

# Chap 11 - 4

## 函数项级数

## 11.4.1 函数项级数及其敛散性

设  $u_n(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) 是定义在数集  $X$  上的函数列, 则称  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  为函数项级数,  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x_0)$  若收敛, 称  $x_0$  是  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  的一个收敛点, 否则称  $x_0$  是  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  的发散点

$\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  的全体收敛点组成的集合  $I$  称为它的收敛域, 在收敛域  $I$  的每个  $x$ ,  $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  记称为  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  的和函数

## 与数项级数类似

$$S_n(x) = \sum_{k=1}^n u_k(x)$$

称为  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  的**部分和 (函数)**, 在收敛域

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n(x) = S(x)$$

而将

$$r_n(x) = \sum_{k=n+1}^{\infty} u_k(x)$$

称为函数项级数的**余和**, 显然  $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n(x) = 0$

例 考察函数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1}$  的收敛域

例      讨论函数项级数的收敛域：

---

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^n \qquad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}$$

( 采用讨论数项级数敛散性的方法 )

**H.W**

习题 11      14   (1)   (2)   (3)