



CENTRO DE INFORMÁTICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

INTRODUÇÃO A MECÂNICA DOS FLUIDOS

Aerodinâmica da bola (Magnus Effect)

Professor:

Miguel Aroztegui
Departamento de Computação
Científica

Alunos:

André Hugo R. Lopes
Yvson Nunes Figueiredo

7 de dezembro de 2021

Conteúdo

1	Resumo	1
2	Autores	2
3	Introdução	3
4	Esquema numérico	5
5	Código	6
6	Resultados	8
6.1	Efeito Magnus para bola de futebol	8
6.2	Efeito Magnus para bola de basquete	8
6.3	Efeito Magnus para bola de Beisebol	9
6.4	Efeito Magnus para bola de Golfe	10
7	Conclusões	11
	Bibliografia	12

1 Resumo

O Efeito Magnus é o fenômeno pelo qual a rotação de um objeto altera sua trajetória em um fluido (líquido ou gás). Esse efeito pode ser observado quando um jogador de futebol chuta uma bola com efeito em direção ao gol e esta faz uma curva no ar, ou quando um jogador de basquetebol lança a bola e esta faz um movimento giratório que faz com que ela permaneça mais tempo no ar, ou também no voleibol quando se recebe um saque forte com uma manchete e esta adquire uma rotação graças a angulação dos braços no contato e permanece mais tempo no ar permitindo o time se reposicionar na quadra, por exemplo. Nos dias atuais, há utilização do efeito magnus corriqueiramente nos esportes como forma de diferenciação e vantagem sobre o adversário por serem lances "imprevisíveis". Mas todo esse "misticismo" foi esclarecido por um químico e físico alemão chamado Heinrich Gustav Magnus que pela descoberta teve seu nome dado a esse efeito (Efeito Magnus). O Trabalho desenvolvido aqui, além de buscar estudar e explicar teoricamente o problema, também concentrou-se em realizar a experimentação do fenômeno físico através de simulações em diferentes cenários com o auxílio da linguagem de programação python.

2 Autores



André Hugo Ramalho Lopes
Centro de Informática
UFPB
andrelopes@eng.ci.ufpb.br

Yvson Nunes Figueiredo
Centro de Informática
UFPB
yvsonfigueiredo@eng.ci.ufpb.br



3 Introdução

O Efeito Magnus depende da velocidade de rotação da bola e também da quantidade de ar que a bola arrasta quando gira. Quanto menos lisa for a bola, mais ar ela arrasta e maior é o efeito. Esse efeito acontece porque todos os fluídos se movimentam com velocidades diferentes em diferentes pontos de uma corrente uniforme, nos pontos de maior velocidade observa-se a menor pressão e vice-versa.

O Princípio de Bernoulli é a lei utilizada pelos estudiosos da aerodinâmica, pois relaciona a velocidade do fluxo do ar e a pressão correspondente. Com base nesse princípio, temos que para maiores velocidades de fluxos, menores são os valores de pressão e para o aumento da pressão, há a diminuição da velocidade de fluxo. Uma bola de futebol em movimento no ar está sujeita a forças aerodinâmicas causadas pela pressão e viscosidade do meio, ademais, a força de arrasto depende fortemente da velocidade V com que a bola se move em relação ao ar.

$$P_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_1 = P_2 + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_2 \text{ (Princípio de Bernoulli)}$$

$$P + \frac{\rho \cdot v^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h = K \text{ (Constante)}$$

$$\uparrow \frac{\rho \cdot v^2}{2} \implies \downarrow P$$

Podemos observar que quando a velocidade aumenta é porque há uma baixa na pressão e vice versa. Tal observação nos faz acreditar no efeito de mudança de trajetória em um fluído em certas circunstâncias, como as descritas para ocorrência do efeito magnus.

