

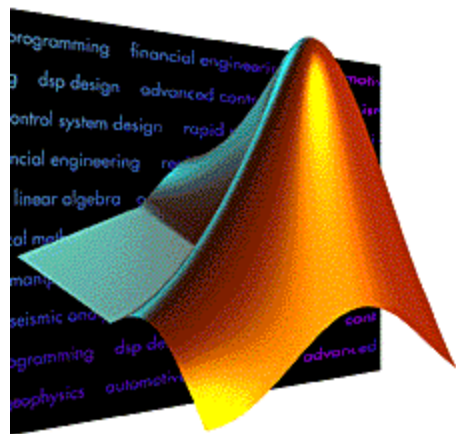
---

# Matlab 程序设计与应用

## 第6章: Matlab数值计算

---

伍振海



September 24, 2017  
Autumn, @swpu

# 第6章 数据统计处理

---



- 6.1 数据处理与多项式计算
- 6.2 数值微积分
- 6.3 离散傅立叶变换
- 6.4 线性方程组求解
- 6.5 常微分方程数值求解

## 6.1.1 数据统计处理：最大值与最小值

- 最大值：**max**，最小值：**min**，用法相同！
- 向量最大值和最小值：
  - **y=max(X)**：向量X的最大值
  - **[y,l]=max(X)**：向量X的最大值(y)及其序号(I)  
——复数元素**按模**取最大值

**例6-1** 求向量 $x=[-43,72,9,16,23,47]$ 的最大值。

```
x=[-43,72,9,16,23,47];
```

```
y=max(x)           %求向量x中的最大值
```

```
[y,l]=max(x)       %求最大值及其位置
```

## 6.1.1 数据统计处理：最大值与最小值

---

### ● 求矩阵的最大值和最小值

➤  **$Y=\max(A)$** : 取每一列的最大值,返回给行向量 $Y$

➤  **$[Y,U]=\max(A)$** : 取每一列的最大值及其行号

➤  **$[Y,U]=\max(A,[],dim)$** :

**$dim=1$** 时, 取每列最大值, 相当于 $\max(A)$

**$dim=2$** 时, 取每行最大值

➤ 取整个矩阵的最大值:

**$\max(\max(A))$**

**$\max(A(:))$**

```
A=rand(5);  
Y=max(A)  
[Y,U]=max(A,[],1)  
Y=max(A,[],2)  
Y=max(A(:))
```

## 6.1.1 数据统计处理：最大值与最小值

- 两个向量或矩阵对应元素的比较

- $U=\max(A,B)$ : 对应元素作比较，取较大者

- $U=\max(A,n)$ : 每个元素与n比较，取较大者

**例：**求两个 $2 \times 3$ 矩阵x, y所有同一位置上的较大元素构成的新矩阵p。

```
x=[4,5,6;1,4,8];
```

```
y=[1,7,5;4,5,7];
```

```
p=max(x,y)
```

```
q=max(x,4.5)
```

- 思考：为什么取矩阵每一行的最大值语法为：  
 $\max(A,[],dim)$ ，而不直接用 $\max(A,dim)$ ？

## 6.1.1 数据统计处理：平均值与中值

---

- 平均值与中值的概念

- 平均值: **mean**

**m=mean(X)**: 返回向量**X**的算术平均值**m**。

**Y=mean(A)**: 求矩阵**A**每一列的平均值，  
返回给行向量**Y**。

**Y=mean(A,dim)**:

**dim=1**时，取每列平均值，相当于**mean(A)**

**dim=2**时，取每行平均值

- 中值: **median**

用法与**mean**相同！

## 6.1.1 数据统计处理：求和与求积

---

### ●求和：**sum**

**s=sum(X)**: 返回向量**X**各元素的和**s**。

**S=sum(A)**: 求矩阵**A**每一列元素之和，并返回给行向量**S**。

**S=sum(A,dim)**:

**dim=1**: 求每一列元素之和，等同于**sum(A)**;

**dim=2**: 求每一行元素之和，并返回一个列向量。

### ●求积：**prod**

用法与**sum**相同

## 6.1.1 数据统计处理：累加与累积

---

- 累加： **cumsum**

- 累乘： **cumprod**

➤用法和sum等函数类似！

$x$	<b>cumsum(<math>x</math>)</b>	<b>cumprod(<math>x</math>)</b>
$x_1$	$x_1$	$x_1$
$x_2$	$x_1 + x_2$	$x_1 \times x_2$
$x_3$	$x_1 + x_2 + x_3$	$x_1 \times x_2 \times x_3$
...	...	...



## 6.1.1 数据统计处理：标准方差与相关系数

---

### ●标准方差： **`Y=std(A,flag,dim)`**

**dim=1:** 求各列元素的标准方差；（缺省值）

**dim=2:** 求各行元素的标准方差。

**flag:** 计算公式，取0或1：（p143）

**flag=0:** 按S1所列公式计算（缺省值）

**flag=1:** 按S2所列公式计算。

### ●相关系数： **`corrcoef`**

**`corrcoef(A)`:** 返回从矩阵X形成的一个相关系数矩阵。此相关系数矩阵的大小与矩阵X一样。它把矩阵X的每列作为一个变量，然后求它们的相关系数。

## 6.1.1 数据统计处理：标准方差与相关系数

---

**例6-5** 生成满足正态分布的 $10000 \times 5$ 随机矩阵，然后求各列元素的均值和标准方差，再求这5列随机数据的相关系数矩阵。

```
X=randn(10000,5);
```

```
M=mean(X)
```

```
D=std(X)
```

```
R=corrcoef(X)
```

