

§ . 基础知识题 – 浮点数机内存存储格式(IEEE 754) 理解



要求:

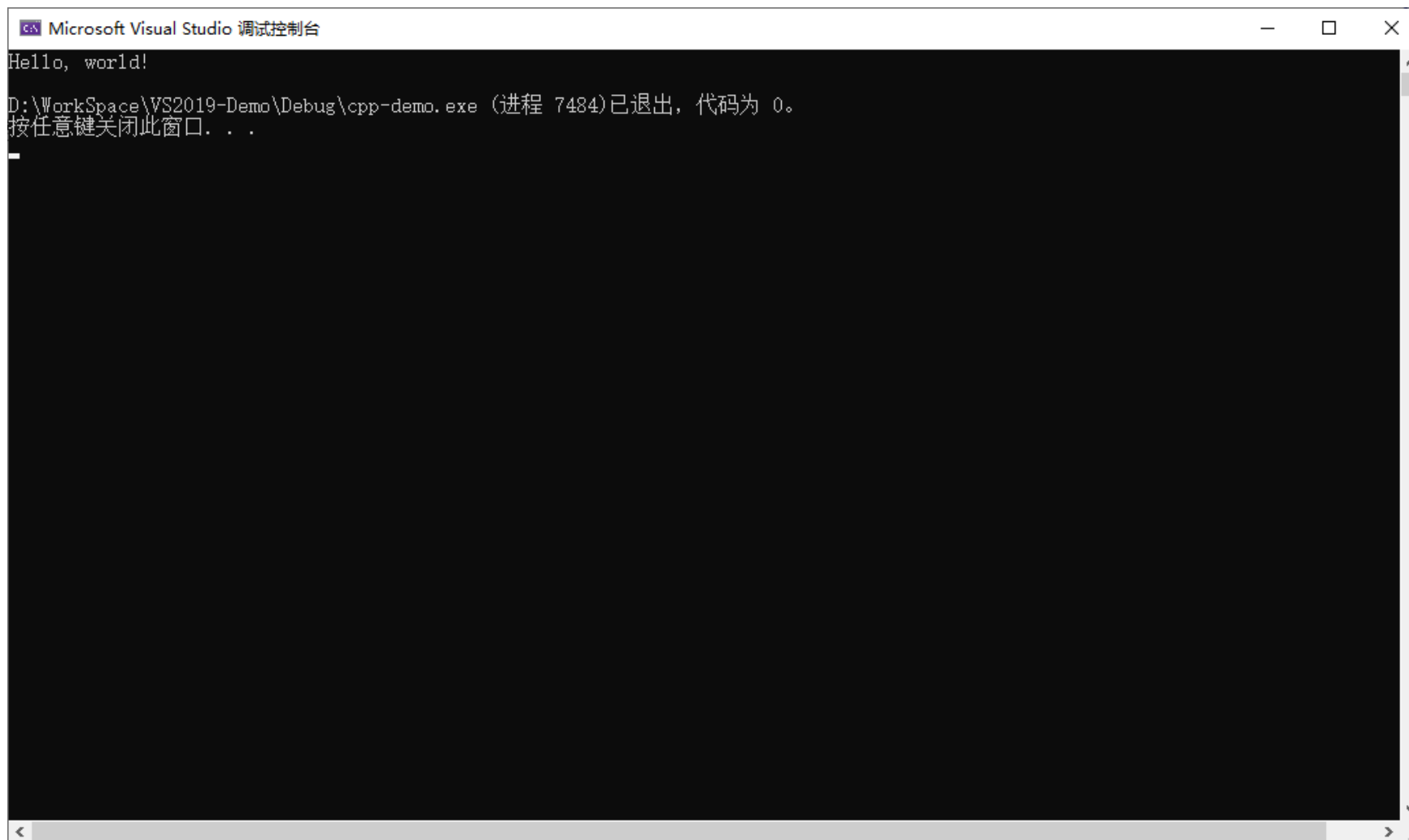
- 1、完成本文档中所有的题目并写出分析、运行结果
- 2、无特殊说明，均使用VS2022编译即可
- 3、直接在本文件上作答，**写出答案/截图（不允许手写、手写拍照截图）**即可；填写答案时，为适应所填内容或贴图，**允许调整**页面的字体大小、颜色、文本框的位置等
 - ★ 贴图要有效部分即可，不需要全部内容
 - ★ 在保证一页一题的前提下，具体页面布局可以自行发挥，简单易读即可
 - ★ **不允许**手写在纸上，再拍照贴图
 - ★ **允许**在各种软件工具上完成（不含手写），再截图贴图
- 4、转换为pdf后提交
- 5、**3月12日前**网上提交本次作业（在“文档作业”中提交）

