

第三天讲义

拓扑导引

2021 唯理中国 “思考数学与科学” 工作坊

讲师：王滢

邮箱：ywangx@umich.edu

1. 今天我们介绍了一个数列收敛的概念，并由此定义了连续性。请确定以下数列

$$s_n = \frac{1}{n} (n \in \mathbb{N})$$

是否收敛，如果是，请找出极限。（提示：写出这个数列，最初几项将是 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$ 。）

2. 考虑一个函数 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ，定义为 $f(x) = \frac{1}{x}$ ，即将任何数送到它的倒数。使用第一题，判别这个函数是否是连续的。你能否用更直观的方法说明它是否连续？
3. 在三维欧氏空间 \mathbb{R}^3 中，对于任何两点 $a = (a_0, a_1, a_2), b = (b_0, b_1, b_2)$ ，我们依据以下两个步骤定义一种测距方式：
- a) 计算三个绝对值 $|a_0 - b_0|, |a_1 - b_1|, |a_2 - b_2|$,
 - b) 选出三个绝对值最大的一个，并称之为这两点的距离。

例如，在这种测量方法下，点 $(0, 0, 0)$ 和 $(1, 2, 3)$ 的距离为 3。根据我们今天对度量的定义，检验这是否定义了一种度量。