Cours RF

Hubert CARDOT

Département Informatique de Polytech TOURS
Laboratoire d'Informatique – RFAI
Bureau 211

Plan

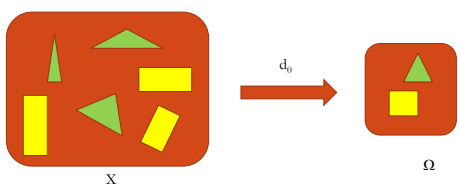
- Cours : 8h
  - Intro – méthodes statistiques – kPPV
  - Arbres de décision – méthodes structurelles
  - Sélection/extraction de caractéristiques
  - SVM
- TD : 4h
- TP : 6h
  - kPPV
  - libSVM
  - WEKA

Introduction

Reconnaissance des Formes

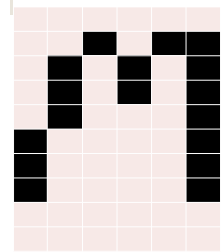
- Formes : description d'un objet ou d'un concept (ex. une voiture, la grippe)
- Reconnaissance : à partir d'exemples de formes, on cherche à les classifier ou regrouper

Espace de représentation – espace des classes



- d_0 : décision idéale

Exemple



X : ensemble des 2^{60} distributions N&B

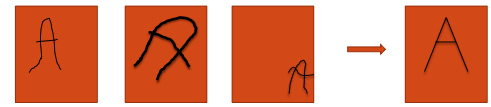
Ω : alphabet

Extraction de caractéristiques

- X $\xrightarrow{d}$ Ω

r (p (x)) = w

Invariance et prétraitement



Forme canonique

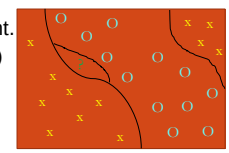
Applications

- Signal 1D
  - Reco parole
  - Reco locuteur
  - Electrocardiogrammes
  - Radar
- Images
  - Reco textes (chiffres, manuscrits…)
  - Radiographies
  - Identification d'objets
  - Détection de défauts
  - Images aériennes, satellitaires
- Formes multidimensionnelles
  - Vidéo
  - Diagnostic de pannes
  - Prévision (météo, bourse…)
  - Fouille de données

Fonction de décision

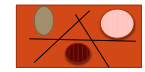
Fonction de décision

- Problème :
  - K classes $w_1 \ldots w_K$
  - $x \in R^n$: représentation d'une forme
  - On cherche une fct de décision $d(x) = w_i$
  - Non unicité de la frontière à partir de la base d'apprent.
  - Zones d'indétermination (?)



Séparation linéaire

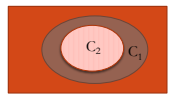
- $d(x) = c_1x_1 + \ldots + c_nx_n + cte$
  $d(x) = {}^tC.X + cte$: hyperplan
- Absolument séparable : chaque classe peut être séparée des autres par un hyperplan



- Séparable par paire : chaque paire de classes peut être séparée par un hyperplan

Fonction de décision généralisée

- Classes non linéairement séparables



- Exemple : fct polynomiale de d° 2
  d(x) = ^{t}x.A.x + ^{t}b.x + cte
  avec A une matrice donnant la forme de la frontière
  - si 2 val. propres positives : ellipse (hyperellipsoïde)
  - si A matrice identité : hypersphère
  - si 2 val. propres négatives : hyperhyperboloïde

Evaluation

Evaluation – bases de données

- d() est déterminée à partir d'une base d'**apprent**. L'objectif est que d() puisse généraliser aux autres formes. Evaluation sur base de **test.**
- Pour déterminer certains paramètres, on peut garder certains exemples de la base d'apprent. en une base de **validation**.

