

数字图像处理

指导教师： 胡晓雁

电子邮件： huxy@bnu.edu.cn

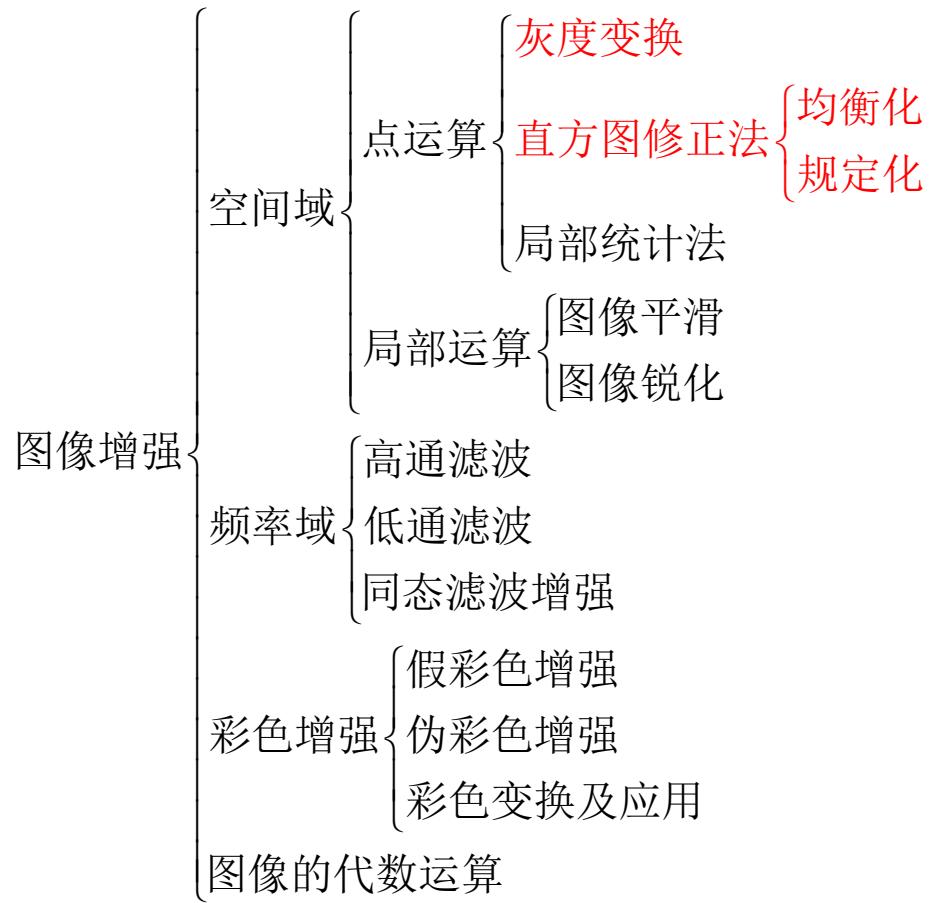
北京师范大学信息科学与技术学院

图像增强

- ✓ 图像增强是采用一系列技术去改善图像的视觉效果,或将图像转换成一种更适合于人或机器进行分析和处理的形式。例如采用一系列技术有选择地突出某些感兴趣的信息, 同时抑制一些不需要的信息, 提高图像的使用价值

图像增强

- ✓ 图像增强方法从增强的作用域出发，可分为空间域增强和频率域增强两种：
- ✓ 空间域增强是直接对图像各像素进行处理
- ✓ 频率域增强是对图像经傅立叶变换后的频谱成分进行处理，然后逆傅立叶变换获得所需的图像



