

まずモデルを設定する;  $\gamma$ ,  $\beta$ , 利子率  $R$ , 生産性水準  $Y\_LEVELS$ ,  $P$ , 構成比  $POP\_SHARES$

次に、個人が持つ資産額 (0~10)、近似計算に使うグリッドでの点の数を設定する。

効用関数は、時期ごとの消費量による効用関数を定義し、 $\gamma$  の値による対数型と CRRA 型に場合分けする。

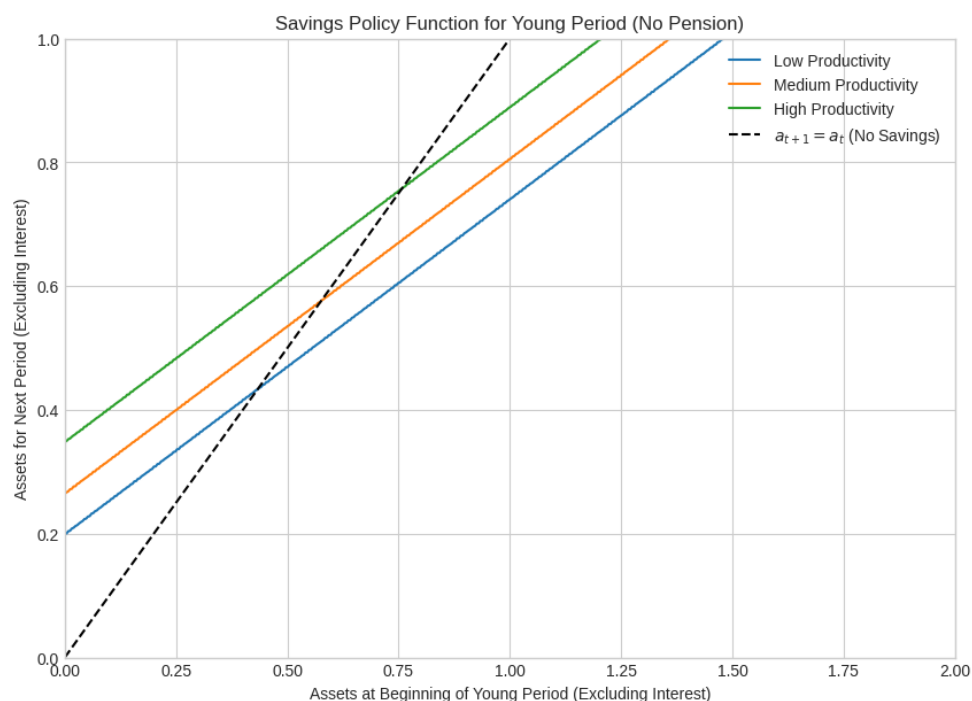
逆向き帰納法を設定する。まず老年期から、中年期からの資産に利子を加えた貯蓄全てを消費に回したときの効用を計算する。

次に、中年期では若年期からの資産と所得を合わせ、消費と次期への貯蓄に分ける。その時の効用と将来の期待効用を加えたものにマイナスをつけ、最小化し、最大効用を求める。(若年期からの資産, 中年期の所得) の全ての組み合わせに対し、最適化がグリッド上の点かつグリッド間の点にも行われるように線形補間関数を使い、最大効用=価値観数を求める。

最後に若年期では、遷移行列を使って中年期の期待価値を計算する。中年期と同様に、線形補間関数を含めた最適化を行うことで、(初期資産, 若年期の所得) の組み合わせで将来の期待効用を最大化する。

## 問 1

年金と所得税がないことを設定し、縦：中年期への貯蓄額と横：初期の資産でグラフを作成する。所得を全て使い切り、資産は貯蓄に回すという 45 度の点線も入れた。



政策関数は右上がりであるため、初期の資産額が大きいほど貯蓄額も高いことがわかり、生産性が高いほど、貯蓄額が大きくなる。したがって、裕福な家庭の人と、高質な教育環境で育つ人ほど、より多く貯蓄することがわかる。

また、45 度線と比較すると、色のついた線と点線が交差し、点線が上に位置する場合は、どんな人も所得を使い切り、資産の一部も消費しているということである。

経済学的な直感から、どんな人でも、将来の消費水準の安定をさせたいとわかる。特に高い生産性を持つ人は、所得が下がった場合の落ちが大きいため、老年期にも高い生活水準を保つために貯蓄に回す金額が増えることがいえる。また、初期資産が多い人ほど、若年期で使い切らずに老後のために貯蓄を増やす傾向にあると考えられる。