§. 基础知识题 – 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

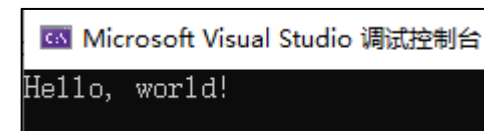


贴图要求：只需要截取输出窗口中的有效部分即可，如果全部截取/截取过大，则视为无效贴图

例：无效贴图

A screenshot of the Microsoft Visual Studio debug console window. The window title is "Microsoft Visual Studio 调试控制台". The output text is: "Hello, world!", "D:\Workspace\VS2019-Demo\Debug\cpp-demo.exe (进程 7484)已退出, 代码为 0.", and "按任意键关闭此窗口. . .". The screenshot is a full window capture, including the title bar and window controls, which is considered an invalid example according to the requirements.

例：有效贴图

A screenshot of the Microsoft Visual Studio debug console window, showing only the output text: "Hello, world!". This is a cropped version of the previous screenshot, focusing only on the effective output, which is considered a valid example.



§. 基础知识题 - 浮点数机内存存储格式(IEEE 754)理解

附：用WPS等其他第三方软件打开PPT，将代码复制到VS2022中后，如果出现类似下面的**编译报错**，则观察源程序编辑窗的右下角是否为CR，如果是，单击CR，在弹出中选择CRLF，再次CTRL+F5运行即可

```
demo.cpp
demo-cpp (全局范围) main()
1 #include <iostream>
2 using namespace std;
3 int main()
4 {
5     cout << "Hello, 同济!" << endl;
6     return 0;
7 }
8
```

100 % 未找到相关问题 行: 4 字符: 2 空格 SYS CR

输出

显示输出来源(S): 生成

生成开始于 22:23...

1>—— 已启动生成: 项目: demo-cpp, 配置: Debug Win32 ——

1>demo.cpp

1>D:\Workspace\VS2022-demo\demo-cpp\demo.cpp(1,1): warning C4335: 检测到 Mac 文件格式: 请将源文件转换为 DOS 格式或 UNIX 格式

1>D:\Workspace\VS2022-demo\demo-cpp\demo.cpp(1,10): warning C4067: 预处理器指令后有意外标记 - 应输入换行符

1>MSVCRTD.lib(exe_main.obj) : error LNK2019: 无法解析的外部符号 _main, 函数 "int __cdecl invoke_main(void)" (?invoke_main@YAHKZ) 中引用了该符号

1>D:\Workspace\VS2022-demo\Debug\demo-cpp.exe : fatal error LNK1120: 1 个无法解析的外部命令

1>已完成生成项目 "demo-cpp.vcxproj" 的操作 - 失败。

生成: 0 成功, 1 失败, 0 最新, 0 已跳过

生成于 22:23 完成, 耗时 01.132 秒

错误列表 输出

§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解



基础知识：用于看懂float型数据的内部存储格式的程序如下：

注意：除了对黄底红字的具体值进行改动外，其余部分不要做改动，也暂时不需要弄懂为什么（需要第6章的知识才能弄懂）

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    float f = 123.456;
    unsigned char* p = (unsigned char*)&f;
    cout << hex << (int)(*p) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+1) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+2) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+3) << endl;
    return 0;
}
```

//注：忽略本题出现的warning

Microsoft
79
e9
f6
42

上例解读：单精度浮点数123.456，在内存中占四个字节，四个字节的值依次为0x42 0xf6 0xe9 0x79（按打印顺序逆向取）

转换为32bit则为：0100 0010 1111 0110 1110 1001 0111 1001

符号位

8位指数

23位尾数

§. 基础知识题 - 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解



基础知识：用于看懂double型数据的内部存储格式的程序如下：

注意：除了对黄底红字的具体值进行改动外，其余部分不要做改动，也暂时不需要弄懂为什么（需要第6章的知识才能弄懂）

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    double d = 1.23e4;
    unsigned char* p = (unsigned char*)&d;
    cout << hex << (int)(*p) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+1) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+2) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+3) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+4) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+5) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+6) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+7) << endl;
    return 0;
}
```

上例解读：双精度浮点数1.23e4，在内存中占八个字节，八个字节的值依次为0x40 0xc8 0x06 0x00 0x00 0x00 0x00 0x00(逆向)

转换为64bit则为：0100 0000 1100 1000 0000 0110 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000

符号位

11位指数

52位尾数

§ . 基础知识题 – 浮点数机内存存储格式(IEEE 754)理解



自学内容：自行以“IEEE754” / “浮点数存储格式” / “浮点数存储原理” / “浮点数存储方式”等关键字，在网上搜索相关文档，读懂并了解浮点数的内部存储机制