## 6.1.1 数据统计处理：元素排序

---

- 排序： **sort**
- **sort(X)**： 返回一个升序排列的新向量。
- **[Y,I]=sort(A,dim,mode)**
  - **Y**： 排序后的矩阵
  - **I**： 记录**Y**中的元素在**A**中位置

参数：

- **dim=1**： 按列排序
- **dim=2**： 按行排序
- **mode**： 升序或降序
  - 'ascend'**： 升序
  - 'descend'**： 降序

## 6.1.4 多项式：表示

- 许多函数都可以展开为高阶多项式

$$f(x) = P_n x^n + P_{n-1} x^{n-1} + \dots P_1 x + P_0$$

- **Matlab** 使用一个向量来表示多项式的系数

➤ 如：使用向量**P**来表示一个多项式：

$$\begin{array}{cccc} \text{a} & \text{b} & \text{c} & \text{d} \\ \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nwarrow \\ \text{P}(1) & \text{P}(2) & \text{P}(3) & \text{P}(4) \end{array} \quad \text{ax}^3 + \text{bx}^2 + \text{cx} + \text{d}$$

➤ **P=[1 0 -2]** 表示多项式： **$x^2 - 2$**

➤ **P=[2 0 0 0]** 表示多项式： **$2x^3$**

## 6.1.4 多项式运算：四则运算

- 多项式的加减运算：按对应系数向量的加减运算
- 多项式乘法：**conv(P1,P2)**

例：求多项式 $x^4+8x^3-10$ 与 $2x^2-x+3$ 之和、积。

```
P1=[1,8,0,0,-10];  
P2=[0,0,2,-1,3];  
PS=P1+P2;  
PC=conv(P1,P2);
```

PS =

1    8    2    -1    -7

PC =

0    0    2    15    -5    24    -20    10    -30

## 6.1.4 多项式运算：四则运算

---

- 多项式除法：

- $[Q,r]=\text{deconv}(P1,P2)$

- Q: 多项式P1除以P2的商式
  - r: 多项式P1除以P2的余式。
  - Q 和r仍是多项式系数向量。

- $\text{deconv}$ 是 $\text{conv}$ 的逆函数，即有

$$P1=\text{conv}(P2,Q)+r$$

## 6.1.4 多项式运算：多项式求值

---

$$f(x) = P_n x^n + P_{n-1} x^{n-1} + \dots P_1 x + P_0$$

- 计算多项式在某一点的值：

- » `y0=polyval(P,x0)`

- **x0** 与 **y0** 都是单个值

- 计算多项式在多个点的值：

- » `y=polyval(P,x)`

- 对向量或矩阵中的每个元素求其多项式的值

- **x** 与 **y** 是相同大小的向量或矩阵！

- 求多项式的导数：

- » `K=polyder(p)`

## 6.1.4 多项式运算：多项式求根

---

- **P** 是一个长度为**N+1**的向量，表示一个**N**阶多项式
- 获得多项式的根
  - » `r=roots(P)`
    - **r** 是一个长度为**N**的向量
- 如果已知多项式的全部根，可以由根来构建对应的多项式
  - » `P=poly(r)`
    - **r** 是一个长度为**N**的向量



## 6.1.4 多项式运算：多项式求根

例6-22 已知  $f(x)=3x^5+4x^3-5x^2-6.1x+5$

(1) 计算 $f(x)=0$  的全部根。(2) 由方程 $f(x)=0$ 的根构造一个多项式 $g(x)$ ，并与 $f(x)$ 进行对比。

```
P=[3,0,4,-5,-6.1,5];  
X=roots(P)           %求方程f(x)=0的根  
G=poly(X)            %求多项式g(x)
```

