

Chap 6

微分方程

Chap 6 — 1

微分方程基本概念

■ 例子

➤ Malthus 模型

人口总数 — $P(x)$

单位时间人口增长率 — r

$$\text{从 } t \rightarrow t + \Delta t, \quad \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t} = rP(t)$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{dt} = rP \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{含未知函数} \\ \text{一阶导数} \end{array}$$

称为一阶微分方程

➤ 假画的鉴定问题

二战结束时，Meegeren 因将名画卖给纳粹头目 Goering 受审，Meegeren 辩称那些画是他自己所作，其中包括绘画大师 Vermeer 的“基督与长老”，这画的鉴定直至 1960 年代才解决

画颜料中含有放射性物质 m (例如 C-14)

$$\frac{dm}{dt} = -rm \quad (r - \text{衰减常数})$$

$r = \ln 2 / \text{半衰期}$ ，分析 C-14 衰变量的比例确定年代

➤ 核废料的处理

美国原子能委员会曾将密封着核废料的圆桶扔到深海底，环保者提出质问：安全否？实验表明速度达 12.2m/sec 时圆桶可能破裂。

海面下水深度 $y(t)$ ，海水密度 $D = 1026 \text{ kg/m}^3$ ，桶重 $W = 249 \text{ kg}$ ，体积 $V = 0.208 \text{ m}^3$ ，阻力系数 $k = 0.12$ 浮力 $B = VD = 213.41 \text{ kg}$

依 Newton 第二定律

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = W - B - k \frac{dy}{dt}$$

二阶微
分方程

■ 概念

➤ 一般形式

$$F(x, y, y', \cdots, y^{(n)}) = 0 \quad n \text{ 阶微分方程}$$

(x 为自变量, y 为函数)

➤ 相关概念

方程的阶 方程的解: 通解, 特解

定解条件 初始条件, 边界条件

定解问题: 方程 + 定解条件