Matrice de confusion

Classe réelle \ Décision du syst	W_1	W_2	W_j	W_K	W_0 (rejet)
W_1	n_{11}	n_{12}		n_{1K}	n_{10}
W_2	n_{21}	n_{22}		n_{2K}	n_{20}
W_i			n_{ij}		
W_K	n_{K1}	n_{K2}		n_{KK}	n_{K0}

n_{ij} : nombre d'ex. de la classe i affectés à la classe j

Taux de reconnaissance

- Si classes équilibrées

$$\frac{somme\ diagonale}{nb\ total\ d'exemples} = \frac{\sum_{i=1}^{K} n_{ii}}{\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=0}^{K} n_{ij}}$$

- Sinon : moyenne des taux de reco par classe

	W_1	W_2
W_1	10 000	0
W_2	10	0

99,9 % ?

Autres notions d'évaluation

- Sensibilité, spécificité, courbe de ROC (médical)
- Précision et rappel (document)
- Taux de Fausse Acceptation et Taux de Faux Rejet, Taux d'Égale Erreur (biométrie)

Approche statistique

Approche statistique

- $d : R^n \longrightarrow \Omega$
  $x \longmapsto d(x)$
- f : densité de probabilité de x dans R^n

$\int_A f(x)dx$: proba de trouver x dans la zone A ϵ R^n

f(x / w) : densité de proba au sein de la classe w

p(w) : proba de la classe w

p(w / x) : proba qu'une forme x ϵ w

Théorie bayésienne de la décision

- Fonction de décision bayésienne : on affecte x à la classe pour laquelle p(w / x) est maximum
- $d_1(x) = w_i$ avec $i = arg_{j=1 \text{ à } K} \max p(w_j / x)$
- d1() n'est pas unique car il peut y avoir plusieurs classes avec la même proba
- Toute fonction de décision bayésienne minimise la proba d'erreur globale

Règle pratique de décision bayésienne

- Pb : il est difficile de connaître tous les p(w/x)
- En appliquant le théorème de Bayes
  P(A / B) = P(A).P(B / A) / P(B)
- $\forall w_i \in \Omega$ $p(w)f(x/w) \geq p(w_i)f(x/w_i) \Leftrightarrow d_1(x) = w$
  c'est la règle pratique de décision bayésienne
- Cela revient à choisir l'hypothèse maximisant la proba de ce que nous observons
- Il reste à connaître les K valeurs $p(w_i)$ et les K fonctions $f(x / w_i)$

Apprentissage

- Déterminer $p(w_i)$ et $f(x / w_i)$
- $p(w_i)$
  - Fréquence sur une base d'apprent.
  - Connaissance extérieure
  - Equiprobabilité
- $f(x / w_i)$
  - Méthodes paramétriques : on choisit la forme de f puis on calcule au mieux, sur les données d'apprent., les paramètres
  - Méthodes non paramétriques

Coût d'une décision

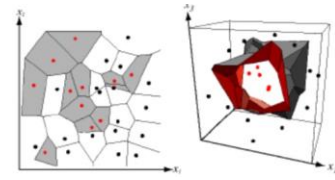
C	W_1	W_2	W_0
W_1	0	5	2
W_2	20	0	2

- On cherche une fonction de décision qui minimise les coûts de mauvais classement
- $coût\ (\ d()) = \int_{R^n} [\sum_{i=1}^{K} p(w_i|x).C(w_i, d(x)]f(x)dx$

Plus proche voisin

Méthode du plus proche voisin

- $d(x) = d(x_i)$ avec $i = \arg\min_j \text{dist}(x, x_j)$



- La méthode du PPV a un taux d'erreur moyen inférieur à 2 fois celui de Bayes quand le nombre d'exemples d'apprentissage est grand

k-PPV

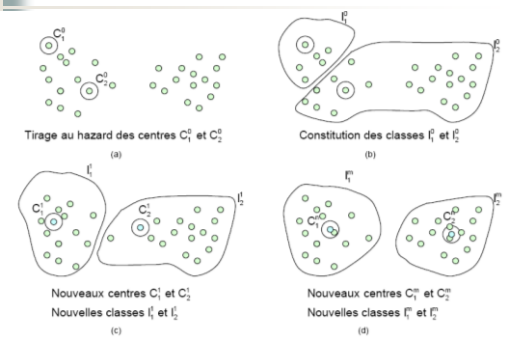
- On peut améliorer les performances du PPV quand les données d'apprentissage sont bruitées ou potentiellement mal étiquetées en prenant les k PPV puis en faisant un vote pour déterminer la classe majoritaire.
- Classe de rejet : rejet d'ambiguïté et rejet de distance

Distances inter et intraclasse

- La distance **intraclasse** est la moyenne des distances des exemples de la classe avec tous les autres exemples de la classe.
  Elle vaut 2 fois la somme des variances sur chaque composante des formes.
- La distance **interclasse** est la moyenne des distances des exemples d'une classe avec tous les exemples d'une autre classe.
- On cherche à maximiser dist inter / dist intra.