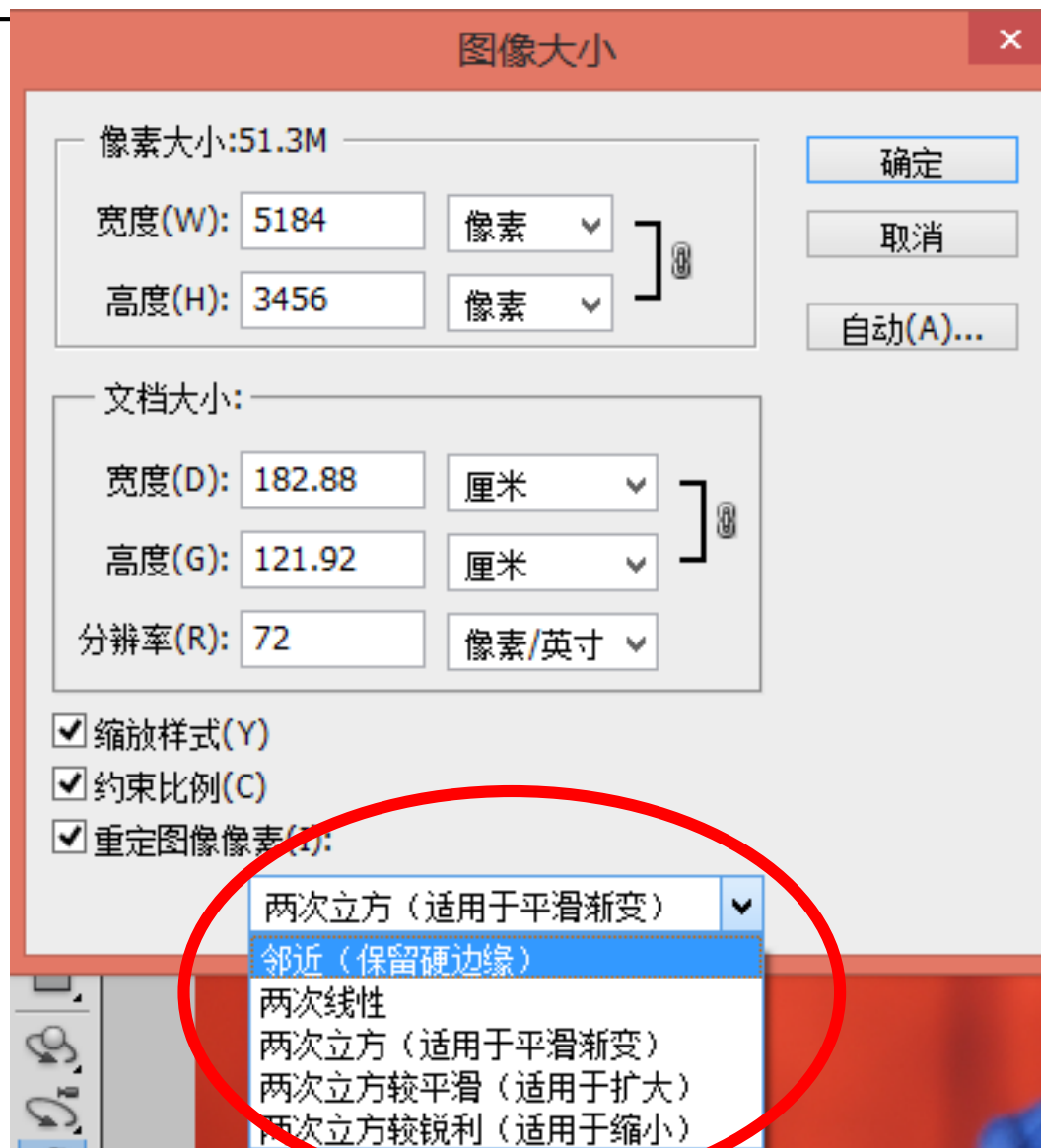
```
X =  
-0.3207 + 1.5991i  
-0.3207 - 1.5991i  
-0.9695 + 0.0000i  
0.8549 + 0.0000i  
0.7559 + 0.0000i
```

```
G =  
1.0000   -0.0000   1.3333  -1.6667  -2.0333   1.6667
```

## 6.1.2 数据插值

- 摄像头的像素问题
- 图像处理

● **插值**: 在离散数据的基础上补插连续函数，使这条给定的离散数据通过平滑插值函数逼近的函数。插值方法是利用已知点处的函数值，估算出未知点处的近似值。



## 6.1.2 数据插值：一维数据插值

---

### ● 一维数据插值： **interp1**

**$Y1 = \text{interp1}(X, Y, X1, 'method')$**

- **$X, Y$** : 两个等长已知向量，分别描述采样点和样本值
  - **$X1$** : 一个向量或标量，描述欲插值的点
  - **$Y1$** : 是一个与 **$X1$** 等长的插值结果。
- **注意**:  **$X1$** 的取值范围不能超出 **$X$** 的给定范围，否则，会给出“**NaN**”错误。

## 6.1.2 数据插值：一维数据插值

---

### ● **method**: 插值方法:

- **‘linear’**: 线性插值→缺省值  
两点间作直线，取对应点数据
  - **‘nearest’**: 最近点插值  
取最近点的数据点进行插值
  - **‘cubic’**: 3次多项式插值  
生成3次多项式，由该式决定插值点数据
  - **‘spline’**: 3次样条插值  
每个分段内构造一个3次多项式进行插值
- **3次样条插值函数**:  $Y1 = \text{spline}(X, Y, X1)$   
等效于:  $Y1 = \text{interp1}(X, Y, X1, \text{'spline'})$

## 6.1.2 数据插值：一维数据插值

	运算时间	占用内存	光滑程度
最近点插值：	快	少	差
线性插值：	稍长	较多	稍好
三次多项式插值：	较长	多	较好
三次样条插值：	最长	较多	最好

例6-7 用不同的插值方法计算 $f(x)$ 在0.472点的值 (p146)

```
x=0.46:0.01:0.49;  
f=[0.484655,0.4937542,0.5027498,0.5116683];  
interp1(x,f,0.472)  
interp1(x,f,0.472,'spline')  
...
```

## 6.1.2 数据插值：一维数据插值

例：某观测站测得某日6:00时至18:00时之间每隔2小时的室内外温度( $^{\circ}\text{C}$ )，用3次样条插值分别求得该日室内外6:30至17:30时之间每隔2小时各点的近似温度( $^{\circ}\text{C}$ )。

h(时间):	6	8	10	12	14	16	18
t1(室内):	18	20	22	25	30	28	24
t2(室外):	15	19	24	28	34	32	30

```
h = 6:2:18;  
t = [18,20,22,25,30,28,24;  
     15,19,24,28,34,32,30]';  
XI = 6.5:2:17.5  
YI = interp1(h,t,XI,'spline')    %3次样条插值
```

## 6.1.2 数据插值：二维数据插值

---

### ● 二维插值：interp2

**`Z1=interp2(X,Y,Z,X1,Y1,'method')`**

- 用法与参数与interp1相同
- 采样点由一维(X)变为二维(X,Y)，即：
  - **X,Y**：分别描述两个参数的采样点
  - **Z**：与参数采样点对应的函数值
  - **X1,Y1**：两个向量或标量，描述欲插值的点
  - **Z1**：根据相应的插值方法得到的插值结果
- X,Y,Z可以是向量形式，也可以是矩阵形式  
若为向量形式，会自动使用meshgrid生成矩阵形式来进行计算

