Chap 11 - 3

任意项级数的收敛性

11.3.1　交错级数收敛性的判别

一．交错级数

各项正负相间的级数称为交错级数，其形式为 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}u_n$ 或 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}u_n$（其中 $\boldsymbol{u_n}>0$）

二．Leibniz 判别法

若交错级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}u_n$（其中 $\boldsymbol{u_n}>0$）满足

(1) $u_{n+1}\le u_n$，(2) $\lim_{n\to\infty}u_n=0$；则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}u_n$ 收敛

且其余和的绝对值小于 $\boldsymbol{u_{n+1}}$，即 $\left|\sum_{k=n+1}^{\infty}u_k\right|<u_{n+1}$

例　判别下列级数的敛散性：

1) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n^{\alpha}}\ \ (\alpha > 0)$

2) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[n]{n}}$

11.3.2 绝对收敛与条件收敛

一． 绝对收敛与条件收敛

若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}|u_n|$ 收敛，则称 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ **绝对收敛**；

若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}|u_n|$ 发散，而级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，则称级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ **条件收敛**

命题 若级数$\sum_{n=1}^{\infty}|u_n|$ 收敛，则级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛

例 判别级数敛散性，并指出收敛类型

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n}{n^2} \qquad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\sqrt{n+1}}{n}$$

H.W

习题 11

12 (1) (2) (4) (5)

13 (1) (2) (3) (4) (6)