Outro ponto importante para ocorrência do efeito estudado é a força de arrasto. A força de arrasto depende fortemente da velocidade v com que a bola se move em relação ao ar, por exemplo, uma bola de futebol em movimento no ar está sujeita a forças aerodinâmicas causadas pela pressão e viscosidade do meio, como confirmado pelo princípio de Bernoulli, uma delas é a força de arrasto que depende da velocidade do objeto, do coeficiente de arrasto, da densidade do fluido onde ele está e da área de secção transversal.

$$F_A = \frac{C_A \cdot \rho \cdot A \cdot v^2}{2}$$

Outrossim, quando a esfera (bolas em geral, de qualquer esporte) gira em torno de seu centro, logo, uma força de sustentação (perpendicular à velocidade) passa a agir sobre ela, a força Magnus. Pode-se descrever a força Magnus como dependente da velocidade, do coeficiente de sustentação, da densidade do fluido onde ele está, da área de secção transversal e do produto vetorial da velocidade de movimento e da velocidade angular:

$$F_M = \frac{C_S \cdot \rho \cdot A \cdot v^2}{2} \cdot \frac{w \times v}{|w \times v|}$$

Contudo, todas essas forças contribuem diretamente para ocorrência do efeito supracitado. Com todas essas forças podemos exibir o seguinte modelo:

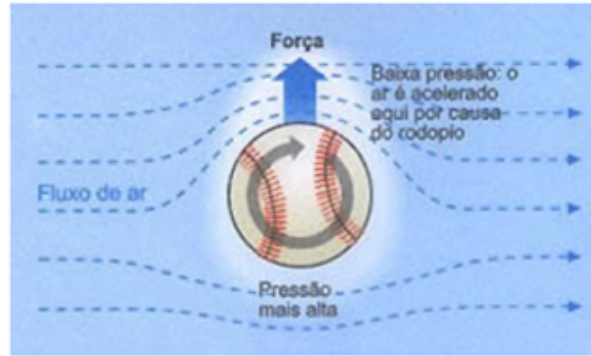


Figura 1: Bola de baseball e as regiões de pressão no ar

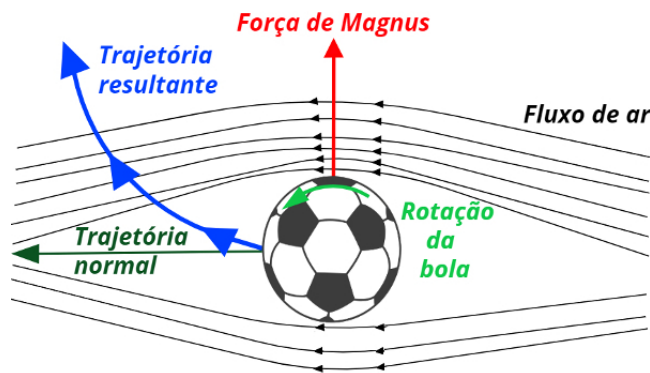


Figura 2: Ações das forças aerodinâmicas sobre a bola de futebol

4 Esquema numérico

Para a resolução computacional na plotagem da trajetória da bola sob Efeito Magnus, foi utilizado o método de Euler. A técnica é uma solução numérica para encontrar pontos desconhecendo-se a curva. A metodologia consiste em:

1. Estabelecer limites p_i (**tempo inicial**) e p_f (**tempo final**) para o intervalo.
2. Estabelecer um incremento h
3. Calcular o n obtido por:

$$n = \frac{p_f - p_i}{h}; n \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

Desse modo, basta iterarmos n vezes utilizando o h como incremento sobre a equação associada a curva que desejamos plotar.

Assim, no contexto do problema, utilizamos da equação:

$$v_i = v_{i-1} + ah \quad (2)$$

e então obtemos a velocidade para o instante atual da bola. Então, utilizando a equação:

$$r_i = r_{i-1} + v_i h \quad (3)$$

calculamos a posição atual da bola.

A aceleração instantânea na equação 2 foi encontrada a partir das forças atuantes sobre a bola (Força peso, Força de arrasto e Força de sustentação)