## 6.1.2 数据插值：二维数据插值

---

**例6-9** 设 $z=x^2+y^2$ ，对 $z$ 函数在 $[0,1]\times[0,2]$ 区域内进行插值。(p148)

```
x=0:0.1:1;  
y=0:0.2:2;  
[X,Y]=meshgrid(x,y);  
Z=X.^2+Y.^2;  
interp2(X,Y,Z,[0.5 0.6],[0.4 0.5])  
  
% 等价于：  
interp2(x,y,Z,[0.5 0.6],[0.4 0.5])
```



## 6.1.2 数据插值：二维数据插值

**例6-10** 某实验对一根长10米的钢轨进行热源的温度传播测试。用 $x$ 表示测量点0:2.5:10(米)，用 $h$ 表示测量时间0:30:60(秒)，用 $T$ 表示测试所得各点的温度( $^{\circ}\text{C}$ )。试用线性插值求出在一分钟内每隔20秒、钢轨每隔1米处的温度 $TI$ 。(p149)

```
x=0:2.5:10;  
h=[0:30:60]';  
T=[95,14,0, 0, 0;  
    88,48,32,12,6;  
    67,64,54,48,41];  
xi=[0:10];  
hi=[0:20:60]';  
TI=interp2(x,h,T,xi,hi)
```

## 6.1.3 曲线拟合

- **曲线的多项式拟合**：根据已知采样点的数据将其拟合成一个高阶的多项式表达式
- **polyfit**：求最小二乘拟合多项式的系数  
 **$[P,S]=\text{polyfit}(X,Y,m)$** 
  - **X**：采样点
  - **Y**：采样点函数值
  - **m**：多项式次数
  - **P**：多项式系数，是一个长度为 **$m+1$** 的向量
  - **S**：误差向量**S**
- **$Y=\text{polyval}(P,X)$**   
按所得多项式**P**计算所给点**X**上的函数近似值。

## 6.1.3 曲线拟合

例6-11(p150) 在 $[0, 2\pi]$ 区间使用三次多项式拟合 $\sin(x)$

```
%拟合
```

```
X=linspace(0,2*pi,50);
```

```
Y=sin(X);
```

```
P=polyfit(X,Y,3); %换成5如何？
```

```
%作图
```

```
X=linspace(0,2*pi,20);
```

```
Y=sin(X);
```

```
Y1=polyval(P,X);
```

```
plot(X,Y,'r-o',X,Y1,'b-*');
```

## 6.2.1 数值微分与求导

- MATLAB中，没有直接求数值导数的函数，只有计算向前差分的函数**diff**
- **DX=diff(X)**：计算向量X的向前差分
  - **DX(i)=X(i+1)-X(i)**,  $i=1,2,\dots,n-1$
  - Note:差分后的结果diff(x), 比X向量少一个元素！

**exa:**

```
x=1:5
x =
     1     2     3     4     5
>> dx=diff(x)
dx =
     1     1     1     1
```

## 6. 2.1 数值微分与求导

---

- **$DX = \text{diff}(X, n)$** : 计算X的n阶向前差分

例如,  $\text{diff}(X, 2) = \text{diff}(\text{diff}(X))$ 。少几个元素?

- **$DX = \text{diff}(A, n, \text{dim})$** : 计算矩阵A的n阶差分

**dim=1**: 按列计算差分(缺省值)

**dim=2**: 按行计算差分

怎么求导数?

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(x+h) - y(x)}{(x+h) - x} = \frac{\text{diff}(y)}{h} = \frac{\text{diff}(y)}{\text{diff}(x)}$$

**Note:** 应尽量避免使用数值导数!

## 6.2.1 数值微分与求导

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(x+h) - y(x)}{(x+h) - x} = \frac{\text{diff}(y)}{h} = \frac{\text{diff}(y)}{\text{diff}(x)}$$

e.g.: 求 $\sin(x)$ 及其导数

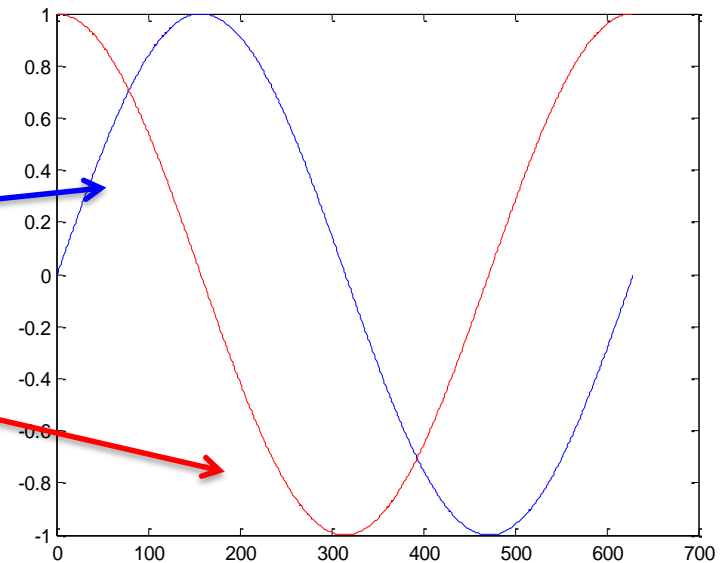
```
x=0:0.01:2*pi;
```

```
y=sin(x);
```

```
dydx=diff(y)./diff(x);
```

```
% plot(x,y,x,dydx);
```

```
plot(x,y,x(1:end-1),dydx)
```



## 6.2.1 数值微分与求导

---

例6.19 (p157) 用不同的方法求函数

$$f(x) = 5x + (x+5)^{\frac{1}{6}} + \sqrt{x^3 + 2x^2 - x + 12} + 2$$

在 $[-3,3]$ 的数值导数，并做出 $f'(x)$ 的图像。

法一：手动求出导数表达式，再代入求值

$$g(x) = f'(x) = \frac{1}{6(x+5)^{\frac{5}{6}}} + \frac{3x^2 + 4x - 1}{2\sqrt{x^3 + 2x^2 - x + 12}} + 5$$

