

资产清算交易策略

摘要

本文解决了一个股市中资产清算的实际问题，根据题目所给数据，应某机构投资者要求，提供了在 2017 年 9 月 25 日后抛售该投资者手中中国银行(SH601988)和工商银行(SH601398)两种股票各 10,000,000 股的交易策略。

首先，我们通过分析题目已给数据，利用回归分析和拟合方法构建了价格变化模型，以预测两只股票的增长方式；利用 logistic 离散时间风险模型构建了时间风险函数，描述了两只股票的时间风险与时间的关系；构建了一个价格冲击模型，公式化地描述了价格冲击现象。

然后，我们综合考虑价格变化模型、时间风险模型和价格冲击模型，创建优化算法，建立优化模型，分别给出了清算两只股票的交易策略，并计算清算成本。

最后，我们考虑两只股票之间的价格联动效应，利用价格联动模型重新拟合价格变化函数，优化了价格变化模型，再利用优化模型给出新清算资产的交易策略，计算新的清算成本，与原来做比较，发现新的清算成本低于原清算成本，为该机构提供了最优的交易策略。

关键词：资产清算交易策略、时间风险、价格冲击、联动效应

目录

摘要	1
1 问题重述	3
2 问题分析	3
2.1 问题一分析	3
2.2 问题二分析	4
2.3 问题三分析	4
3 模型假设	4
4 参变量说明	5
5 模型建立及求解	6
5.1 数据预处理	6
5.2 问题一	6
5.2.1 价格变化模型	6
5.2.2 时间风险模型	7
5.2.3 价格冲击模型	9
5.3 问题二——优化模型	9
5.4 问题三——价格联动模型	13
6 模型检验——灵敏度分析	16
6.1 累计清算成本 Li 关于股票上市第一日公司发生财政困境的概率 $f1$ 的灵敏度	16
6.2 累计清算成本 Li 关于股票上市 20 年公司发生财政困境的概率 $f20$ 的灵敏度	16
6.3 模型稳定度	16
参考文献	17

1 问题重述

在 2017 年 9 月 25 日之前，某机构投资者在中国上证 A 股市场上持有中国银行（SH601988）和工商银行（SH601398）这两种股票各 10,000,000 股。该机构通过市场分析，认为这两种资产的市价目前处于高位，决定立即清算该资产组合以获取最大现金收益。

现需要我们根据给出的两只股票在 2017 年 1 月 3 日至 2017 年 9 月 25 日的交易数据，以 9 月 25 日两只股票的收盘价作为目标价格（如果能以该收盘价格卖出整个资产组合，可认为清算成本为零），为机构投资者设计可行的执行策略，以降低交易成本（仅仅考虑由于价格变化所产生的成本，不考虑市场固定交易费用，如佣金、印花税）。我们要解决如下三个问题：

问题一：考虑资产价格变动以及时间风险，描述价格变化过程；通过给定的交易数据分析交易本身对价格的影响，描述价格冲击现象；

问题二：请你结合问题一的结果，给出这两个资产分别执行时的最优交易策略；

问题三：考虑到两只股票的价格具有一定的联动效应，如果同时清算两个资产，给出资产组合的最优交易策略，并分析该策略可能节约的交易成本。

2 问题分析

本题要求我们以 9 月 25 日两只股票的收盘价为目标价格，为该投资机构制定一个抛售这两种股票的策略，在仅考虑由价格变化所产生的成本的前提下，使得交易成本最低。与此同时考虑价格冲击、时间风险以及联动效应，在不同条件下制定不同的最优交易策略。

2.1 问题一分析

第一部分要描述价格变化过程。我们首先利用回归分析和拟合模型^[1]对题目中给定数据进行处理，给出了价格随时间的变化函数及曲线，确定价格变动趋势；然后根据 logistic 离散时间风险模型^[2]，再结合本问题实际情况和 Queen, M.& Roll, R.理论^[3]，给出时间风险函数（ t 时刻后公司发生财政困境的概率），确定时间风

险；最后综合考虑价格变动和时间风险，对价格变化过程进行描述。

第二部分要描述价格冲击现象。我们在仅考虑供求关系条件下，通过分析数据，给出了由于机构投资者持有的资产巨大，交易行为本身会引起交易资产供求关系发生变化，从而产生价格冲击，导致交易成本增加这种现象的描述。

2.2 问题二分析

该题是要我们分别给出两个资产的最有交易策略。利用问题一的结果，综合考虑价格变化函数、风险函数和价格冲击，构建了一个优化模型；再将两只股票的具体数据带入模型求解，分别给出其最佳交易策略，包括何时抛售股票，抛售股票数量，以及最低交易成本。

2.3 问题三分析

该题要考虑两只股票的联动效益，然后给出最优交易策略。我们分析问题一的结果，构建了一个联动效应模型^[4]，给出新的价格变化函数；再利用问题二中建立的优化模型重新给出最佳交易策略，使得交易成本进一步降低。

3 模型假设

- 1) 股票上市第一日公司就发生财政困境的风险概率为 0.001；股票上市 20 年公司发生财政困境的风险概率为 0.15。

根据 Queen, M.& Roll, R.理论，以及中国银行和工商银行的公司规模，该假设相对合理。

- 2) 时间风险只与股票上市时间有关，与公司状况、市场情况等其余因素无关。

根据 logistic 离散时间风险模型，时间风险函数与股票上市时间、相对市值规模、股票换手率、年度累计超额收益率等一系列因素有关，而题目所给数据只有时间因素，且其余数据难以获得，因此只考虑上市时间这一变量。

- 3) 该机构抛售股票时不考虑非该机构卖出股票的影响，即机构卖出的股票占市场主导。

由于该机构持有分别持有这两种股票 10,000,000 股，其每单交易量远大于其他散单交易量之和，故可认为该机构抛售股票时没有其他散单交易。

4) 五档买方报价对应挂单股票量总计约 10 万股；每档挂单股数均分，即每档 2 万股；一至五档逐档递减 0.01 元；一档报价等于市场成交价。

根据题目已给数据分析，每小时五档买方报价对应挂单股票数总计平均值为 10 万股，且每档挂单股数接近 1: 1: 1: 1: 1。与此同时，实际情况表明买方报价一至五档逐档递减 0.01 元，且一档报价为市场成交价。