$$a = \frac{F_G + F_A + F_S}{m_{bola}} \quad (4)$$

5 Código

A função `magnus_effect_simulation()` recebe como argumento a massa da bola, posição inicial, velocidade de translação inicial, diâmetro, área e velocidade angular. Seu papel no código é realizar o método de Euler, calculando as posições que a bola assume no decorrer da trajetória em função da velocidade. A velocidade por sua vez é calculada utilizando o peso da bola e as funções `lambda` FA e FS, que implementam, respectivamente, a força de arrasto e a força de sustentação (ou força de Magnus).

```
1
2 Re = lambda rho,D,V,visco: rho*D*V/visco
3
4 CAMorrison = lambda re: 24/re + 2.6*(re/5)/(1+(re/5)**(1.52))
   + 0.411*(re/263000)**(-7.94)/(1+(re/263000)**(-8)) +
   (0.25*(re/1e6))/(1+(re/1e6))
5
6 FArrasto = lambda CA,rho,A,nv,vuni: 0.5*CA*rho*A*nv*nv*(-vuni
   )
7
8
9 FSustentacao = lambda CM,rho,A,r,omega,vel: 0.5*CM*rho*A*r*
   cross(omega,vel)
10
11
12 def magnus_effect_simulation(m_bola,pos_ini,v0,D,A,omega):
13     # Informacoes do ambiente de simulacao
14     rho = 1.224 # kg/m3, densidade do ar
15     visco = 1.83e-5 # kg/(ms), viscosidade do ar
16     CM = 1 # coeficiente de Magnus
17     g = 9.81*array([0, 0, -1]) # m/s2, aceleracao da
   gravidade
18
19     # metodo de Euler
20     # para calcular a velocidade e posicao a partir da
   aceleracao
21     tini = 0 # s
22     tfin = 15 # s
23     h = 1e-3
24     n = int((tfin-tini)/h)
25     vel = v0
26     pos = zeros((3,n)) # Matriz em que cada linha representa
   uma coordenada e a coluna representa a variacao no
   tempo
```



```

27
28     pos[:,0] = pos_ini # ponto inicial da bola
29     tempo = 0 # inicio do v0o
30
31     for i in range(0, n-1):
32         nv = norm(vel) # normaliza o vetor velocidade de
33                        # translacao da bola
34
35         # Tratamento para caso vel = 0
36         # nv=norma da velocidade, nv<1e-6 significa
37         # velocidade nula
38         # Isto pode acontecer se quisermos simular a queda da
39         # bola
40         # velocidade=0 produz Re=0 e CAMorrison(0) esta
41         # indefinido!
42         if(nv < 1e-6):
43             CA=0 # se velocidade eh zero, nao temos arrasto.
44             vuni=vel*0
45         else:
46             CA=CAMorrison(Re(rho,D,nv,visco))
47             vuni=vel/nv
48
49         # Forcas atuantes sobre a bola
50         FA = FArrasto(CA, rho, A, nv,vuni)
51         FS = FSustentacao(CM, rho, A, D / 2, omega, vel)
52         FG = m_bola * g
53
54         # metodo de Euler
55         vel = vel + (h * (FG + FS + FA ) / m_bola) # v_i+1 =
56              v_i + a * h
57         pos[:,i+1] = pos[:,i] + h * vel # r_i+1 = r_i + v_i *
58              h
59
60         if (pos[2,i+1] < 0): # se a posicao da bola estiver
61             abaixo do chao
62                 break
63
64         tempo = tempo + h
65
66     pos = pos[:,i+2]
67
68     return tempo, pos

```

6 Resultados

Os testes se basearam em diferentes tipos de bolas lisas de diversas modalidades de esportes.

Esporte	Diâmetro	Massa
Futebol	22,2 cm	454 g
Beisebol	7,3 cm	145 g
Golfe	4,3 cm	46 g
Basquete	24,3 cm	600 g

Tabela 1: Especificações de bolas de diferentes esportes

6.1 Efeito Magnus para bola de futebol

Para este exemplo, além dos dados contidos na tabela, para simular um chute, foi adotado para a velocidade de translação inicial o valor de 30 m/s apenas na direção da componente x, o vetor $(10, -100, 20)$ como velocidade angular e a posição inicial na origem do sistema de coordenadas. O tempo de voo para este experimento foi de 6,5 segundos.