法二：使用多项式求导：`polyder`

法三：使用数值求导方法：`diff(y)/diff(x)`

## 6.2.1 数值微分与求导

函数的定义:  $f(x) = 5x + (x+5)^{\frac{1}{6}} + \sqrt{x^3 + 2x^2 - x + 12} + 2$

法一: 使用函数文件, 保存为f.m:

```
function y=f(x)
```

```
y=sqrt(x.^3+2*x.^2-x+12)+(x+5).^(1/6)+5*x+2;
```

法二: 使用内联函数 (不用另建函数文件)

```
f=inline('sqrt(x.^3+2*x.^2-x+12)+(x+5).^(1/6)+5*x+2');
```

法三: 使用匿名函数 (不用另建函数文件)

```
f=@(x) sqrt(x.^3+2*x.^2-x+12)+(x+5).^(1/6)+5*x+2;
```

← 变量

← 函数

查看二者区别: `whos f`

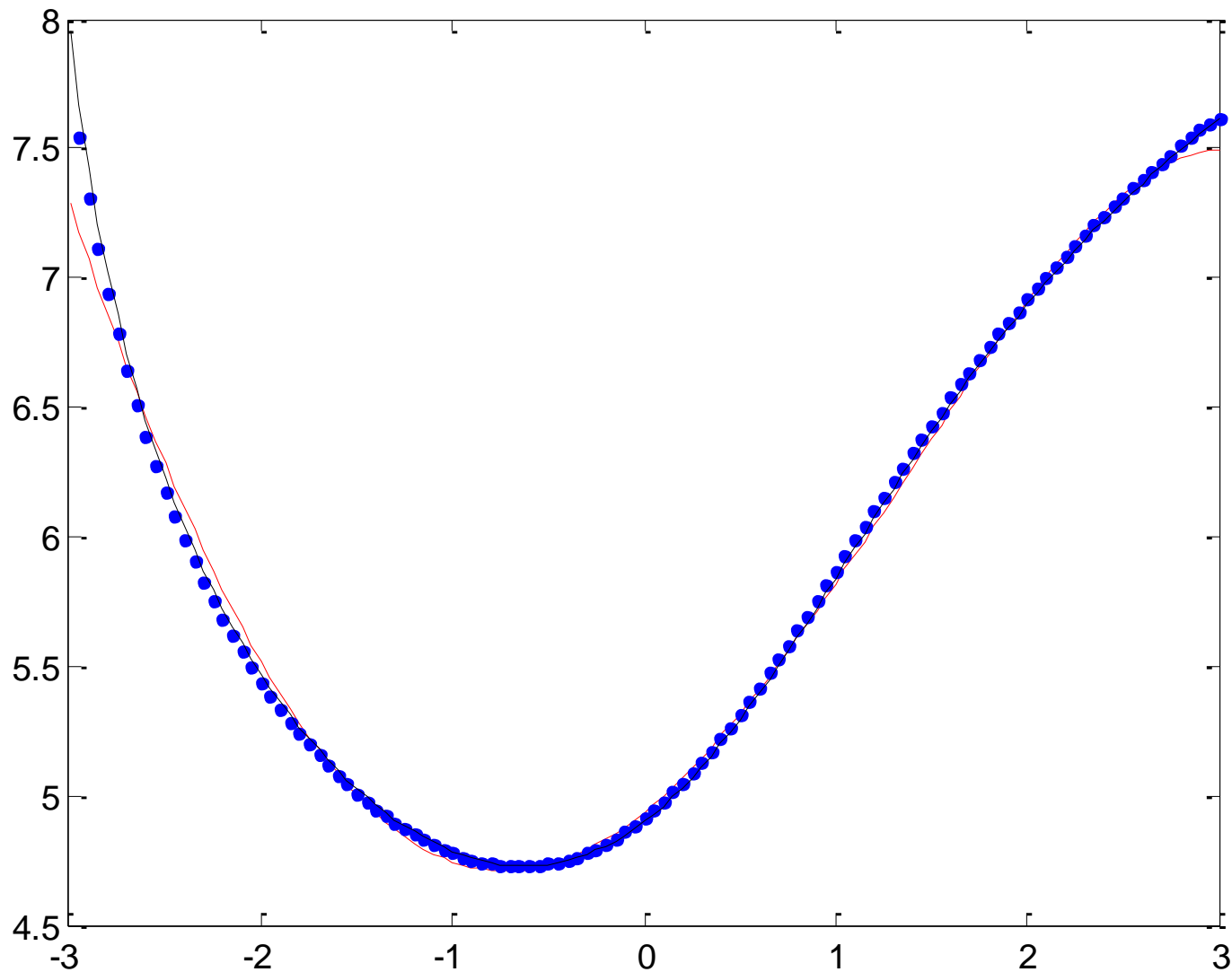


## 6.2.1 数值微分与求导

```
f=inline('sqrt(x.^3+2*x.^2-  
x+12)+(x+5).^(1/6)+5*x+2');  
g=inline('(3*x.^2+4*x-1)./sqrt(x.^3+2*x.^2-  
x+12)/2+1/6./(x+5).^(5/6)+5'); %手动求导数  
x=-3:0.01:3;  
p=polyfit(x,f(x),5); %用5次多项式p拟合f(x)  
dp=polyder(p); %对拟合多项式p求导数dp  
dpx=polyval(dp,x); %求dp在假设点的函数值  
dx=diff(f([x,3.01]))/0.01; %对f(x)求数值导数  
    %等效于: dx=diff(f([x,3.01]))./diff([x,3.01]);  
gx=g(x); %求函数f的导函数g在假设点的导数  
plot(x,dpx,'r',x,dx,'b.',x,gx,'k'); %作图
```