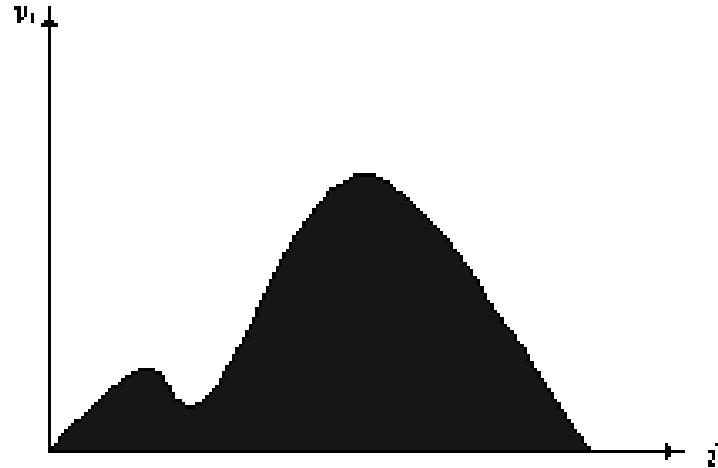
图像灰度直方图

- ✓ 灰度直方图反映的是一幅图像中各灰度级像素出现的频率。以灰度级为横坐标，纵坐标为灰度级的频率，绘制频率同灰度级的关系图就是灰度直方图。它是图像的一个重要特征，反映了图像灰度分布的情况