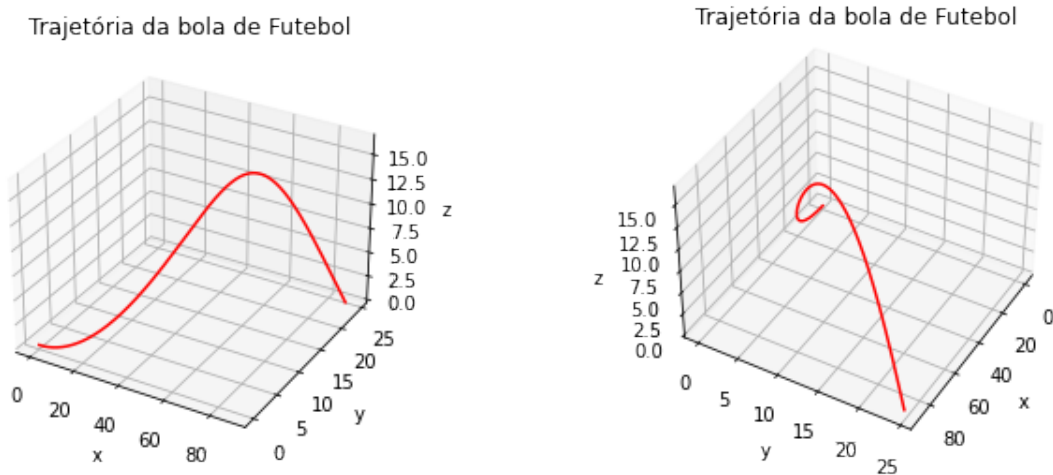


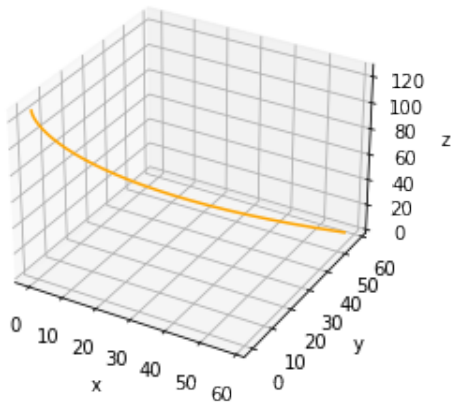
Figura 3: Diferentes ângulos da trajetória da bola de Futebol

6.2 Efeito Magnus para bola de basquete

Para a bola de basquete, além da utilização dos dados da tabela 1, foi considerado o abandono da bola da origem, mas de uma altura z de 126.5 metros a uma velocidade

de translação inicial nula e velocidade angular igual a $(45, -45, 0)$. O tempo de voo para este experimento foi de 6,6 segundos.

Trajatória da bola de Basquete



Trajatória da bola de Basquete

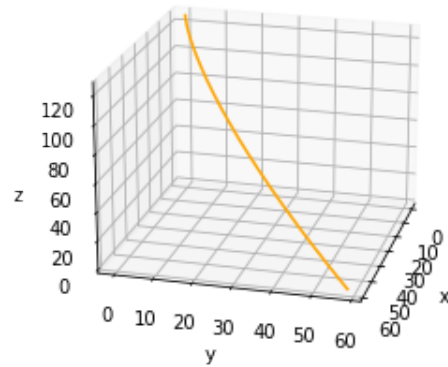
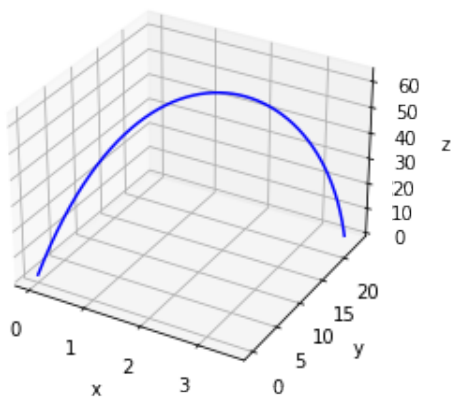


Figura 4: Diferentes ângulos da trajetória da bola de Basquete

6.3 Efeito Magnus para bola de Beisebol

Analogamente aos exemplos anteriores, adotando as informações da tabela, considerando que a bola foi arremessada por um jogador de 1,80 metros a uma velocidade de translação inicial igual a $(0.5, 5, 45)$ e velocidade angular de $(-10, 10, 0)$. O tempo de voo para este experimento foi de 7,2 segundos.