## 6.2.1 数值微分与求导

---

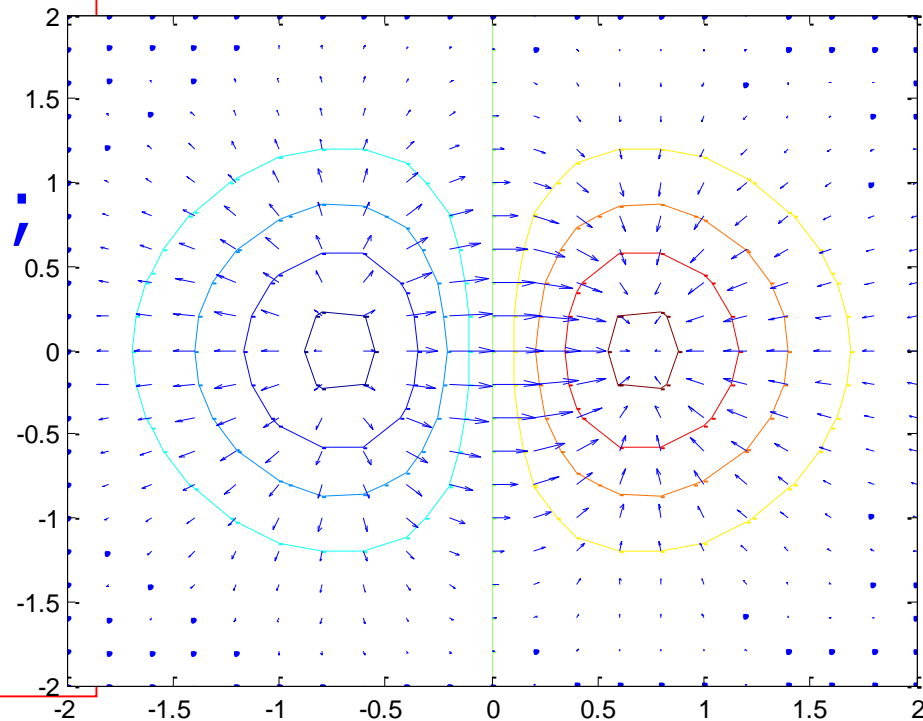


## 6.2.1 数值微分与求导

### ● 二维梯度:

➤ `[dx,dy]=gradient(mat);`

```
v = -2:0.2:2;  
[x,y] = meshgrid(v);  
z = x .* exp(-x.^2 - y.^2);  
[px,py] = gradient(z);  
contour(v,v,z)  
hold on  
quiver(v,v,px,py)  
hold off
```



## 6.2.2 数值积分

---

- 数值积分基本原理

将整个积分区间 $[a,b]$ 分成 $n$ 个子区间 $[x_i, x_{i+1}]$ ,  $i=1,2,\dots,n$ , 其中 $x_1=a$ ,  $x_{n+1}=b$ 。这样求定积分问题就分解为求和问题。

- 求解定积分的数值方法:

简单的梯形法、辛普生(Simpson)法、牛顿-柯特斯(Newton-Cotes)法等。

## 6.2.2 数值积分

### ● 变步长辛普生法

#### ➤ 自适应simpson:

积分值

被积函数的调用次数

是否展现积分过程:  
0 : 不展现(缺省值)  
非0: 展现

`[ I, n ]=quad(@fname, a, b, tol, trace)`

`[ I, n ]=quad('fname', a, b, tol, trace)`

被积函数名

积分下限

上限

容差: 积分精度

#### ➤ 自适应Labatto:

`[I,n]=quadl(@fname,a,b,tol,trace)`

`[I,n]=quadl('fname',a,b,tol,trace)`

## 6.2.2 数值积分

---

- 常用调用方式:

- `q=quad('myFun',0,10);`
- `q=quad(@myFun,0,10);`
- `q=quad(myinlineFun,0,10);`

**myFun:** 函数文件定义的函数

**myinlineFun:** 内联函数

即:

一般函数: 使用单引号或@

内联函数: 直接使用函数名

## 6.2.2 数值积分

---

例：求定积分  $\int_0^{3\pi} e^{-0.5x} \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) dx$

(1) 建立被积函数

法一：使用函数文件 `fesin.m`。

```
function f=fesin(x)
```

```
f=exp(-0.5*x).*sin(x+pi/6);
```

法二：使用内联函数：

```
g=inline('exp(-0.5*x).*sin(x+pi/6)');
```

**Note:**

被积函数中，变量间的乘、除、乘方一定要用点运算！

## 6.2.2 数值积分

---

(2) 调用数值积分函数quad求定积分

```
S=quad('fesin',0,3*pi)
```

```
S=quad(@fesin,0,3*pi)
```

%函数应采用上面两种形式

```
S=quad(g,0,3*pi)
```

%内联函数只能用此形式



## 6.2.2 数值积分

### ● 梯形积分法

在科学实验和工程应用中，函数关系往往是不知道的，只有实验测定的一组样本点和样本值，这时，就无法使用quad等函数计算其定积分。此时可用梯形积分法：其输入参数是一组矢量

$$I = \text{trapz}(X, Y)$$

**x**: 样本点, **y**: 样本值

```
x=0:0.01:pi;
```

```
z=trapz(x,sin(x));
```

z 是  $\sin(x)$  从 0 到  $\pi$  的积分

## 6.2.2 数值积分

例6.21: 计算定积分  $I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$

梯形积分法:

```
X=0:0.01:1;  
Y=exp(-X.^2);  
%生成函数关系数据向量  
trapz(X,Y)  
ans =  
    0.7468
```

辛普生法:

```
f=inline('exp(-x.^2)');  
        %内联函数  
quad(f,0,1)  
quadl(f,0,1)  
ans =  
    0.7468
```

● **Note:** trapz的值受样本量的影响!

