

# Chap 6

微分方程

# Chap 6 — 1

微分方程基本概念

## ■ 例子

### ➤ Malthus 模型

人口总数 —  $P(x)$

单位时间人口增长率—  $r$

$$\text{从 } t \rightarrow t + \Delta t, \quad \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t} = r P(t)$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{dt} = rP \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{含未知函数} \\ \text{一阶导数} \end{array}$$

称为一阶微分方程

## ➤ 假画的鉴定问题

二战结束时，Meegeren 因将名画卖给纳粹头目 Goering 受审，Meegeren 辩称那些画是他自己所作，其中包括绘画大师 Vermeer 的“基督与长老”，这画的鉴定直至 1960 年代才解决

画颜料中含有放射性物质  $m$ （例如 C-14）

$$\frac{dm}{dt} = -rm$$

（ $r$  - 衰减常数）

$r = \ln 2 /$  半衰期，分析 C-14 衰变量的比例确定年代

## ➤ 核废料的处理

美国原子能委员会曾将密封着核废料的圆桶扔到深海底，环保者提出质问：安全否？实验表明速度达  $12.2\text{m/sec}$  时圆桶可能破裂。

海面下水深度  $y(t)$ , 海水密度  $D = 1026\text{kg/m}^3$ , 桶重  $W = 249\text{kg}$ , 体积  $V = 0.208\text{m}^3$ , 阻力系数  $k = 0.12$  浮力  $B = VD = 213.41\text{kg}$

依 Newton 第二定律

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = W - B - k \frac{dy}{dt}$$

二阶微分方程

## ■ 概念

### ➤ 一般形式

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

n 阶微分方程

( $x$  为自变量,  $y$  为函数)

### ➤ 相关概念

方程的阶 方程的解: 通解, 特解

定解条件 初始条件, 边界条件

定解问题: 方程 + 定解条件