学长们推荐的网址：

<https://baike.baidu.com/item/IEEE%20754/3869922?fr=aladdin>

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/343033661>

https://www.bilibili.com/video/BV1iW41ld7hd?is_story_h5=false&p=4&share_from=ugc&share_medium=android&share_plat=android&share_session_id=e12b54be-6ffa-4381-9582-9d5b53c50fb3&share_source=QQ&share_tag=s_i×tamp=1662273598&unique_k=AuouMEO

https://blog.csdn.net/gao_zhennan/article/details/120717424

<https://www.h-schmidt.net/FloatConverter/IEEE754.html>



§. 基础知识题 – 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

例: float型数的机内表示

格式要求: 多字节时, 每8bit中间加一个空格或- (例: "11010100 00110001" 或 "11010100-00110001")

例1: 100.25

下面是float机内存储手工转十进制的方法:

(1) 得到的32bit的机内表示是: 0100 0010 1100 1000 1000 0000 0000 0000 (42 c8 80 00)

(2) 其中: 尾数的符号位是 0

指数是 1000 0101 (填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是 133 (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是 6 (32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

1000 0101

- 0111 1111

= 0000 0110 (0x06 = 6)

尾数是 100 1000 1000 0000 0000 0000 (填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是 0.56640625 (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是 1.56640625 (加整数部分的1后)

100 1000 1000 0000 0000 0000 = $2^0 + 2^{-1} + 2^{-4} + 2^{-8}$

= 0.5 + 0.0625 + 0.00390625 = 0.56640625 => 加1 => 1.56640625

1.56640625 x 2^6 = 100.25 (此处未体现出误差)

下面是十进制手工转float机内存储的方法:

100 = 0110 0100 (整数部分转二进制为7位, 最前面的0只是为了8位对齐, 可不要)

0.25 = 01 (小数部分转二进制为2位)

100.25 = 0110 0100.01 = 1.1001 0001 x 2^6 (确保整数部分为1, 移6位)

符号位: 0

阶码: 6 + 127 = 133 = 1000 0101

尾数(舍1): 1001 0001 => 1001 0001 0000 0000 0000 000 (补齐23位, 后面补14个蓝色的0)

100 1000 1000 0000 0000 0000 (从低位开始四位一组, 共23位)

注意:

- 1、作业中绿底/黄底文字/截图可不填
- 2、计算结果可借助第三方工具完成, 没必要完全手算

本页不用作答



§. 基础知识题 – 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

例: float型数的机内表示

格式要求: 多字节时, 每8bit中间加一个空格或- (例: "11010100 00110001" 或 "11010100-00110001")

例2: 1.2

下面是float机内存储手工转十进制的方法:

(1) 得到的32bit的机内表示是: 0011 1111 1001 1001 1001 1001 1010 (3f 99 99 9a)

(2) 其中: 尾数的符号位是 0

指数是 0111 1111 (填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是 127 (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是 0 (32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

0111 1111

- 0111 1111

= 0000 0000 (0x0 = 0)

尾数是 001 1001 1001 1001 1001 1010 (填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是 0.2000000476837158203125 (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是 1.2000000476837158203125 (加整数部分的1后)

001 1001 1001 1001 1001 1010 = $2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-7} + 2^{-8} + 2^{-11} + 2^{-12} + 2^{-15} + 2^{-16} + 2^{-19} + 2^{-20} + 2^{-22}$

= 0.125 + ... + 0.0000002384185791015625 (详见右侧蓝色) = 0.2000000476837158203125

=> 加1 = 1.2000000476837158203125 (此处已体现出误差)

下面是十进制手工转float机内存储的方法:

1 = 1 (整数部分转二进制为1位)

0.2 = 0011 0011 0011 0011 0011 0011 (小数部分无限循环, 转为二进制的24位)

=> 0011 0011 0011 0011 0011 010 (四舍五入为23位, 此处体现出误差)

1.2 = 1.0011 0011 0011 0011 0011 010 = 1.0011 0011 0011 0011 0011 010 x 2^0 (确保整数部分为1, 移0位)

符号位: 0

阶码: 0 + 127 = 127 = 0111 1111

尾数(舍1): 0011 0011 0011 0011 0011 010 (共23位)

001 1001 1001 1001 1001 1010 (从低位开始四位一组, 共23位)

注意:

