Chap3 — 2

微分

3.2.1 微分概念

对 $y=f(x)$ 考虑增量 $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$

若有增量公式 $\Delta y = \boxed{f'(x)\Delta x} + o(\Delta x)$

线性主部：1）线性，2）主要部分

定义 若 $y=f(x)$ 在 x 处的增量可表示为

$$\Delta y = A\Delta x + o(\Delta x)$$（常数 A 与 Δx 无关）

则称 f 在 x 处**可微**，$A\Delta x$ 称为 f 在 x 处的**微分**，

记为 $$\mathrm{d}y = A\Delta x$$

3.2.2 可微与可导

定理 f 在 x 处可微 $\Leftrightarrow$ f 在 x 处可导．且

$$\boxed{\mathrm{d}f = f'(x)\Delta x = f'(x)\mathrm{d}x}$$

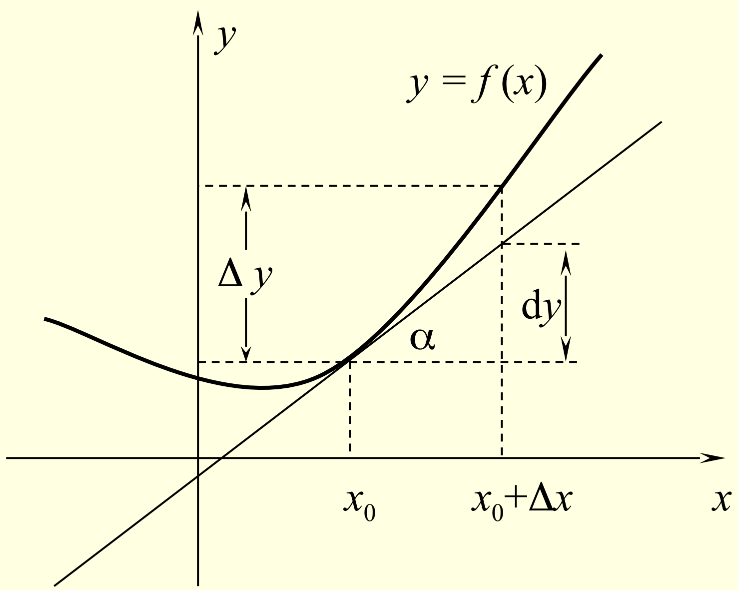
◆ **微商** 函数微分与自变量微分之商 $\mathrm{d}y/\mathrm{d}x$, 它等于函数的导数，故导数也称为微商．

例 求微分 $\mathrm{d}\cos x$， $\mathrm{d}\ln x$.

例 已知 $y = \mathrm{e}^x$, 求微分 $\mathrm{d}y|_{x=1}$

3.2.3 微分几何意义

$$\Delta y = f(x_0+\Delta x)-f(x_0), \qquad \mathrm{d}y\big|_{x=x_0} = f'(x_0)\Delta x = \tan\alpha\cdot\Delta x.$$



函数曲线在 y 轴方向上的变化用切线在 y 轴方向的变化代替

3.2.4 微分在近似计算中的应用

$$\Delta f = f'(x)\Delta x + o(\Delta x) = df + o(\Delta x)$$

$$\Longrightarrow \qquad \Delta f \approx df$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x}$$

- 微分意味着局部线性化（线性近似）

例　计算 $\sqrt[3]{65}$