5) 每天每种股票最多卖 10 万股，且每次交易以 2 万股为单位。

根据假设 4)，同时减少价格冲击，每天每种股票最多卖 10 万股；为了简化模型，我们考虑每笔交易的股票数量为 2 万。

6) 如果能以 9 月 25 日收盘价格卖出整个资产组合，可认为清算成本为零；清算成本仅仅考虑由于价格变化所产生的成本，不考虑市场固定交易费用，如佣金、印花税

题目已给出的假设。

4 参变量说明

表格 1 参量

符号	含义	数值	单位
f_1	股票上市第一日公司发生财政困境的概率	0.001	无
f_{20}	股票上市 20 年公司发生财政困境的概率	0.15	无
p_i	i 股票在 2017 年 9 月 25 日的收盘价	4.23&6.11	元

表格 2 变量

符号	含义	单位
t	从 2017 年 1 月 3 日起累计有效交易小时， $t = 1, 2, \dots$	小时
i	股票名称， $i \in \{\text{SH601988}, \text{SH601398}\}$	无

$P_i(t)$	i 股票的价格随时间变化函数	元
$h_i(t)$	i 股票的时间风险函数	无
$S_i(t)$	i 股票在 t 时刻抛售量	股
$\Delta P_i(t)$	i 股票在 t 时刻抛售 $S_i(t)$ 股受引起的价格下降量	元
$\Delta T_i(t)$	i 股票价格下降 $\Delta P_i(t)$ 后, 回升到 p_i 的时间	小时
$H_i(t)$	i 股票在 t 时刻的时间风险损失额	元
j	买方报价档数, $j \in \{1,2,3,4,5\}$	无
$L_{i,j}(t)$	i 股票在 t 时刻以 j 档买方报价售出股票的亏损额	元
$L_i(t)$	i 股票 t 时刻抛售 $S_i(t)$ 股的清算成本	元
L_i	i 股票累计清算成本	元
$\widehat{P_{SH601988}}(t)$	考虑联动效应时 SH601988 的价格随时间变化函数	元
$\widehat{L_{SH601988}}$	考虑联动效应时 SH601988 的累计清算成本	元

5 模型建立及求解

5.1 数据预处理

由于题目所给的时间点过多, 时间间隔也过细且不均匀, 我们用从 2017 年 1 月 3 日起累计交易小时 t 作为自变量, 其中 $t = 1, 2, \dots$ 。同时我们定义 t 时刻股票交易价格 P_t 为

$$P_t = \frac{1}{|K \cap [t, t+1]|} \sum_{k \in K \cap [t, t+1]} P_k$$

其中 k 为时刻, K 为时刻指标集。

5.2 问题一

5.2.1 价格变化模型

首先分别绘制两种股票的 $P_t - t$ 散点图; 然后根据回归分析和拟合模型, 利用公式

$$P_i(t) = ae^{bt} + c$$

进行指数拟合, 其中 a, b, c 为待定参数; 最后给出两只股票的价格随时间变化函数分别为

$$P_{SH601988}(t) = 3.433e^{0.0001944t} + 0.1895$$

$$R^2 = 0.6772$$

$$P_{SH601398}(t) = 4.344e^{0.000353t} + 0.27$$

$$R^2 = 0.9333$$

对应图像分别为图 1 和图 2。



图 1

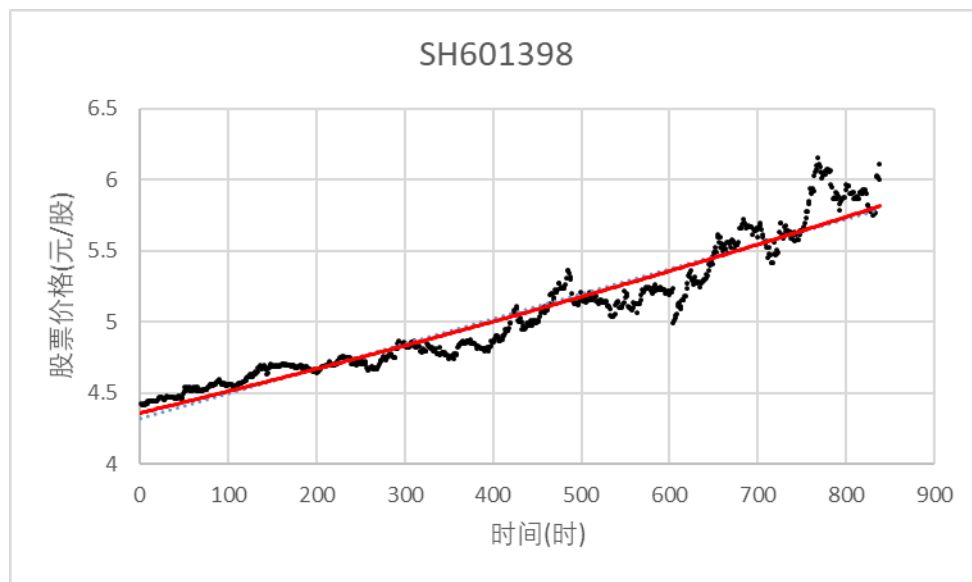


图 2

5.2.2时间风险模型

令时间风险函数为 $h(\tilde{t})$ ，它表示公司在 \tilde{t} 时刻仍然保持正常状态，而在 \tilde{t} 时

刻以后发生财政困境的风险概率。那么 logistic 离散时间风险模型可表示为：

$$\ln \frac{h(\tilde{t})}{1 - h(\tilde{t})} = c(\tilde{t}) + \beta X$$

其中, \tilde{t} 表示股票上市时间; X 为协变量向量; β 为协变量系数向量; $c(\tilde{t}) = \alpha + \theta \ln \tilde{t}$ (α, β 为待定系数) 为基准风险函数, 即协变量 X 都取 0 时 \tilde{t} 时刻的风险函数。

根据假设 4), 风险函数只与上市时间有关, 即 $X = 0$, 因此有

$$h_i(\tilde{t}_i) = 1 - \frac{1}{1 + e^{c(\tilde{t}_i)}} = 1 - \frac{1}{1 + e^{\alpha + \theta \tilde{t}_i}}$$

其中, α, θ 为待定系数。由于平年的股票交易日大约为 251 天, 故 20 年间股票交易日约为 $251 \times 20 + 4 = 5024$ 天; 同时每个交易日有效时间 5 小时。那么根据假设 1) 得到方程组

$$\begin{cases} h_i(1) = 1 - \frac{1}{1 + e^{\alpha}} = f_1 = 0.001 \\ h_i(5024 \times 5) = 1 - \frac{1}{1 + e^{\alpha + \theta (5024 \times 5)}} = f_{20} = 0.15 \end{cases}$$

