

# 正则化的作用 & $L_1, L_2$ 正则化的区别

正则化的作用: 限制参数过多/过大, 避免模型更加复杂. 将某些高维  $w$  限制为 0, 最直观的做法就是限制  $w$  的个数, 寻找比限制更宽松的条件:

$$\sum_j w_j^2 \leq C \quad / \quad \sum_j |w_j| \leq C$$

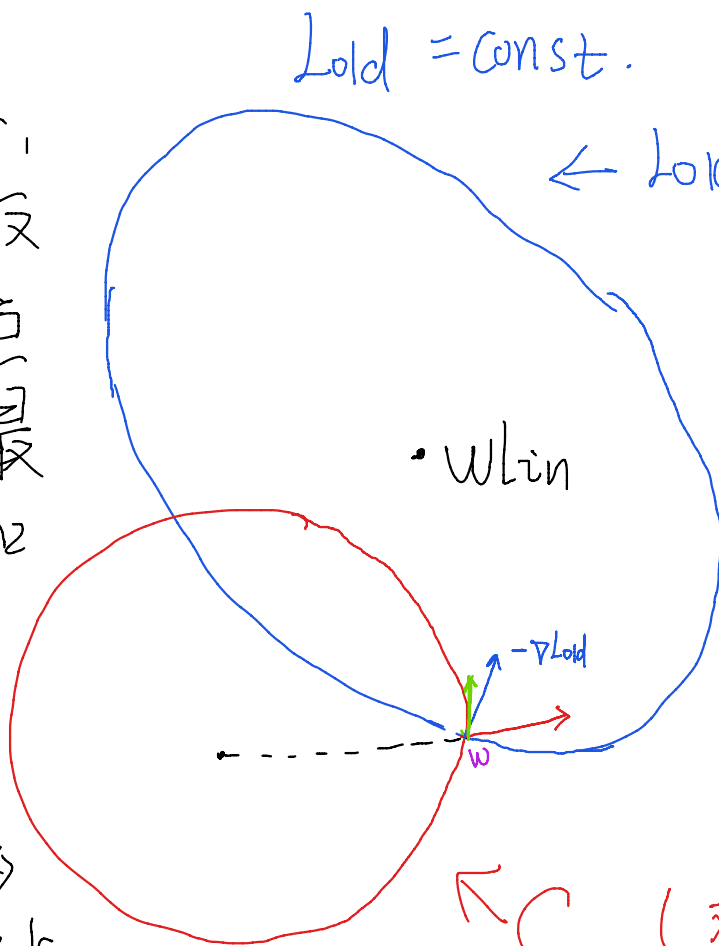
$L_2$  正则化:

$$[L(w) = L_{old}(w) + \lambda \sum_j w_j^2]$$

Loss function:  $L = L_{old} + \lambda \sum_j w_j^2$

$\Leftrightarrow$  在约束  $\sum_j w_j^2$  下, 使  $L_{old}$  min, 使用拉格朗日乘子法, 就等价于  $L$ .

在不加约束的条件下,  $w$  会沿着  $L_{old}$  梯度反方向  $-\nabla L_{old}$  在蓝色区域中寻找全局最优值  $w_{lin}$ . 但加上约束后,  $w$  只能在红色区域内进行搜索, 最多只能在红圆的边缘上



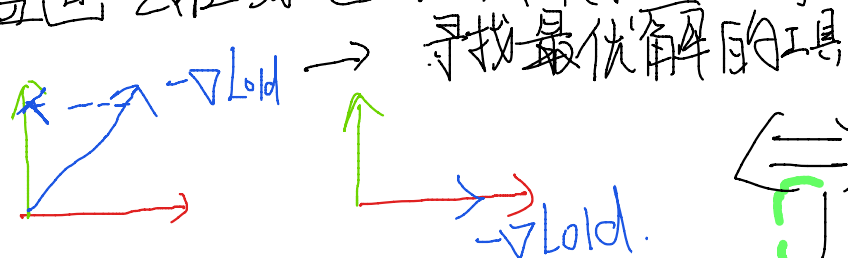
$L_{old} = \text{const.}$

$\leftarrow L_{old}$  的最小化空间.

[正则化约束  $w$  的解空间, 使不会太大, 也不会太小, 更可以产生  $w=0$ ].

$\leftarrow C$ . (对  $w$  进行约束的空间, 限制  $w$  的变化不能离开红色空间)

沿着切线进行变化. (绿色箭头).  $w$  运动的方向与  $w$  的方向 (红色箭头) 垂直. 若在约束下, 找到  $w$  的最优值, 也就是  $w$  不再变化, 也就是蓝色箭头方向与红色箭头平行. 不然蓝色会在绿色方向有分量, 则  $w$  会继续运动.



$$-\nabla L_{old} + \lambda w = 0 \Leftrightarrow \nabla L_{old} + \lambda w = 0$$

$$\Leftrightarrow L = L_{old} + \frac{\lambda}{2} w^2 \quad (L_2 \text{ 正则化的由来})$$

