

#### 第四天练习

#### 拓扑导引

2021 唯理中国 “思考数学与科学” 工作坊

讲师：王滢

邮箱：ywangx@umich.edu

这个练习是代数几何中的一个经典又有趣的例子的简化。我们将通过这个练习巩固对拓扑定义的理解，思考拓扑空间相较于度量空间给予了我们多少新的可能性。

1. 我们的目标是在所有质数  $\mathbb{P} = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$  上定义一个拓扑。我们将这样定义开集：取任何正整数  $n$ 。定义开集  $U_n$  为所有**不能**整除  $n$  的质数。例如，如果  $n = 14$ ，那么开集  $U_{14}$  就是除了 2 和 7 以外所有的质数。
2. 根据拓扑的定义，检验这定义了一个正确的拓扑，因此所有质数是一个拓扑空间。
3. 开放性问题：这个拓扑空间和我们之前接触的度量空间有什么不同？