## 6.2.2 数值积分

---

- 多重定积分的数值求解

- **dblquad**: 二重积分的数值解

- » **dblquad(@fun,a,b,c,d,tol)**

- **triplequad**: 三重积分的数值解

- » **triplequad(@fun,a,b,c,d,e,f,tol)**

**fun**为被积函数，**[a, b]**为**x**的积分区域，**[c, d]**为**y**的积分区域，**[e, f]**为**z**的积分区域，参数**tol**的用法与函数**quad**完全相同。

## 6.2.2 数值积分

例6.22(p160)计算二重定积分  $I = \int_{-1}^1 \int_{-2}^2 e^{-x^2/2} \sin(x^2 + y) dx dy$

(1) 建立函数文件fxy.m:

```
function f=fxy(x,y)
f=exp(-x.^2/2).*sin(x.^2+y);
```

(2) 调用dblquad函数求解。

```
I=dblquad(@fxy,-2,2,-1,1)
I = 1.5745
```

思考：使用inline函数？

```
f=inline('exp(-x.^2/2).*sin(x.^2+y)','x','y');
I=dblquad(f,-2,2,-1,1)
I = 1.5745
```

## 6.3 离散傅立叶变换

---

- 离散傅立叶变换 (p160):

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j(2\pi/N)nk} \quad n = 0, \dots, N-1$$

$$x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X(n) e^{j(2\pi/N)nk} \quad k = 0, \dots, N-1$$

- 对matlab，下标从1开始，故写为

$$X(n) = \sum_{k=1}^N x(k) e^{-j(2\pi/N)nk} \quad n = 1, \dots, N$$

$$x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X(n) e^{j(2\pi/N)nk} \quad k = 1, \dots, N$$

## 6.3 离散傅立叶变换

- **fft(X)**: 返回向量**X**的离散傅立叶变换。
- **fft(X,N)**: 计算**N**点离散傅立叶变换。

限定向量的长度为**N**:

若**X**的长度 $<N$ , 则不足部分补上零;

若**X**的长度 $>N$ , 则删去超出**N**的那些元素。

➤ 若**N**为**2**的幂次, 则为以**2**为基数的快速傅立叶变换, 否则为运算速度很慢的非**2**幂次的算法。

➤ 当已知给出的样本数**N<sub>0</sub>**不是**2**的幂次时, 可以取一个**N**使它大于**N<sub>0</sub>**且是**2**的幂次, 利用**fft(X,N)**便可进行快速傅立叶变换。

- **fft(X,[],dim)**或**fft(X,N,dim)**:

- 逆变换:

