# Лабораторная работа 2

Математическое моделирование

Голощапов Ярослав Вячеславович 15 февраля 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия



#### Докладчик

- Голощапов Ярослав Вячеславович
- студент 3 курса
- Российский университет дружбы народов
- · 1132222003@pfur.ru
- https://yvgoloschapov.github.io/ru/



Построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задаче о погоне.

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 8,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,5 раза больше скорости браконьерской лодки. 1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени). 2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев. 3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

## Выполнение лабораторной работы

Запишем уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).

Принимем за

$$t_0 = 0$$

,

$$x_0 = 0$$

— место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,

$$x_{k0} = k$$

— место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс — это точка обнаружения лодки

Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса

 $\theta$ 

, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса, удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

от полюса. За это время лодка пройдет

Чтобы найти расстояние

x

. а катер

(или

k + x

k-x

7/16

Отсюда мы найдем два значения

 $x_1 = \frac{8.5}{3.5}$ 

И

 $x_2 = \frac{8.5}{2.5}$ 

, задачу будем решать для двух случаев.

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки

v

. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:

v

— радиальная скорость и

 $v_{\tau}$ 

— тангенциальная скорость. Радиальная скорость — это скорость, с которой катер удаляется

Тангенциальная скорость — это линейная скорость вращения катера относительно полюса.

Она равна произведению угловой скорости

 $\frac{d\theta}{dt}$ 

на радиус

r

′

 $r\frac{d\theta}{dt}$ 

Получаем:

$$v_{\tau} = \sqrt{3.5v^2 - v^2} = \sqrt{2.5v^2} = \sqrt{2.5}v$$

Из чего можно вывести:

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{2.5}v \end{cases}$$

С начальными условиями для первого случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{8.5}{3.5} \end{cases}$$

Или для второго:

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{8.5}{2.5} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по

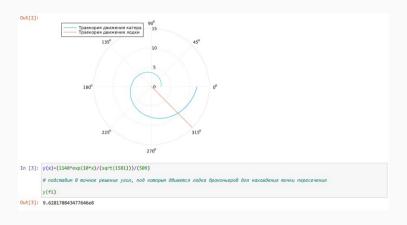
7

, можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{2.5}}$$

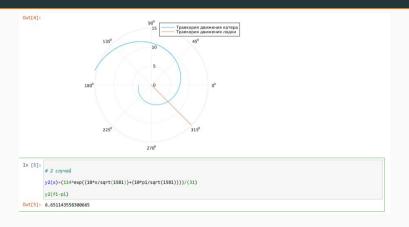
Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах

#### Вывод траекторий движения катера и лодки, а также точка пересечения для первого случая.



**Рис. 1:** 1 случай

### Вывод траекторий движения катера и лодки, а также точка пересечения для второго случая



**Рис. 2:** 2 случай



В этой лабораторной работе я построил математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задаче о погоне.