K-Means (centres mobiles, nuées dynamiques)

K-Means



Classification Ascendante Hiérarchique (CAH)

Intro

- Classifier, c'est regrouper entre eux des objets similaires selon des critères
  On parle aussi de clustering ou de partitionnement
- Classif. non hiérarchique : classes disjointes
- Classif. hiérarchique : en fonction du niveau de précision deux individus peuvent ou non être dans une même classe

Données centrées réduites

	TAI	VIT	DET	PAS	LEG	STA
I1	-1,1125	1,3473	1,5025	0,9702	1,1665	0,5535
I2	-0,0056	-0,7615	-0,7446	0,9702	-1,0845	-0,9793
I3	1,1013	-0,9724	-0,6643	1,5023	-0,9514	0,0426
I4	-0,8106	1,1364	0,9407	1,2120	1,1423	0,5535
I5	-1,1125	1,3473	0,9407	-0,2392	1,2391	1,0644
I6	-0,6093	0,7146	1,1012	-0,2876	0,9124	0,8090
I7	-1,1125	0,5038	0,9407	-0,4810	1,3964	-1,2347
I8	-1,3137	1,3473	1,4222	-0,9648	1,2028	-2,0011
I9	-1,5150	1,3473	1,4222	-1,4485	1,2028	-1,7456
I10	-0,0056	-1,3941	-0,8248	1,0669	-0,4673	-1,2347
I11	0,4975	-0,1289	-0,2630	1,2120	-0,3705	-0,2129
I12	-0,1062	0,0820	-0,6643	-0,4810	-0,2857	0,2980
I13	0,3969	-0,3398	-0,6643	-0,0941	-0,5278	1,0644
I14	1,1013	-0,7615	-0,8248	-0,7229	-1,0240	0,5535
I15	1,0007	-0,5506	-1,0656	-0,8197	-0,9877	0,2980
I16	1,1013	-0,5506	-1,2261	-1,2067	-0,6246	0,8090
I17	1,1013	-0,9724	-0,6643	-1,2067	-1,0966	0,2980
I18	1,4032	-1,3941	-0,6643	1,0185	-0,8424	1,0644

Indice de dissimilarité ou distance

$$d(I_1,I_j) = \sqrt{(x_{i1}-x_{j1})^2 + (x_{i2}-x_{j2})^2 + (x_{i3}-x_{j3})^2 + (x_{i4}-x_{j4})^2 + (x_{i5}-x_{j5})^2 + (x_{i6}-x_{j6})^2}$$

Ainsi, la distance entre les sujets I1 et I2 est donnée par :

$$d(I_1,I_2) = \sqrt{(-1,1125+0,0056)^2 + (1,3473+0,7615)^2 + \ldots + (0,5535+0,9793)^2} = 4,2588$$

Distances

Dist. Euclidiennes (Basket-CR.sta)