- 1、作业中绿底/黄底文字/截图可不填
- 2、计算结果可借助第三方工具完成, 没必要完全手算

0.125 +
0.0625 +
0.0078125 +
0.00390625 +
0.00048828125 +
0.000244140625 +
0.000030517578125 +
0.0000152587890625 +
0.0000019073486328125 +
0.00000095367431640625 +
0.0000002384185791015625

0.2000000476837158203125

本页不用作答



§. 基础知识题 – 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

1、float型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或- (例：“1101 0100 0011 0001” 或 “1101-0100-0011-0001”)
2351495 51495.59415

A. 34567.76543 (此处设学号是1234567，需换成本人学号后5位，小数为学号后五位逆序，非本人学号0分，下同!)

注：尾数为正、指数为正

(1) 得到的32bit的机内表示是：0100 0111 0100 1001 0010 0111 1001 1000 (47 49 27 98)

(2) 其中：尾数的符号位是____0____

指数是____100 0111 0____ (填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是____142____ (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是____15____ (32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是____100 1001 0010 0111 1001 1000____ (填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是____0.57152080535888671875____ (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是____1.57152080535888671875____ (加整数部分的1)

注1：转换为十进制小数用附加的工具去做，精度足够；

自己去网上找工具也行，但找到工具要满足精度要求 (下同!!!)

注2：数据超过了float的精度范围，但P.4方式打印后不影响理解 (下同!!!)



§. 基础知识题 – 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

1、float型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或- (例：“1101 0100 0011 0001” 或 “1101-0100-0011-0001”)
-59415.51495

B. -76543.34567 (设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序)

注：尾数为负、指数为正

(1) 得到的32bit的机内表示：

(2) 其中：尾数的符号位是_1100 0111 0110 1000 0001 0111 1000 0100_ (c7 68 17 84)

指数是_____100 0111 0_____ (填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是_____142_____ (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是_____15_____ (32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是_____110 1000 0001 0111 1000 0100_____ (填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是_____0.813217639923095703125_____ (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是_____1.813217639923095703125_____ (加整数部分的1)



§ . 基础知识题 – 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

1、float型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或- (例：“1101 0100 0011 0001” 或 “1101-0100-0011-0001”)
0.0051495

C. 0.0034567 (设学号为1234567，按规则更换为学号)

注：尾数为正、指数为负

(1) 得到的32bit的机内表示是：_ 0011 1011 1010 1000 1011 1101 0010 0011 (3b a8 bd 23)

(2) 其中：尾数的符号位是_____0_____

指数是_____011 1011 1_____ (填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是_____119_____ (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是_____ -8 _____ (32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是_____ 010 1000 1011 1101 0010 0011 _____ (填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是_____ 0.31827199459075927734375 _____ (32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是_____ 1.31827199459075927734375 _____ (加整数部分的1)



§. 基础知识题 – 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

1、float型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或- (例：“1101 0100 0011 0001” 或 “1101-0100-0011-0001”) -0.0051495

D. -0.0076543 (设学号为1234567，按规则更换为学号逆序)

注：尾数为负、指数为负

(1) 得到的32bit的机内表示是：_ 1011 1011 1010 1000 1011 1101 0010 0011 (bb a8 bd 23)

(2) 其中：尾数的符号位是____1____

指数是____011 1011 1____(填32bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是____119____(32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是____-8____(32bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是____010 1000 1011 1101 0010 0011____(填32bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是____0.31827199459075927734375____(32bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是____1.31827199459075927734375____(加整数部分的1)



§. 基础知识题 – 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

2、double型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或- (例：“1101 0100 0011 0001” 或 “1101-0100-0011-0001”)
51495.59415

A. 34567.76543 (设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序)

注：尾数为正、指数为正

(1) 得到的64bit的机内表示是： 0100 0000 1110 1001 0010 0100 1111 0011 0000 0011 0100 0110 1101
1100 0101 1101 (40 e9 24 f3 3 46 dc 5d)

(2) 其中：尾数的符号位是____0____

指数是____ 100 0000 1110 ____ (填64bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是____1038____ (64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是____15____ (64bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是____ 1001 0010 0100 1111 0011 0000 0011 0100 0110 1101 1100 0101 1101 ____ (填64bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是
____0.5715208175659178824190576051478274166584014892578125____ (64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是
____1.5715208175659178824190576051478274166584014892578125____ (加整数部分的1)



§. 基础知识题 – 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

2、double型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或- (例：“1101 0100 0011 0001” 或 “1101-0100-0011-0001”)
-59415.51495

B. -76543.34567 (设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序)

注：尾数为负、指数为正

(1) 得到的64bit的机内表示是： 1100 0000 1110 1101 0000 0010 1111 0000 0111 1010 0111 1000 0110
1100 0010 0010 (c0 ed 2 f0 7a 78 6c 22)