Trajatória da bola de Beisebol



Trajatória da bola de Beisebol

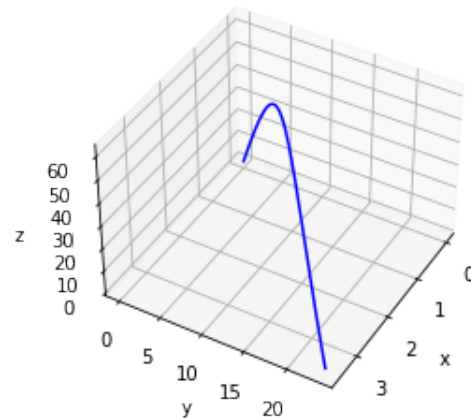


Figura 5: Diferentes ângulos da trajetória da bola de Beisebol

6.4 Efeito Magnus para bola de Golfe

Por fim, para este exemplo foi considerado uma tacada na origem do sistema que provocou uma velocidade inicial de translação de $(10,2,50)$ e uma velocidade angular de $(10,-20,0)$. O tempo de voo para este experimento foi de 7,5 segundos.

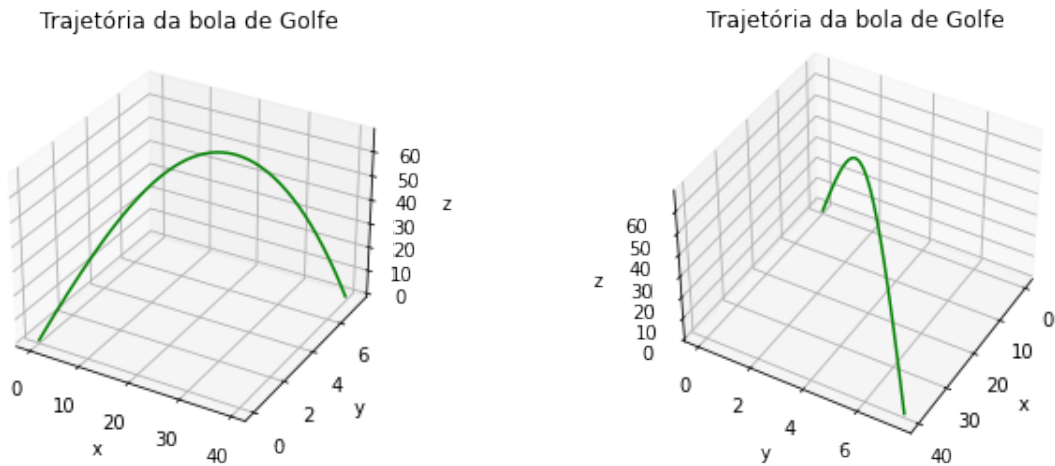


Figura 6: Diferentes ângulos da trajetória da bola de Golfe

7 Conclusões

Portanto, quando acertadas com a técnica correta, as bolas são capazes de fazer curvas no ar em razão do efeito Magnus, fenômeno hidrodinâmico muito interessante relacionado à pressão exercida pelas correntes de ar sobre a bola. A bola ganha velocidade e pode rotacionar em torno do seu centro, tal rotação da bola faz com que, em um "lado", sua rotação esteja no mesmo sentido que o fluxo de ar, enquanto o outro lado gira no sentido oposto. O princípio de Bernoulli, desenvolvido e pensado pelo físico e matemático Daniel Bernoulli, diz que a pressão exercida por um fluido, como o ar, é inversamente proporcional à velocidade: ou seja, quanto mais rápido o ar mover-se, menor será a pressão exercida por ele. O "lado" da bola que gira a favor do fluxo de ar recebe uma pressão menor que o outro "lado" da bola. Tal princípio atrelado as forças de arrasto e sustentação acarretam uma mudança na rota da bola que faz uma curva e surpreende em qualquer esporte.

Bibliografia

Claudio Hiroyuki Furukawa. Carrinho movido pelo efeito Magnus no ar. São Paulo, Brasil, USP. 2021.

Gabriela Effting. Fenômenos da Engenharia, Aerodinâmica nos Esportes - Efeito Magnus. Brasil. 2013.

L. W. Alaways. Aerodynamics of the curve-ball : an investigation of the effects of angular velocity on baseball trajectories. Estados Unidos. 1998.

C.E. Aguiar. A aerodinâmica da bola de futebol. Rio de Janeiro, Brasil, UFRJ. 2004.

Giovani da Silva Vargas. Tubo de Venturi e Efeito Magnus. Brasil. UFPEL. 2020.