

# Лабораторной работе №2. Задача о погоне

---

“Ндри Ив Алла Ролан. НФИбд-02-20”<sup>1</sup>

18 февраля, 2023, Москва, Россия

<sup>1</sup>Российский Университет Дружбы Народов

# Цели и задачи работы

---

## Цель работы:

Цель работы - разобраться в алгоритме построения математической модели на примере задачи о погоне. Нам необходимо провести теоритические рассуждение и вывести дифференциальные уравнения, с помощью которых мы сможем определить точку пересечения лодки и катера из задачи. Для более наглядного примера нам были выданы варианты, с помощью которых можно будет смоделировать траектории движения лодки и катера. Условия задачи: “На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии  $k$  км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в  $n$  раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо

**Задача:**

---

## Задача:

1. Изучить условия задачи. Провести теоритические рассуждения используя данные из варианта
2. Вывести дифференциальное уравнение, соответствующее условиям задачи
3. Написать программу для расчета траетории движения катера и лодки.
4. Построить модели.
5. Определить по моделям точку пересечения катера и лодки.

# **Ход работы лабораторной работы**

---

Принимаем за  $t_0 = 0$ ,  $X_0 = 0$  - место нахождения лодки браконьеров в момент, когда их обнаруживают катера береговой охраны. После введем полярные координаты. Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $\frac{x}{v}$  или  $\frac{x+k}{v}$  (для второго случая  $\frac{x-k}{v}$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v} \text{ - в первом случае, } \frac{x}{v} = \frac{x-k}{v} \text{ во втором случае.}$$

Отсюда мы найдем два значения  $x_1$  и  $x_2$ , задачу будем решать для двух случаев :

$$*x_1 = \frac{k}{n+1}, \text{при } \theta = 0$$

$$*x_2 = \frac{k}{n-1}, \text{при } \theta = -\pi$$



Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи  $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$ . Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость  $v_t = \sqrt{n^2 v_r^2 - v^2}$ . Поскольку, радиальная скорость равна  $v$ , то тангенциальную скорость находим из уравнения  $v_t = \sqrt{n^2 v^2 - v^2}$ . Следовательно,  $v_\tau = v \sqrt{n^2 - 1}$ .

- Тогда получаем  $r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1}$

## Произведение теоретических расчетов:

$$\begin{aligned}
 v_t &= \sqrt{(4,3)^2 v^2 - v^2} = \sqrt{18,49 v^2 - v^2} \\
 &= \sqrt{17,49 v^2} \\
 &= v \sqrt{17,49}
 \end{aligned}$$

тогда получаем

$$\frac{dr}{dt} = v$$

$$\int \frac{dr}{dt} = v \sqrt{17,49}$$

с начальными условиями

$$\left. \begin{aligned} & \varphi \left. \begin{aligned} & r_0 = \frac{K}{5,3} \\ & \varphi_0 = 0 \end{aligned} \right\} \text{ или } \left. \begin{aligned} & r_0 = \frac{K}{3,3} \\ & \varphi_0 = -\pi \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right.$$

**Рис. 1:** Теоретические расчеты и вывод дифференциальных уравнений в соответствии с условием задачи

## 5.2 Произведение теоретических расчетов:

расчетное 10,5 км  
скорость ветра 4,3 м/с  
 $K = 10,5 \text{ км}$ ;  $t_0 = 0$ ;  $X_0 = 0$   
 $X_{K0} = K$   
 $k_n = \frac{X_1}{v}$ ;  $t_n = \frac{K - X_1}{4,3v}$

1° случай

$$\frac{X_1}{v} = \frac{K - X_1}{4,3v}$$
$$4,3X_1 = v(K - X_1)$$
$$4,3X_1 = K - X_1$$
$$5,3X_1 = K$$
$$X_1 = \frac{K}{5,3}$$

2° случай

$$\frac{X_2}{v} = \frac{K + X_2}{4,3v}$$
$$4,3X_2 = v(K + X_2)$$
$$4,3X_2 = K + X_2$$
$$3,3X_2 = K$$
$$X_2 = \frac{K}{3,3}$$

\* Размещение скорости  $v_r$   
технологическая  $v_t$

$$v_r = \frac{d}{dt}$$
;  $\frac{d}{dt} = v$

Рис. 2: Теоретические расчеты

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:  $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{n^2-1}}$  Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

## Условие задачи:

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 10 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4.3 раза больше скорости браконьерской лодки

# Код программы

```
1  # Кривая преследования
2
3  # Заяц убегает от волка
4  # скорость волка и зайца относятся как волк/заяц = k
5  using Plots
6
7  include("RK.jl")
8
9  function F(r)
10     k = 6.0
11     return r / sqrt(k^2-1)
12 end
13
14 const r_0 = 1.0
15 const h = 0.01
16 const θ_0 = 0.0
17 const θ_1 = 4π
18
19 θ, R = RK.RKp6n1(F, r_0, h, θ_0, θ_1)
20
21
22 plt = plot(
23     proj = :polar,
24     aspect_ratio=:equal,
25     dpi=300,
26     title="Ну заяц, погоди!",
27     legend=true)
28
29
30
31 plot!(
32     plt,
33     θ,
34     R,
35     label="Траектория волка",
36     color=:red)
37
```

```
function RKp6n1(func::Function, x_0::SVector, h::Float64, start::Float64, stop::Float64)
```

```
    # Массив, содержащий точки временной сетки
    T = collect(takewhile(<=(stop), countfrom(start, h)))

    EQN = length(x_0)
    N = length(T)
```

# Результаты работы программы

Точка пересечения зеленого графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров. Исходя из этого графика, мы имеем координаты: Координаты точки пересечения

Out[37]:

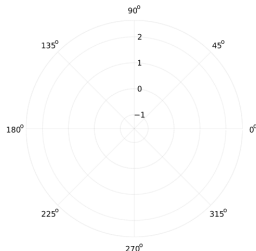


Рис. 3: траектории для первого случая

Out[33]:

Катер с бандитами



90°

15

## **Выводы**

---



Мы рассмотрели задачу о погоне, также провели анализ с помощью данных которые нам были даны, составили и решили дифференциальные уравнения. С моделировали ситуацию и сделали вывод, что в первом случае погоня завершиться раньше.