解得 $\alpha = \ln \frac{1}{999}$, $\theta = \log_{25120} \frac{2997}{17}$ 。

根据实际信息, SH601988 上市时间^[5]与 SH601398 上市时间^[6]分别为 2006 年 6 月 1 日和 2006 年 10 月 27 日, 截止 2017 年 1 月 3 日分别经历了约 2700 和 2560 个交易日, 每个交易日有效时间 5 小时。由此我们给出两只股票的风险函数分别为:

$$h_{SH601988}(t) = 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{999} \times (13500 + t)^{\log_{25120} \frac{2997}{17}}}$$

$$h_{SH601398}(t) = 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{999} \times (12800 + t)^{\log_{25120} \frac{2997}{17}}}$$

它们分别表示 SH601988 和 SH601398 在 t 时刻股价变为 0 的概率, 即为两只股票的时间风险。

再结合 5.2.1 的结果, SH601988 的股价随时间 t 依照函数 $P_{SH601988}(t)$ 增长,

同时其时间风险依照函数 $h_{SH601988}(t)$ 增长；SH601398 的股价随时间 t 依照函数 $P_{SH601398}(t)$ 增长，同时其时间风险依照函数 $h_{SH601398}(t)$ 增长。

5.2.3 价格冲击^[7]模型

市场中有五档买方报价，每档的挂单股票数固定。如果想要超出第一档的需求量进行股票售卖，就必须以第二档价位售卖，即低于市场价售卖，因而交易价格出现下跌。因此交易量会对市场价格产生影响，形成价格冲击现象。

设抛售的股票数为 S ，受价格冲击引起的价格下降量为 ΔP 。根据假设 4) 可得价格冲击函数为

$$\Delta P = 0.01 \times \left[\frac{S}{20000} \right]$$

其中 $[\cdot]$ 为向下取整函数。

5.3 问题二——优化模型

设两只股票的目标价格（2017 年 9 月 25 日收盘价格）为 p_i ， t 时刻抛售量为 $S_i(t)$ 。根据假设 5) 可知 $S_i(t) \in \{0, 20000, 40000, 60000, 80000, 100000\}$ 。那此时受价格冲击引起的价格下降公式可简化为

$$\Delta P_i(t) = 0.01 \times \frac{S_i(t)}{20000}$$

由此我们可以给出价格下降 $\Delta P_i(t)$ 后，回升到 p_i 的时间为

$$\Delta T_i(t) = 840 - P_i^{-1}(p_i - \Delta P_i(t))$$

根据 5.2 的结论，我们定义两只股票在 t 时刻的时间风险损失额为

$$H_i(t) = (10000000 - S_i(t-1)) \cdot P_i(t) \cdot [h_i(t) - h_i(t + \Delta T_i(t))]$$

定义两只股票在 t 时刻以一至五档买方报价售出股票的亏损额为

$$L_{i,j}(t) = 20000 \times 0.01(j-1) = 200(j-1)$$

其中 $j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，表示买方报价档数。由此得出两只股票 t 时刻抛售 $S_i(t)$ 股的

清算成本为

$$L_i(t) = \sum_{j=1}^{\frac{S_i(t)}{20000}} L_{i,j}(t)$$

截止到 10,000,000 股全部卖出，两只股票的累计清算成本为

$$L_i = \sum_{\substack{t \\ H_i(t) > 0}} L_i(t)$$

下面，我们给出两只股票给出 t 时刻抛售量 $S_i(t)$ 的具体函数表达式为

$$S_i(t) = \begin{cases} 0 & P_i(t) < p_i \\ 20000 & P_i(t) \geq p_i, L_{i,2}(t) \geq H_i(t) \\ 40000 & P_i(t) \geq p_i, L_{i,2}(t) < H_i(t), L_{i,3}(t) \geq H_i(t) \\ 60000 & P_i(t) \geq p_i, L_{i,3}(t) < H_i(t), L_{i,4}(t) \geq H_i(t) \\ 80000 & P_i(t) \geq p_i, L_{i,4}(t) < H_i(t), L_{i,5}(t) \geq H_i(t) \\ 100000 & P_i(t) \geq p_i, L_{i,5}(t) < H_i(t) \end{cases}$$

那么，在抛售 $S_i(t)$ 股之后，价格函数变化为 $P_i(t) = P_i(t - P_i^{-1}(p_i - \Delta P_i(t)))$ 。再令 $t = t + 1$ ，重复上述过程，可以分别得到两只股票的最优交易策略（详见表格 3 和表格 4）以及累计清算成本 $L_{SH601988} = 128580$ 元， $L_{SH601398} = 127295$ 元。

表格 3 SH601988 销售策略

出售时间（9月25日后）	股数	出售时间（9月25日后）	股数	出售时间（9月25日后）	股数
第0周的星期2的第9到10小时	20000	第33周的星期3的第10到11小时	20000	第72周的星期3的第9到10小时	60000
第0周的星期4的第10到11小时	20000	第33周的星期5的第11到12小时	20000	第73周的星期3的第11到12小时	80000
第1周的星期2的第14到15小时	20000	第34周的星期2的第13到14小时	20000	第74周的星期5的第11到12小时	60000
第1周的星期4的第11到12小时	20000	第34周的星期5的第14到15小时	20000	第76周的星期1的第14到15小时	60000
第2周的星期2的第14到15小时	20000	第35周的星期2的第14到15小时	20000	第77周的星期1的第9到10小时	80000
第2周的星期4的第11到12小时	20000	第35周的星期4的第9到10小时	20000	第78周的星期3的第9到10小时	80000
第3周的星期2的第14到15小时	20000	第36周的星期1的第10到11小时	20000	第79周的星期5的第9到10小时	80000
第3周的星期4的第11到12小时	20000	第36周的星期3的第11到12小时	20000	第81周的星期2的第14到15小时	80000
第4周的星期2的第14到15小时	20000	第36周的星期5的第11到12小时	20000	第82周的星期4的第14到15小时	80000
第4周的星期4的第11到12小时	20000	第37周的星期2的第13到14小时	20000	第83周的星期5的第13到14小时	80000
第5周的星期2的第14到15小时	20000	第37周的星期5的第14到15小时	20000	第85周的星期2的第10到11小时	80000
第5周的星期4的第11到12小时	20000	第38周的星期2的第14到15小时	20000	第86周的星期4的第9到10小时	80000
第6周的星期2的第14到15小时	20000	第38周的星期4的第9到10小时	20000	第87周的星期5的第13到14小时	80000
第6周的星期4的第11到12小时	20000	第39周的星期1的第9到10小时	20000	第89周的星期2的第10到11小时	80000
第7周的星期2的第14到15小时	20000	第39周的星期3的第10到11小时	20000	第90周的星期4的第14到15小时	100000
第7周的星期4的第10到11小时	20000	第39周的星期5的第10到11小时	20000	第92周的星期2的第9到10小时	100000
第8周的星期1的第13到14小时	20000	第40周的星期2的第11到12小时	20000	第93周的星期5的第10到11小时	100000
第8周的星期4的第10到11小时	20000	第40周的星期4的第11到12小时	20000	第95周的星期3的第10到11小时	100000

