

Lesson 1

1. 某 algorithm 时间复杂度为递推关系式 $T(n) = T(n-1) + n$ 及 $T(0) = 1$, 该算法时间复杂度为多少?

$$T(0) = 1 \quad T(1) = T(0) + 1$$

$$T(n) = T(n-1) + n = T(n-2) + (n-1) + n = T(n-3) + (n-2) + (n-1) + n$$

$$= T(0) + 1 + \dots + (n-2) + (n-1) + n$$

$$= T(0) + \frac{(n+1) \cdot n}{2} = \frac{1}{2}(n^2 + n) + 2 = O(n^2)$$

2. 求数字的所有约数

Solution 2:

为什么一个整数不会大于它的约数的平方?

设 $A = B^2$ then $\sqrt{A} = B$ 所以 A 定有奇数个约数!

因为约数是成对的, 再加上 A 的 'square root'

since $\sqrt{A} = B \Rightarrow B$ 是奇数, 因为如果 B 是偶数, A 肯定可以化简
所以 A 也是奇数 since B 为奇数

当这个奇数 B 是质数时, 有且仅有 $n=3$ 符合, 即 $A=9$ $\{1, 3, 9\}$ $3^2=9$
当 B 是大于 3 的奇数时不存在. Q.E.D