## 問 2

遷移行列 \* 各生産性比率より、中年期のタイプの人口比率を求める。

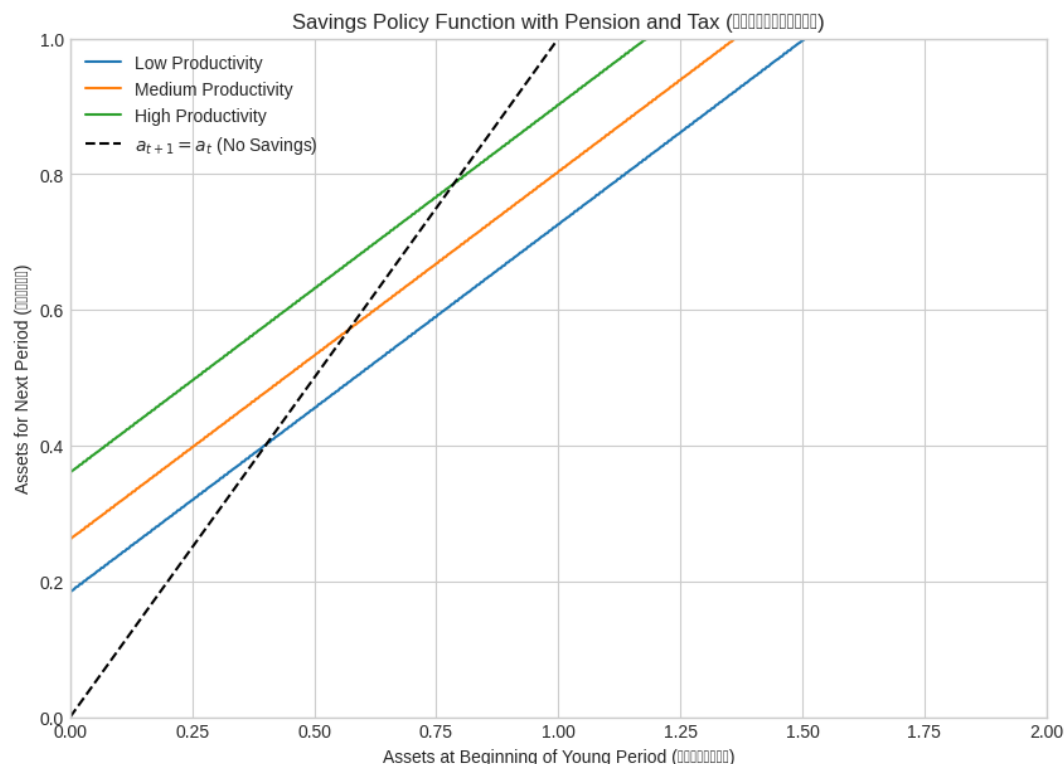
それに対し、所得 \* 税率の合計から政府の総税収を求める。

それに利子率  $R$  分を加え、年金の原資を計算し、一人当たりの年金額を求める。

中年期における政府の総税収は 0.3043, 一人当たりの年金額は 0.4986

## 問 3

年金と所得税が存在する場合の若年期の貯蓄額を再度求める。



年金と所得税がないときとのグラフと比べると、直線であることは変わらないが、とても小さく変化が見られる。まず緑は傾きが大きくなり、オレンジは同じ、青は小さくなっている。経済学的な直感から、所得税の導入により、手取りの所得が低くなることから、将来の安定的な生活水準のために、より多く貯蓄に回すと考えられる。一方で年金があるため、貯蓄の必要性が減ったとも捉えられるため、それぞれが打ち消し合い、(1)の状態とはあまり変化がない。しかし、それぞれの直線に着目すると、高い生産性を持つ者ほど、低い者に比べて多く所得税をとられるので、1人1人が受け取る年金が同額の場合、より多くの資産金額を貯蓄に回そうと考える。

#### 問4

年金があるときとないときの経済全体の平均期待生涯効用を比較する。

年金なしの場合から年金ありの場合をひき、変化は-0.0185であった。

したがって、このシミュレーションでは年金制度があることで経済全体の平均期待生涯効用は増加する。経済学的な直感から、初期資産がない状態ではどの生産性タイプの人も将来のための貯蓄がないと不安に思うが、年金制度があることで、貯蓄のことをあまり考慮することなく、消費に回すことができるので、効用は高まると考えるのは妥当である。