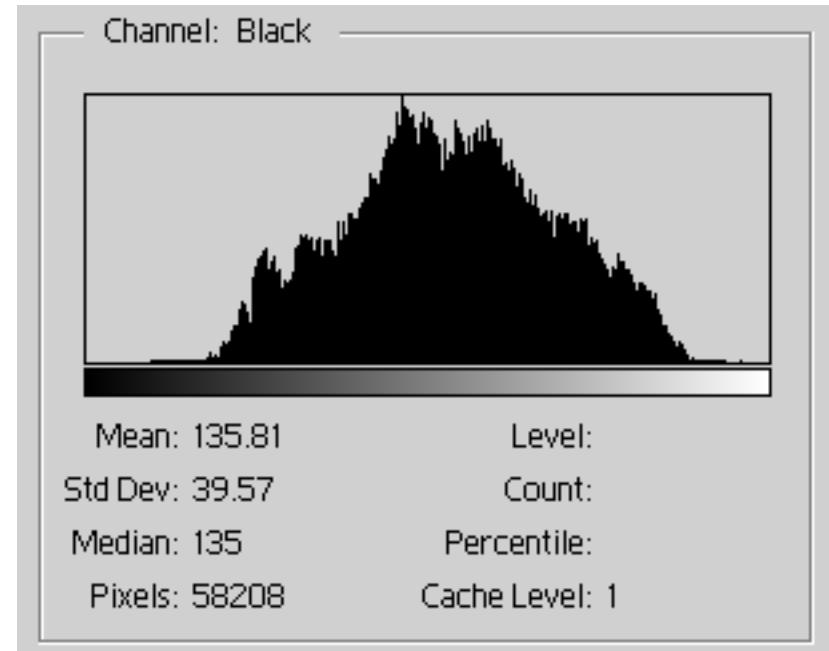
图像灰度直方图

- 下图是一幅图像的灰度直方图

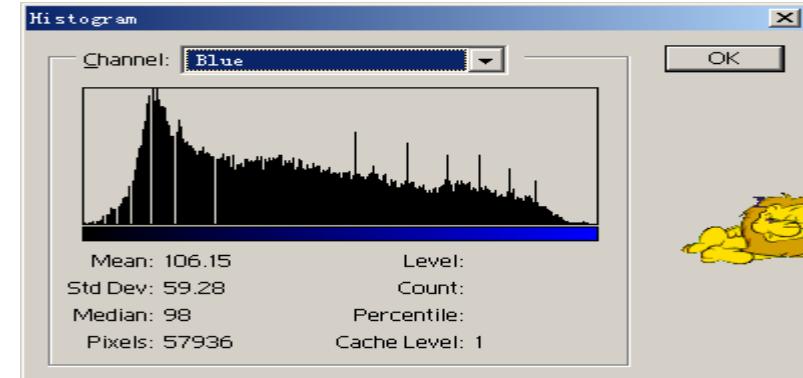
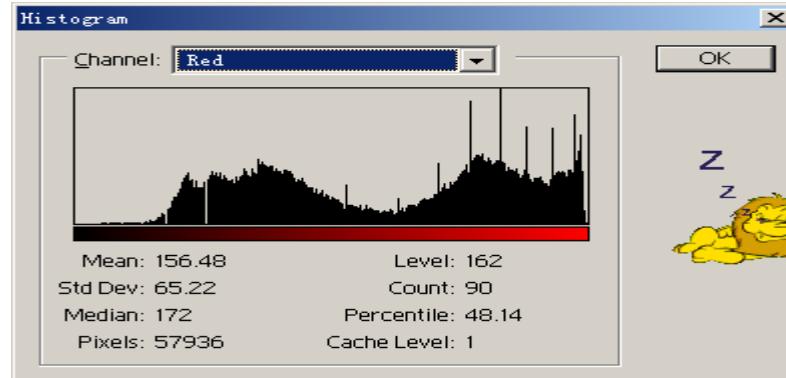
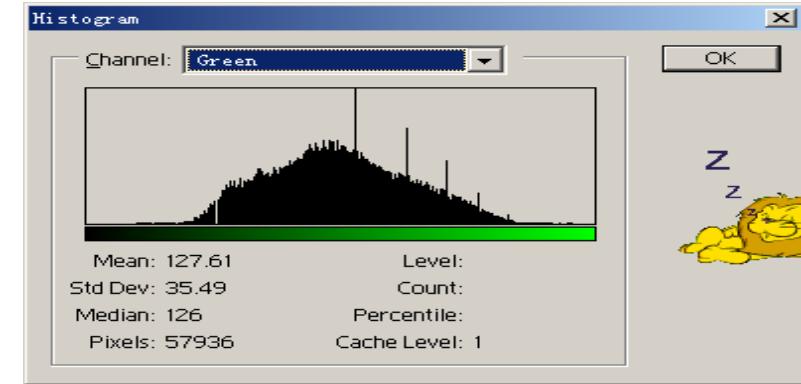
- 频率的计算式为



灰度图像的直方图



彩色图像的分波段直方图



直方图的计算

计算：该图像像元总数为 $8 \times 8 = 64$, $i = [0, 7]$

0	1	3	2	1	3	2	1
0	5	7	6	2	5	6	7
1	6	0	6	3	5	1	2
2	6	7	5	3	6	5	0
3	2	2	7	2	4	1	6
2	2	5	6	2	7	6	0
1	2	3	2	1	2	1	2
3	1	2	3	1	2	2	1

$$v_0=5/64$$

$$v_1=12/64$$

$$v_2=18/64$$

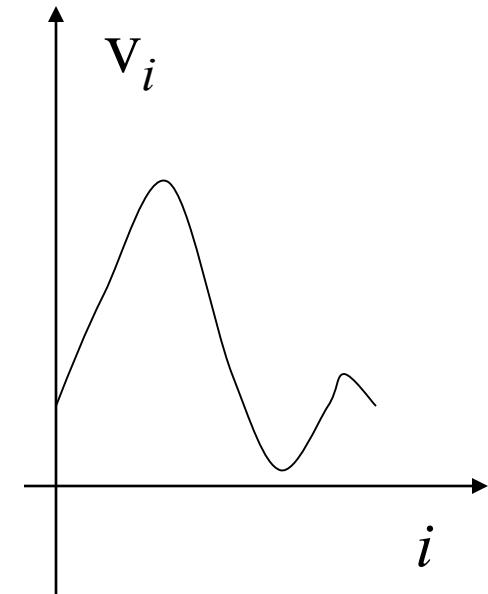
$$v_3=8/64$$

$$v_4=1/64$$

$$v_5=5/64$$

$$v_6=8/64$$

$$v_7=5/64$$



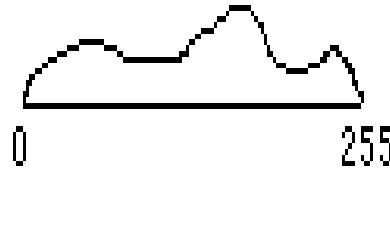
直方图的性质

- ✓ 1) 灰度直方图只能反映图像的灰度分布情况，而不能反映图像像素的位置，即丢失了像素的位置信息
- ✓ 2) 一幅图像对应唯一的直方图，反之不成立，不同的图像可对应相同的直方图
- ✓ 3) 一幅图像分成多个区域，多个区域的直方图之和即为原图像的直方图