11

第 29 周的星期 3 的第 13 到 14 小时间	20000	第 62 周的星期 5 的第 11 到 12 小时间	40000	第 157 周的星期 2 的第 10 到 11 小时间	100000
第 30 周的星期 1 的第 14 到 15 小时间	20000	第 63 周的星期 4 的第 9 到 10 小时间	60000	第 158 周的星期 3 的第 10 到 11 小时间	100000
第 30 周的星期 3 的第 9 到 10 小时间	20000	第 64 周的星期 4 的第 13 到 14 小时间	60000	第 159 周的星期 4 的第 9 到 10 小时间	100000
第 30 周的星期 5 的第 10 到 11 小时间	20000	第 65 周的星期 5 的第 10 到 11 小时间	60000	第 160 周的星期 5 的第 9 到 10 小时间	100000
第 31 周的星期 2 的第 11 到 12 小时间	20000	第 67 周的星期 1 的第 14 到 15 小时间	60000	第 162 周的星期 1 的第 14 到 15 小时间	100000
第 31 周的星期 4 的第 13 到 14 小时间	20000	第 68 周的星期 1 的第 10 到 11 小时间	60000	第 163 周的星期 1 的第 13 到 14 小时间	100000
第 32 周的星期 2 的第 14 到 15 小时间	20000	第 69 周的星期 2 的第 14 到 15 小时间	60000	第 164 周的星期 2 的第 10 到 11 小时间	100000
第 32 周的星期 4 的第 9 到 10 小时间	20000	第 70 周的星期 2 的第 10 到 11 小时间	60000	第 165 周的星期 3 的第 9 到 10 小时间	40000
第 33 周的星期 1 的第 10 到 11 小时间	20000	第 71 周的星期 2 的第 13 到 14 小时间	60000		

表格 4 SH601398 销售策略

出售时间（9月25日后）	股数	出售时间（9月25日后）	股数	出售时间（9月25日后）	股数
第 0 周的星期 2 的第 9 到 10 小时间	20000	第 11 周的星期 5 的第 13 到 14 小时间	20000	第 33 周的星期 3 的第 13 到 14 小时间	80000
第 0 周的星期 3 的第 14 到 15 小时间	20000	第 12 周的星期 1 的第 13 到 14 小时间	20000	第 34 周的星期 1 的第 13 到 14 小时间	80000
第 0 周的星期 4 的第 14 到 15 小时间	20000	第 12 周的星期 2 的第 11 到 12 小时间	20000	第 34 周的星期 4 的第 11 到 12 小时间	80000
第 0 周的星期 4 的第 13 到 14 小时间	20000	第 12 周的星期 3 的第 11 到 12 小时间	20000	第 35 周的星期 2 的第 10 到 11 小时间	80000
第 0 周的星期 5 的第 13 到 14 小时间	20000	第 12 周的星期 4 的第 10 到 11 小时间	20000	第 35 周的星期 5 的第 9 到 10 小时间	80000
第 1 周的星期 1 的第 13 到 14 小时间	20000	第 12 周的星期 5 的第 9 到 10 小时间	20000	第 36 周的星期 3 的第 9 到 10 小时间	100000
第 1 周的星期 2 的第 13 到 14 小时间	20000	第 13 周的星期 1 的第 9 到 10 小时间	20000	第 37 周的星期 1 的第 11 到 12 小时间	80000
第 1 周的星期 3 的第 13 到 14 小时间	20000	第 13 周的星期 2 的第 14 到 15 小时间	20000	第 37 周的星期 4 的第 10 到 11 小时间	80000
第 1 周的星期 4 的第 11 到 12 小时间	20000	第 13 周的星期 2 的第 13 到 14 小时间	20000	第 38 周的星期 2 的第 9 到 10 小时间	100000
第 1 周的星期 5 的第 11 到 12 小时间	20000	第 13 周的星期 3 的第 13 到 14 小时间	20000	第 38 周的星期 5 的第 11 到 12 小时间	100000
第 2 周的星期 1 的第 11 到 12 小时间	20000	第 13 周的星期 4 的第 11 到 12 小时间	20000	第 39 周的星期 4 的第 14 到 15 小时间	100000
第 2 周的星期 2 的第 11 到 12 小时间	20000	第 13 周的星期 5 的第 10 到 11 小时间	20000	第 40 周的星期 2 的第 10 到 11 小时间	100000
第 2 周的星期 3 的第 10 到 11 小时间	20000	第 14 周的星期 1 的第 9 到 10 小时间	20000	第 40 周的星期 5 的第 13 到 14 小时间	100000
第 2 周的星期 4 的第 10 到 11 小时间	20000	第 14 周的星期 2 的第 9 到 10 小时间	40000	第 41 周的星期 4 的第 9 到 10 小时间	100000
第 2 周的星期 5 的第 10 到 11 小时间	20000	第 14 周的星期 3 的第 13 到 14 小时间	20000	第 42 周的星期 2 的第 11 到 12 小时间	80000
第 3 周的星期 1 的第 10 到 11 小时间	20000	第 14 周的星期 4 的第 13 到 14 小时间	40000	第 42 周的星期 5 的第 9 到 10 小时间	100000
第 3 周的星期 2 的第 9 到 10 小时间	20000	第 15 周的星期 1 的第 10 到 11 小时间	20000	第 43 周的星期 3 的第 11 到 12 小时间	80000
第 3 周的星期 3 的第 9 到 10 小时间	20000	第 15 周的星期 2 的第 9 到 10 小时间	40000	第 44 周的星期 1 的第 9 到 10 小时间	80000
第 3 周的星期 4 的第 9 到 10 小时间	20000	第 15 周的星期 4 的第 14 到 15 小时间	40000	第 44 周的星期 3 的第 13 到 14 小时间	80000
第 3 周的星期 5 的第 9 到 10 小时间	20000	第 15 周的星期 5 的第 11 到 12 小时间	20000	第 45 周的星期 1 的第 10 到 11 小时间	100000
第 4 周的星期 1 的第 14 到 15 小时间	20000	第 16 周的星期 1 的第 10 到 11 小时间	40000	第 45 周的星期 4 的第 13 到 14 小时间	100000
第 4 周的星期 2 的第 14 到 15 小时间	20000	第 16 周的星期 3 的第 9 到 10 小时间	40000	第 46 周的星期 3 的第 14 到 15 小时间	100000
第 4 周的星期 3 的第 14 到 15 小时间	20000	第 16 周的星期 4 的第 13 到 14 小时间	20000	第 47 周的星期 1 的第 9 到 10 小时间	100000
第 4 周的星期 3 的第 13 到 14 小时间	20000	第 16 周的星期 5 的第 11 到 12 小时间	40000	第 47 周的星期 4 的第 10 到 11 小时间	100000
第 4 周的星期 4 的第 13 到 14 小时间	20000	第 17 周的星期 2 的第 10 到 11 小时间	40000	第 48 周的星期 2 的第 11 到 12 小时间	100000
第 4 周的星期 5 的第 13 到 14 小时间	20000	第 17 周的星期 4 的第 14 到 15 小时间	40000	第 48 周的星期 5 的第 13 到 14 小时间	100000
第 5 周的星期 1 的第 11 到 12 小时间	20000	第 17 周的星期 5 的第 11 到 12 小时间	40000	第 49 周的星期 3 的第 13 到 14 小时间	100000
第 5 周的星期 2 的第 11 到 12 小时间	20000	第 18 周的星期 2 的第 10 到 11 小时间	40000	第 50 周的星期 2 的第 14 到 15 小时间	100000
第 5 周的星期 3 的第 11 到 12 小时间	20000	第 18 周的星期 4 的第 14 到 15 小时间	40000	第 50 周的星期 5 的第 9 到 10 小时间	100000
第 5 周的星期 4 的第 10 到 11 小时间	20000	第 18 周的星期 5 的第 11 到 12 小时间	40000	第 51 周的星期 3 的第 9 到 10 小时间	100000
第 5 周的星期 5 的第 10 到 11 小时间	20000	第 19 周的星期 2 的第 9 到 10 小时间	40000	第 52 周的星期 1 的第 10 到 11 小时间	100000
第 6 周的星期 1 的第 9 到 10 小时间	20000	第 19 周的星期 4 的第 14 到 15 小时间	40000	第 52 周的星期 4 的第 10 到 11 小时间	100000