**ifft(F)**、**ifft(F,N)**

**ifft(F,[],dim)**、**ifft(F,N,dim)**

## 6.3 离散傅立叶变换

---

**例6-23** 给定数学函数

$$x(t)=12\sin(2\pi\times 10t+\pi/4)+5\cos(2\pi\times 40t)$$

取 $N=128$ ，试对 $t$ 从0~1秒采样，用fft作快速傅立叶变换，绘制相应的振幅-频率图。

分析：在0~1秒时间范围内采样128点，从而可以确定采样周期和采样频率。

由于离散傅立叶变换时的下标应是从0到 $N-1$ ，故在实际应用时下标应该前移1。

对离散傅立叶变换来说，其振幅 $|F(k)|$ 是关于 $N/2$ 对称的，故只须使 $k$ 从0到 $N/2$ 即可。

## 6.3 离散傅立叶变换

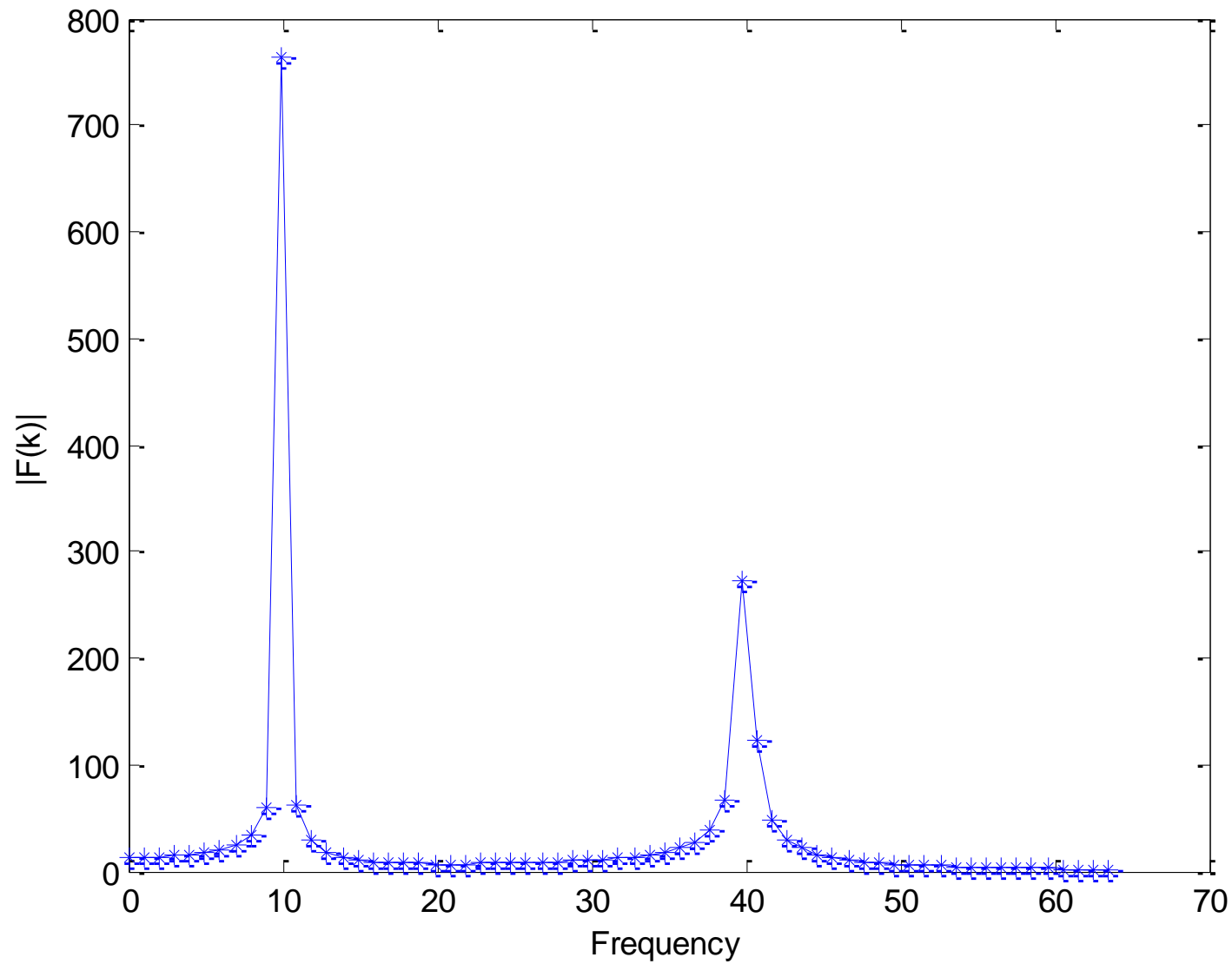
```
N=128;           % 采样点数
T=1;             % 采样时间终点
t=linspace(0,T,N); % 给出N个采样时间ti(I=1:N)
x=12*sin(2*pi*10*t+pi/4)+5*cos(2*pi*40*t);
                % 求各采样点样本值x

dt=t(2)-t(1);    % 采样周期
f=1/dt;           % 采样频率(Hz)
X=fft(x);         % 计算x的快速傅立叶变换X
F=X(1:N/2+1);     % F(k)=X(k)(k=1:N/2+1)
f=f*(0:N/2)/N;    % 使频率轴f从零开始
plot(f,abs(F),'-*') % 绘制振幅-频率图
xlabel('Frequency');
ylabel('|F(k)|')
```



## 6.3 离散傅立叶变换

---



## 6.4.1 线性方程组直接求解

---

由包含 $n$ 个未知数， $n$ 个方程组成的线性方程组如下：

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

将其写为矩阵形式： **$\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$**

其中 $\mathbf{A}$ 为左端方程组系数构成的矩阵， $\mathbf{b}$ 为右端的结果构成的矩阵，则其解为：

$$\mathbf{x}=\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$$

## 6.4.1 线性方程组直接求解

---

$\mathbf{x}=\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$ 在matlab中表示为:  $\mathbf{x}=\text{inv}(\mathbf{A})*\mathbf{b}$

也可使用左除运算符:  $\mathbf{x}=\mathbf{A}\backslash\mathbf{b}$

例6.24 用直接解法求解下列线性方程组。(p163)

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 13 \\ x_1 - 5x_2 + 7x_4 = -9 \\ x_1 + 6x_2 - x_3 - 4x_4 = 0 \end{cases}$$

$\mathbf{A}=[2,1,-5,1;1,-5,0,7;1,6,-1,-4];$   
 $\mathbf{b}=[13,-9,0]';$

$\mathbf{x}=\mathbf{A}\backslash\mathbf{b}$

## 6.4.1 线性方程组直接求解

---

例6.24 用直接解法求解下列线性方程组。(p163)

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 13 \\ x_1 - 5x_2 + 7x_4 = -9 \\ 2x_2 + x_3 - x_4 = 6 \\ x_1 + 6x_2 - x_3 - 4x_4 = 0 \end{cases}$$

```
A=[2,1,-5,1;1,-5,0,7;0,2,1,-1;1,6,-1,-4];  
b=[13,-9,6,0]';  
x=A\b
```

## 6.5.1 优化工具箱：非线性方程求解

---

- 许多现实问题需要求解方程 $f(\mathbf{x})=0$
- **fzero** :求解任意函数的根
  - » `fzero('myfun',1)`                    %一般函数
  - » `fzero(@myfun,1)`                    %一般函数
  - » `fzero(myinlinefun,1)`   %内联/匿名函数
- **e.g.:**
  - » `myfun=inline('cos(exp(x))+x.^2-1');`
  - » `% myfun=@(x) cos(exp(x))+x.^2-1`
  - » `x=fzero(myfun,1)`

## 6.5.2 优化工具箱：函数最小值

---

- **fminbnd**: 求函数在一个区间内的最小值点

» `[x,fmin]=fminbnd('myfun',-1,2);`

➤ **x**: 函数**myfun**取得最小值的点

➤ **vmin=myfun(x)** : 最小值

➤ 函数必须是连续的

➤ `x=fminbnd('-myfun',-1,2)`

——**myfun**取最大值的点

- **fminsearch**:

» `[x,fmin]=fminsearch('myfun',0.5)`

➤ 求**myfun**在**x=0.5**附近的极小值