	I1	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I8	I9	I10	I11	I12	I13	I14	I15	I16	I17	I18
I1	0,00	4,26	4,47	0,71	1,43	1,59	2,53	3,21	3,36	4,48	3,30	3,40	3,75	4,74	4,75	4,89	4,99	4,78
I2	4,26	0,00	1,62	3,80	4,42	3,84	3,74	4,57	4,81	0,93	1,43	2,26	2,44	2,54	2,45	3,11	2,77	2,57
I3	4,47	1,62	0,00	3,93	4,66	4,02	4,55	5,52	5,76	1,87	1,31	2,65	2,16	2,30	2,41	2,92	2,72	1,25
I4	0,71	3,80	3,93	0,00	1,58	1,62	2,57	3,43	3,63	4,00	2,76	3,03	3,31	4,34	4,35	4,50	4,65	4,26
I5	1,43	4,42	4,66	1,58	0,00	0,92	2,47	3,19	3,12	4,66	3,54	2,86	3,29	4,25	4,24	4,20	4,45	4,73
I6	1,59	3,84	4,02	1,62	0,92	0,00	2,18	3,07	3,05	4,05	2,96	2,35	2,72	3,58	3,61	3,63	3,75	4,06
I7	2,53	3,74	4,55	2,57	2,47	2,18	0,00	1,36	1,53	3,72	3,39	2,99	3,83	4,33	4,21	4,42	4,33	5,01
I8	3,21	4,57	5,52	3,43	3,19	3,07	1,36	0,00	0,58	4,67	4,33	3,89	4,82	5,18	5,03	5,27	5,12	6,06
I9	3,36	4,81	5,76	3,63	3,12	3,05	1,53	0,58	0,00	4,92	4,58	3,91	4,86	5,21	5,05	5,23	5,11	6,21
I10	4,48	0,93	1,87	4,00	4,66	4,05	3,72	4,67	4,92	0,00	1,80	2,64	2,82	2,89	2,82	3,39	3,06	2,73
I11	3,30	1,43	1,31	2,76	3,54	2,96	3,39	4,33	4,58	1,80	0,00	1,92	1,89	2,42	2,42	2,90	2,81	2,12
I12	3,40	2,26	2,65	3,03	2,86	2,35	2,99	3,89	3,91	2,64	1,92	0,00	1,11	1,69	1,55	1,75	1,94	2,76
I13	3,75	2,44	2,16	3,31	3,29	2,72	3,83	4,82	4,86	2,82	1,89	1,11	0,00	1,27	1,38	1,47	1,75	1,86
I14	4,74	2,54	2,30	4,34	4,25	3,58	4,33	5,18	5,21	2,89	2,42	1,69	1,27	0,00	0,43	0,82	0,61	1,96
I15	4,75	2,45	2,41	4,35	4,24	3,61	4,21	5,03	5,05	2,82	2,42	1,55	1,38	0,43	0,00	0,76	0,71	2,24
I16	4,89	3,11	2,92	4,50	4,20	3,63	4,42	5,27	5,23	3,39	2,90	1,75	1,47	0,82	0,76	0,00	0,99	2,49
I17	4,99	2,77	2,72	4,65	4,45	3,75	4,33	5,12	5,11	3,06	2,81	1,94	1,75	0,61	0,71	0,99	0,00	2,42
I18	4,78	2,57	1,25	4,26	4,73	4,06	5,01	6,06	6,21	2,73	2,12	2,76	1,86	1,96	2,24	2,49	2,42	0,00

Agrégation

- Minimum non nul est entre I14 et I15 : 0,43
- Indice d'agrégation : « saut minimum »

La distance D entre deux groupes A et B est alors définie par :

$$D(A,B) = \min_{I \in A} \min_{J \in B} d(I,J)$$

- On regroupe donc I14 et I15
- Il existe d'autres choix possibles pour l'agrégation
  - Diamètre (saut maximal)
  - Moyenne pondérée
  - Centroïde pondéré ou non
  - Méthode Ward (inertie totale)