第 6 周的星期 2 的第 9 到 10 小时时间	20000	第 19 周的星期 5 的第 11 到 12 小时时间	40000	第 53 周的星期 2 的第 10 到 11 小时时间	100000
第 6 周的星期 3 的第 9 到 10 小时时间	20000	第 20 周的星期 2 的第 9 到 10 小时时间	40000	第 53 周的星期 5 的第 10 到 11 小时时间	100000
第 6 周的星期 4 的第 14 到 15 小时时间	20000	第 20 周的星期 3 的第 13 到 14 小时时间	40000	第 54 周的星期 3 的第 10 到 11 小时时间	100000
第 6 周的星期 5 的第 14 到 15 小时时间	20000	第 20 周的星期 5 的第 10 到 11 小时时间	40000	第 55 周的星期 1 的第 10 到 11 小时时间	100000
第 6 周的星期 5 的第 13 到 14 小时时间	20000	第 21 周的星期 2 的第 14 到 15 小时时间	40000	第 55 周的星期 4 的第 10 到 11 小时时间	100000
第 7 周的星期 1 的第 13 到 14 小时时间	20000	第 21 周的星期 3 的第 11 到 12 小时时间	40000	第 56 周的星期 2 的第 10 到 11 小时时间	100000
第 7 周的星期 2 的第 11 到 12 小时时间	20000	第 21 周的星期 5 的第 9 到 10 小时时间	40000	第 56 周的星期 5 的第 10 到 11 小时时间	100000
第 7 周的星期 3 的第 11 到 12 小时时间	20000	第 22 周的星期 1 的第 13 到 14 小时时间	40000	第 57 周的星期 3 的第 9 到 10 小时时间	100000
第 7 周的星期 4 的第 11 到 12 小时时间	20000	第 22 周的星期 3 的第 10 到 11 小时时间	40000	第 58 周的星期 1 的第 9 到 10 小时时间	100000
第 7 周的星期 5 的第 10 到 11 小时时间	20000	第 22 周的星期 5 的第 14 到 15 小时时间	40000	第 58 周的星期 4 的第 14 到 15 小时时间	100000
第 8 周的星期 1 的第 10 到 11 小时时间	20000	第 23 周的星期 1 的第 11 到 12 小时时间	40000	第 59 周的星期 2 的第 14 到 15 小时时间	100000
第 8 周的星期 2 的第 9 到 10 小时时间	20000	第 23 周的星期 3 的第 9 到 10 小时时间	60000	第 59 周的星期 4 的第 13 到 14 小时时间	100000
第 8 周的星期 3 的第 9 到 10 小时时间	20000	第 23 周的星期 5 的第 11 到 12 小时时间	60000	第 60 周的星期 2 的第 13 到 14 小时时间	100000
第 8 周的星期 4 的第 14 到 15 小时时间	20000	第 24 周的星期 3 的第 14 到 15 小时时间	60000	第 60 周的星期 5 的第 11 到 12 小时时间	100000
第 8 周的星期 5 的第 14 到 15 小时时间	20000	第 24 周的星期 5 的第 9 到 10 小时时间	60000	第 61 周的星期 3 的第 10 到 11 小时时间	100000
第 8 周的星期 5 的第 13 到 14 小时时间	20000	第 25 周的星期 2 的第 11 到 12 小时时间	60000	第 62 周的星期 1 的第 9 到 10 小时时间	100000
第 9 周的星期 1 的第 13 到 14 小时时间	20000	第 25 周的星期 5 的第 14 到 15 小时时间	60000	第 62 周的星期 4 的第 14 到 15 小时时间	100000
第 9 周的星期 2 的第 11 到 12 小时时间	20000	第 26 周的星期 2 的第 9 到 10 小时时间	60000	第 63 周的星期 1 的第 13 到 14 小时时间	100000
第 9 周的星期 3 的第 11 到 12 小时时间	20000	第 26 周的星期 4 的第 11 到 12 小时时间	60000	第 63 周的星期 4 的第 11 到 12 小时时间	100000
第 9 周的星期 4 的第 10 到 11 小时时间	20000	第 27 周的星期 1 的第 13 到 14 小时时间	60000	第 64 周的星期 2 的第 10 到 11 小时时间	100000
第 9 周的星期 5 的第 9 到 10 小时时间	20000	第 27 周的星期 4 的第 9 到 10 小时时间	60000	第 64 周的星期 5 的第 14 到 15 小时时间	100000
第 10 周的星期 1 的第 9 到 10 小时时间	20000	第 28 周的星期 1 的第 10 到 11 小时时间	80000	第 65 周的星期 2 的第 13 到 14 小时时间	100000
第 10 周的星期 2 的第 14 到 15 小时时间	20000	第 28 周的星期 4 的第 10 到 11 小时时间	80000	第 65 周的星期 5 的第 11 到 12 小时时间	100000
第 10 周的星期 3 的第 14 到 15 小时时间	20000	第 29 周的星期 2 的第 10 到 11 小时时间	80000	第 66 周的星期 3 的第 9 到 10 小时时间	100000
第 10 周的星期 3 的第 13 到 14 小时时间	20000	第 29 周的星期 5 的第 10 到 11 小时时间	80000	第 67 周的星期 1 的第 14 到 15 小时时间	100000
第 10 周的星期 4 的第 13 到 14 小时时间	20000	第 30 周的星期 3 的第 10 到 11 小时时间	60000	第 67 周的星期 3 的第 11 到 12 小时时间	100000
第 10 周的星期 5 的第 11 到 12 小时时间	20000	第 30 周的星期 5 的第 11 到 12 小时时间	60000	第 68 周的星期 1 的第 10 到 11 小时时间	100000
第 11 周的星期 1 的第 10 到 11 小时时间	20000	第 31 周的星期 2 的第 13 到 14 小时时间	60000	第 68 周的星期 4 的第 14 到 15 小时时间	100000
第 11 周的星期 2 的第 10 到 11 小时时间	20000	第 31 周的星期 5 的第 14 到 15 小时时间	60000	第 69 周的星期 1 的第 11 到 12 小时时间	100000
第 11 周的星期 3 的第 9 到 10 小时时间	20000	第 32 周的星期 2 的第 9 到 10 小时时间	60000	第 69 周的星期 4 的第 9 到 10 小时时间	100000
第 11 周的星期 4 的第 9 到 10 小时时间	20000	第 32 周的星期 4 的第 10 到 11 小时时间	60000	第 70 周的星期 1 的第 13 到 14 小时时间	20000
第 11 周的星期 5 的第 14 到 15 小时时间	20000	第 33 周的星期 1 的第 11 到 12 小时时间	60000		