(2) 其中：尾数的符号位是_____1_____

指数是_____ 100 0000 1110 _____ (填64bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是_____1038_____ (64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是_____15_____ (64bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是_____ 1101 0000 0010 1111 0000 0111 1010 0111 1000 0110 1100 0010 0010

_____ (填64bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是__ 0.813217619323730378511072558467276394367218017578125

_____ (64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是__ 1.813217619323730378511072558467276394367218017578125

_____ (加整数部分的1)



§. 基础知识题 – 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

2、double型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或- (例：“1101 0100 0011 0001” 或 “1101-0100-0011-0001”)
0.0051495

C. 0.0034567 (设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序)

注：尾数为正、指数为负

(1) 得到的64bit的机内表示是： 0011 1111 0111 0101 0001 0111 1010 0100 0110 0001 0111 0011 1011 1000 0101 1111 (3f 75 17 a4 61 73 b8 5f)

(2) 其中：尾数的符号位是____0____

指数是____ 011 1111 0111 ____ (填64bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是____1015____ (64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是____-8____ (64bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是____ 0101 0001 0111 1010 0100 0110 0001 0111 0011 1011 1000 0101 1111

____ (填64bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是__ 0.3182720000000001103757085729739628732204437255859375

____ (64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是__1.3182720000000001103757085729739628732204437255859375

____ (加整数部分的1)



§. 基础知识题 – 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解

2、double型数的机内表示

格式要求：多字节时，每4bit中间加一个空格或- (例：“1101 0100 0011 0001” 或 “1101-0100-0011-0001”) -0.0059415

D. -0.0076543 (设学号为1234567，按规则更换为学号和学号逆序)

注：尾数为负、指数为负

(1) 得到的64bit的机内表示是：1011 1111 0111 1000 0101 0110 0001 1101 0100 0011 0000 0110 1110 0101 1100 1101 (bf 78 56 1d 43 6 e5 cd)

(2) 其中：尾数的符号位是_____1_____

指数是_____ 011 1111 0111 _____ (填64bit中的原始形式)

指数转换为十进制形式是_____1015_____ (64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

指数表示的十进制形式是_____ -8 _____ (64bit中的原始形式按IEEE754的规则转换)

尾数是_____ 1000 0101 0110 0001 1101 0100 0011 0000 0110 1110 0101 1100 1101

_____ (填64bit中的原始形式)

尾数转换为十进制小数形式是_____ 0.5210239999999999316315779651631601154804229736328125

_____ (64bit中的原始形式按二进制原码形式转换)

尾数表示的十进制小数形式是_____ 1.5210239999999999316315779651631601154804229736328125

_____ (加整数部分的1)



§ . 基础知识题 – 浮点数机内存储格式(IEEE 754) 理解

3、总结

- (1) float型数据的32bit是如何分段来表示一个单精度的浮点数的？给出bit位的分段解释
尾数的正负如何表示？尾数如何表示？指数的正负如何表示？指数如何表示？
- (2) 为什么float型数据只有7位十进制有效数字？为什么最大只能是 3.4×10^{38} ？
有些资料上说有效位数是6~7位，能找出6位/7位不同的例子吗？
- (3) double型数据的64bit是如何分段来表示一个双精度的浮点数的？给出bit位的分段解释
尾数的正负如何表示？尾数如何表示？指数的正负如何表示？指数如何表示？
- (4) 为什么double型数据只有15位十进制有效数字？为什么最大只能是 1.7×10^{308} ？
有些资料上说有效位数是15~16位，能找出15位/16位不同的例子吗？
- (5) 8/11bit的指数的表示形式是2进制补码吗？如果不是，一般称为什么方式表示？

本页不用作答，自己能知道
正确答案即可
(属于考试知识点)

§. 基础知识题 – 浮点数机内存储格式(IEEE 754)理解



4、思考

double赋值给float时，下面两个程序，double型常量不加F的情况下，左侧有warning，右侧无warning，为什么？
总结一下规律

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    float f = 1.2;
    unsigned char* p = (unsigned char*)&f;
    cout << hex << (int)(*p) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+1) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+2) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+3) << endl;
    return 0;
}
```

warning C4305: “初始化”: 从“double”到“float”截断

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    float f = 100.25;
    unsigned char* p = (unsigned char*)&f;
    cout << hex << (int)(*p) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+1) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+2) << endl;
    cout << hex << (int)*(p+3) << endl;
    return 0;
}
```

- 1. 2无法用二进制浮点数精确表示，转换为float时会丢失精度；
- 100. 25可以用二进制浮点数精确表示，转换为float时不会丢失精度；

