas di mana PDB/MNA orde 1 dimanfaatkan di dalamnya serta membuat kesimpulan.

L. Kontribusi Tahap 2

1. Raissa Nurul Ilmi: Menjelaskan penyelesaian dengan Improved Euler Method serta membuat susunan laporan dengan tambahan materi baru.
2. Syah Rizan Nazri Muhammad: Menjelaskan penyelesaian dengan Euler Method serta membuat tabel dan grafik dari penyelesaian dengan metode Euler dan Improved Euler.
3. Yuzzar Rizky Mahendra: Menjelaskan penyelesaian dengan Transformasi Laplace dan menambahkan kesimpulan baru.
4. Dilakukan Bersama: Saling mengoreksi pekerjaan satu sama lain dan berdiskusi ketika kesulitan dalam mengerjakan tiap-tiap metode penyelesaian.