5.4 问题三——价格联动模型

价格联动是指一方股票的价格增长会带动另一方价格的增长。因而只考虑一只股票时，其时间风险的大小受到回升至目标价格时间的影响，当考虑到另一只带来的联动效应，该股回升速度加快，时间减少，因而最优策略中可以更少地降价卖出，将卖出所有股票的时间延长，进而减少清算成本。

根据 5.2.1 的结果来看，SH601398 的价格随时间增长曲线拟合度很高，而 SH601988 的拟合度较低。为了增加 SH601988 曲线的拟合度，我们考虑 SH601398

对其价格增长有联动效应，重新拟合 SH601988 曲线以得到更好的拟合度；同时由于 SH601398 曲线拟合度很高，可以认为 SH601988 对其价格增长未产生联动效应，其价格增长曲线依然为 $P_{SH601398}(t) = 4.3606e^{0.0003t}$ ，销售策略同表格 4，累计销售成本 $L_{SH601398} = 127295$ 元。

我们利用公式

$$\widehat{P_{SH601988}}(t) = x \cdot P_{SH601988}(t) + y \cdot P_{SH601398}(t) + z$$

对 SH601988 价格关于时间的原始数据进行依据最小二乘法的混合回归分析，得到拟合出的曲线为

$$\begin{aligned} \widehat{P_{SH601988}}(t) = & 0.9193 \times (3.433e^{0.0001944t} + 0.1895) + 0.0509 \\ & \times (4.344e^{0.000353t} + 0.27) + 0.186 \end{aligned}$$

再将新得到的 SH601988 价格函数代替原来的带入 5.3 的优化模型中进行最优策略求解。得到 SH601988 新销售策略见表格 5，新的累计清算成本 $\widehat{L_{SH601988}} = 101873$ 元，相比于原来交易成本可节约 26707 元。