Tableau après regroupement

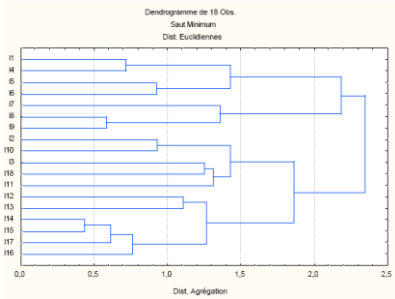
	I1	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I8	I9	I10	I11	I12	I13	I14 I15	I16	I17	I18
I1	0	4,26	4,47	0,71	1,43	1,59	2,53	3,21	3,36	4,48	3,3	3,4	3,75	4,74	4,89	4,99	4,78
I2	4,26	0	1,62	3,8	4,42	3,84	3,74	4,57	4,81	0,93	1,43	2,26	2,44	2,45	3,11	2,77	2,57
I3	4,47	1,62	0	3,93	4,66	4,02	4,55	5,52	5,76	1,87	1,31	2,65	2,16	2,3	2,92	2,72	1,25
I4	0,71	3,8	3,93	0	1,58	1,62	2,57	3,43	3,63	4	2,76	3,03	3,31	4,34	4,5	4,65	4,26
I5	1,43	4,42	4,66	1,58	0	0,92	2,47	3,19	3,12	4,66	3,54	2,86	3,29	4,24	4,2	4,45	4,73
I6	1,59	3,84	4,02	1,62	0,92	0	2,18	3,07	3,05	4,05	2,96	2,35	2,72	3,58	3,63	3,75	4,06
I7	2,53	3,74	4,55	2,57	2,47	2,18	0	1,36	1,53	3,72	3,39	2,99	3,83	4,21	4,42	4,33	5,01
I8	3,21	4,57	5,52	3,43	3,19	3,07	1,36	0	**0,58**	4,67	4,33	3,89	4,82	5,03	5,27	5,12	6,06
I9	3,36	4,81	5,76	3,63	3,12	3,05	1,53	**0,58**	0	4,92	4,58	3,91	4,86	5,05	5,23	5,11	6,21
I10	4,48	0,93	1,87	4	4,66	4,05	3,72	4,67	4,92	0	1,8	2,64	2,82	2,82	3,39	3,06	2,73
I11	3,3	1,43	1,31	2,76	3,54	2,96	3,39	4,33	4,58	1,8	0	1,92	1,89	2,42	2,9	2,81	2,12
I12	3,4	2,26	2,65	3,03	2,86	2,35	2,99	3,89	3,91	2,64	1,92	0	1,11	1,55	1,75	1,94	2,76
I13	3,75	2,44	2,16	3,31	3,29	2,72	3,83	4,82	4,86	2,82	1,89	1,11	0	1,27	1,47	1,75	1,86
I14 I15	4,74	2,45	2,3	4,34	4,24	3,58	4,21	5,03	5,05	2,82	2,42	1,55	1,27	0	0,76	0,61	1,96
I16	4,89	3,11	2,92	4,5	4,2	3,63	4,42	5,27	5,23	3,39	2,9	1,75	1,47	0,76	0	0,99	2,49
I17	4,99	2,77	2,72	4,65	4,45	3,75	4,33	5,12	5,11	3,06	2,81	1,94	1,75	0,61	0,99	0	2,42
I18	4,78	2,57	1,25	4,26	4,73	4,06	5,01	6,06	6,21	2,73	2,12	2,76	1,86	1,96	2,49	2,42	0

Tableau résultat

En poursuivant la méthode, on obtient la suite d'objets suivante :

	Objet # 1	Objet # 2	Objet # 3	Objet # 4	Objet # 5	Objet # 6	Objet # 7	Objet # 8	Objet # 9	Objet # 10	Objet # 11	Objet # 12	Objet # 13	Objet # 14	Objet # 15	Objet # 16	Objet # 17	Objet # 18
,4341613	I14	I15																
,5828903	I8	I9																
,6121795	I14	I15	I17															
,7143260	I1	I4																
,7605890	I14	I15	I17	I16														
,9238485	I5	I6																
,9285629	I2	I10																
1,107561	I12	I13																
1,248607	I3	I18																
1,265891	I12	I13	I14	I15	I17	I16												
1,313007	I3	I18	I11															
1,357462	I7	I8	I9															
1,428591	I2	I10	I3	I18	I11													
1,429021	I1	I4	I5	I6														
1,860421	I2	I10	I3	I18	I11	I12	I13	I14	I15	I17	I16							
2,184427	I1	I4	I5	I6	I7	I8	I9											
2,346147	I1	I4	I5	I6	I7	I8	I9	I2	I10	I3	I18	I11	I12	I13	I14	I15	I17	I16

Dendogramme



Remarques

- On remarque sur le dendogramme précédent un « saut » d'indice après la partition en 4 classes.
- Il paraît donc judicieux d'étudier cette partition en 4 classes.