表格 5 SH601988 新销售策略

出售时间（9月25日后）	股数	出售时间（9月25日后）	股数	出售时间（9月25日后）	股数
第 0 周的星期 2 的第 9 到 10 小时	100000	第 29 周的星期 5 的第 9 到 10 小时	20000	第 65 周的星期 4 的第 10 到 11 小时	60000
第 0 周的星期 3 的第 9 到 10 小时	100000	第 30 周的星期 2 的第 9 到 10 小时	20000	第 66 周的星期 4 的第 10 到 11 小时	60000
第 0 周的星期 4 的第 9 到 10 小时	100000	第 30 周的星期 4 的第 9 到 10 小时	20000	第 67 周的星期 4 的第 10 到 11 小时	60000
第 0 周的星期 5 的第 9 到 10 小时	20000	第 31 周的星期 1 的第 9 到 10 小时	20000	第 68 周的星期 4 的第 10 到 11 小时	60000
第 0 周的星期 5 的第 10 到 11 小时	20000	第 31 周的星期 3 的第 10 到 11 小时	20000	第 69 周的星期 4 的第 10 到 11 小时	60000
第 0 周的星期 5 的第 11 到 12 小时	20000	第 31 周的星期 5 的第 10 到 11 小时	20000	第 70 周的星期 4 的第 10 到 11 小时	80000
第 1 周的星期 2 的第 13 到 14 小时	20000	第 32 周的星期 2 的第 10 到 11 小时	20000	第 72 周的星期 1 的第 14 到 15 小时	60000
第 1 周的星期 5 的第 9 到 10 小时	20000	第 32 周的星期 4 的第 10 到 11 小时	20000	第 72 周的星期 5 的第 13 到 14 小时	80000
第 2 周的星期 2 的第 11 到 12 小时	20000	第 33 周的星期 1 的第 10 到 11 小时	20000	第 74 周的星期 2 的第 10 到 11 小时	80000
第 2 周的星期 5 的第 14 到 15 小时	20000	第 33 周的星期 3 的第 10 到 11 小时	20000	第 75 周的星期 3 的第 13 到 14 小时	80000
第 3 周的星期 2 的第 10 到 11 小时	20000	第 33 周的星期 5 的第 11 到 12 小时	20000	第 76 周的星期 5 的第 9 到 10 小时	80000
第 3 周的星期 4 的第 13 到 14 小时	20000	第 34 周的星期 2 的第 11 到 12 小时	20000	第 78 周的星期 1 的第 11 到 12 小时	80000
第 4 周的星期 2 的第 9 到 10 小时	20000	第 34 周的星期 4 的第 11 到 12 小时	20000	第 79 周的星期 3 的第 14 到 15 小时	80000
第 4 周的星期 4 的第 10 到 11 小时	20000	第 35 周的星期 1 的第 11 到 12 小时	20000	第 80 周的星期 4 的第 9 到 10 小时	80000
第 5 周的星期 1 的第 13 到 14 小时	20000	第 35 周的星期 3 的第 11 到 12 小时	20000	第 81 周的星期 5 的第 10 到 11 小时	80000
第 5 周的星期 4 的第 9 到 10 小时	20000	第 35 周的星期 5 的第 11 到 12 小时	20000	第 83 周的星期 1 的第 11 到 12 小时	100000
第 6 周的星期 1 的第 11 到 12 小时	20000	第 36 周的星期 2 的第 11 到 12 小时	20000	第 84 周的星期 4 的第 9 到 10 小时	100000
第 6 周的星期 3 的第 13 到 14 小时	20000	第 36 周的星期 4 的第 11 到 12 小时	20000	第 86 周的星期 1 的第 13 到 14 小时	80000
第 7 周的星期 1 的第 9 到 10 小时	20000	第 37 周的星期 1 的第 11 到 12 小时	20000	第 87 周的星期 2 的第 13 到 14 小时	80000
第 7 周的星期 3 的第 11 到 12 小时	20000	第 37 周的星期 3 的第 10 到 11 小时	20000	第 88 周的星期 3 的第 13 到 14 小时	100000

第7周的星期5的第13到14小时	20000	第37周的星期5的第10到11小时	20000	第90周的星期一的第10到11小时	100000
第8周的星期3的第9到10小时	20000	第38周的星期2的第10到11小时	20000	第91周的星期3的第11到12小时	100000
第8周的星期5的第10到11小时	20000	第38周的星期4的第10到11小时	20000	第93周的星期1的第14到15小时	100000
第9周的星期2的第13到14小时	20000	第39周的星期1的第10到11小时	20000	第94周的星期3的第9到10小时	100000
第9周的星期5的第14到15小时	20000	第39周的星期3的第10到11小时	20000	第95周的星期5的第10到11小时	100000
第10周的星期2的第10到11小时	20000	第39周的星期5的第9到10小时	20000	第97周的星期2的第11到12小时	100000
第10周的星期4的第11到12小时	20000	第40周的星期2的第9到10小时	20000	第98周的星期4的第13到14小时	100000
第11周的星期2的第14到15小时	20000	第40周的星期4的第9到10小时	20000	第100周的星期1的第13到14小时	100000
第11周的星期4的第9到10小时	20000	第41周的星期1的第9到10小时	20000	第101周的星期3的第13到14小时	100000
第12周的星期1的第10到11小时	20000	第41周的星期3的第14到15小时	20000	第102周的星期5的第11到12小时	100000
第12周的星期3的第13到14小时	20000	第41周的星期5的第14到15小时	20000	第104周的星期2的第11到12小时	100000
第13周的星期1的第14到15小时	20000	第42周的星期2的第14到15小时	20000	第105周的星期4的第10到11小时	100000
第13周的星期3的第9到10小时	20000	第42周的星期3的第13到14小时	20000	第107周的星期1的第9到10小时	100000
第13周的星期5的第11到12小时	20000	第42周的星期5的第13到14小时	20000	第108周的星期2的第13到14小时	100000
第14周的星期2的第13到14小时	20000	第43周的星期2的第11到12小时	20000	第109周的星期4的第11到12小时	100000
第14周的星期5的第14到15小时	20000	第43周的星期4的第11到12小时	20000	第111周的星期1的第9到10小时	100000
第15周的星期2的第9到10小时	20000	第44周的星期1的第10到11小时	20000	第112周的星期2的第11到12小时	100000
第15周的星期4的第10到11小时	20000	第44周的星期3的第10到11小时	20000	第113周的星期4的第9到10小时	100000
第16周的星期1的第11到12小时	20000	第44周的星期5的第10到11小时	20000	第114周的星期5的第11到12小时	100000
第16周的星期4的第14到15小时	20000	第45周的星期2的第9到10小时	20000	第116周的星期2的第9到10小时	100000
第17周的星期1的第9到10小时	20000	第45周的星期4的第14到15小时	20000	第117周的星期3的第10到11小时	100000
第17周的星期3的第10到11小时	20000	第46周的星期1的第14到15小时	20000	第118周的星期4的第13到14小时	100000
第17周的星期5的第11到12小时	20000	第46周的星期2的第13到14小时	20000	第120周的星期1的第9到10小时	100000
第18周的星期2的第13到14小时	20000	第46周的星期4的第13到14小时	20000	第121周的星期2的第10到11小时	100000
第18周的星期5的第14到15小时	20000	第47周的星期1的第11到12小时	20000	第122周的星期3的第11到12小时	100000
第19周的星期2的第9到10小时	20000	第47周的星期3的第11到12小时	20000	第123周的星期4的第13到14小时	100000
第19周的星期4的第9到10小时	20000	第47周的星期5的第10到11小时	20000	第124周的星期5的第13到14小时	100000
第20周的星期1的第10到11小时	20000	第48周的星期2的第9到10小时	20000	第126周的星期2的第14到15小时	100000
第20周的星期3的第11到12小时	20000	第48周的星期4的第9到10小时	40000	第127周的星期3的第14到15小时	100000
第20周的星期5的第13到14小时	20000	第49周的星期2的第13到14小时	20000	第128周的星期4的第14到15小时	100000
第21周的星期3的第14到15小时	20000	第49周的星期4的第11到12小时	40000	第129周的星期5的第14到15小时	100000
第21周的星期5的第9到10小时	20000	第50周的星期3的第10到11小时	40000	第130周的星期5的第13到14小时	100000
第22周的星期2的第9到10小时	20000	第51周的星期2的第14到15小时	20000	第132周的星期1的第13到14小时	100000
第22周的星期4的第10到11小时	20000	第51周的星期3的第13到14小时	40000	第133周的星期2的第11到12小时	100000
第23周的星期1的第11到12小时	20000	第52周的星期2的第11到12小时	40000	第134周的星期3的第10到11小时	100000
第23周的星期3的第11到12小时	20000	第53周的星期1的第9到10小时	40000	第135周的星期4的第9到10小时	100000
第23周的星期5的第13到14小时	20000	第53周的星期4的第13到14小时	40000	第136周的星期4的第13到14小时	100000
第24周的星期3的第14到15小时	20000	第54周的星期3的第10到11小时	40000	第137周的星期5的第11到12小时	100000
第24周的星期5的第14到15小时	20000	第55周的星期2的第14到15小时	40000	第139周的星期1的第9到10小时	100000
第25周的星期2的第9到10小时	20000	第55周的星期5的第11到12小时	40000	第140周的星期1的第13到14小时	100000
第25周的星期4的第9到10小时	20000	第56周的星期4的第9到10小时	60000	第141周的星期2的第10到11小时	100000
第26周的星期1的第10到11小时	20000	第57周的星期4的第10到11小时	40000	第142周的星期3的第14到15小时	100000
第26周的星期3的第10到11小时	20000	第58周的星期3的第14到15小时	40000	第143周的星期3的第10到11小时	100000
第26周的星期5的第11到12小时	20000	第59周的星期1的第11到12小时	40000	第144周的星期3的第13到14小时	100000

第 27 周的星期 2 的第 11 到 12 小时	20000	第 59 周的星期 5 的第 14 到 15 小时	60000	第 145 周的星期 4 的第 10 到 11 小时	100000
第 27 周的星期 4 的第 13 到 14 小时	20000	第 60 周的星期 5 的第 9 到 10 小时	40000	第 146 周的星期 4 的第 13 到 14 小时	100000
第 28 周的星期 1 的第 13 到 14 小时	20000	第 61 周的星期 3 的第 13 到 14 小时	60000	第 147 周的星期 5 的第 9 到 10 小时	100000
第 28 周的星期 4 的第 14 到 15 小时	20000	第 62 周的星期 4 的第 14 到 15 小时	60000	第 148 周的星期 5 的第 10 到 11 小时	100000
第 29 周的星期 1 的第 14 到 15 小时	20000	第 63 周的星期 4 的第 9 到 10 小时	60000	第 149 周的星期 5 的第 13 到 14 小时	100000
第 29 周的星期 3 的第 14 到 15 小时	20000	第 64 周的星期 4 的第 9 到 10 小时	60000		

6 模型检验——灵敏度分析

6.1 累计清算成本 L_i 关于股票上市第一日公司发生财政困境的概率 f_1 的灵敏度

在 $f_1 = 0.001$ 附近, L_i 关于 f_1 的灵敏度为

$$S(L_{SH601988}, f_1) = \frac{dL_{SH601988}}{df_1} \times \frac{f_1}{L_{SH601988}} \approx 0$$

$$S(L_{SH601398}, f_1) = \frac{dL_{SH601398}}{df_1} \times \frac{f_1}{L_{SH601398}} \approx 0$$

即 f_1 在 0.001 附近变化 1%, L_i 变化 0%。

6.2 累计清算成本 L_i 关于股票上市 20 年公司发生财政困境的概率 f_{20} 的灵敏度

在 $f_{20} = 0.15$ 附近, L_i 关于 f_{20} 的灵敏度为

$$S(L_{SH601988}, f_{20}) = \frac{dL_{SH601988}}{df_{20}} \times \frac{f_{20}}{L_{SH601988}} = 7.48 \times 10^{-3}$$

$$S(L_{SH601398}, f_{20}) = \frac{dL_{SH601398}}{df_{20}} \times \frac{f_{20}}{L_{SH601398}} = 6.76 \times 10^{-4}$$

即 f_1 在 0.15 附近增加 1%, $L_{SH601988}$ 增加 $7.48 \times 10^{-3}\%$, $L_{SH601398}$ 增加 $6.76 \times 10^{-4}\%$ 。

6.3 模型稳定度

综合 6.1 和 6.2 的分析来看, L_i 关于 f_1 和 f_{20} 的灵敏度都非常小, 说明模型是稳健的, 稳定的较高。

参考文献

- ^[1] 刘来福, & 北京师范大学 数学科学学院. (2014). 数学模型与数学建模 (第 4 版. ed., 新世纪高等学校教材 xin shi ji gao deng xue xiao jiao cai 数学与应用数学基础课系列教材). 北京: 北京师范大学出版社.
- ^[2] 邓晓岚. (2008). 股票市场因素在财务困境风险评价中的应用——基于风险模型的实证分析. 经济与管理研究, (3), 84-88.
- ^[3] Queen, M., & Roll, R. (1987). Firm Mortality: Using Market Indicators to Predict Survival. *Financial Analysts Journal*, 43(3), 9.
- ^[4] 李广子, 唐国正, & 刘力. (2011). 股票名称与股票价格非理性联动——中国 A 股市场研究. 管理世界, (1), 40-51.
- ^[5] <https://xueqiu.com/S/SH601988>
- ^[6] <https://zhidao.baidu.com/question/25259265.html>
- ^[7] 寻明辉, 石桂峰, & XUN Ming-hui, SHI Gui-feng. (2007). 股票价格冲击混合分布分类信息 GARCH 模型及其应用-Impacts on Stock Price through Mixed Distribution Classified Information GARCH Model and Its Application. 上海交通大学学报, 41 (7), 1105-1109.