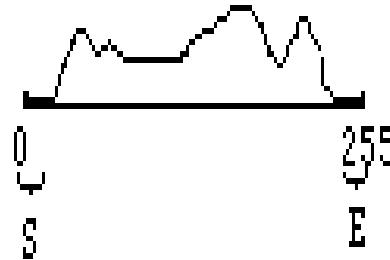


直方图的应用

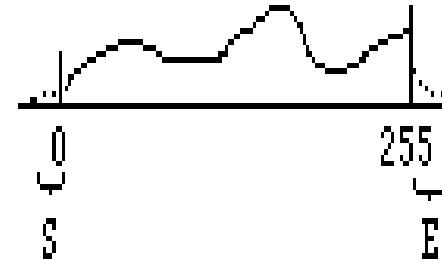
- ✓ 1) 用于判断图像量化是否恰当



(a) 恰当量化



(b) 未能有效利用

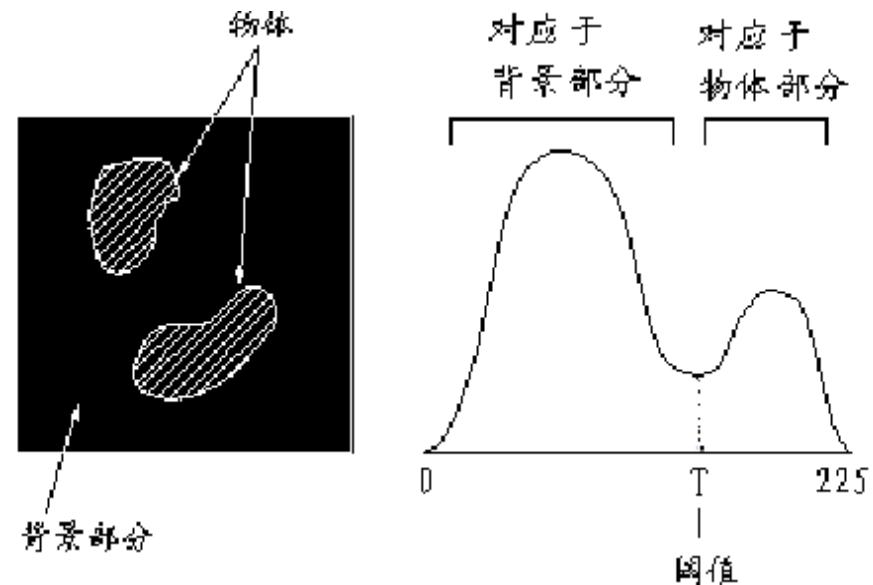


(c) 超过了动态范围

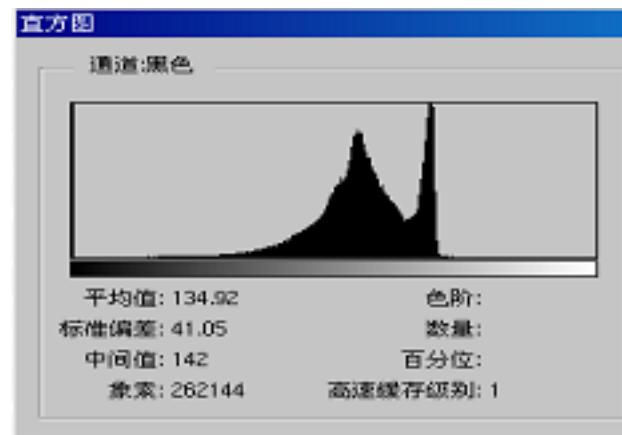
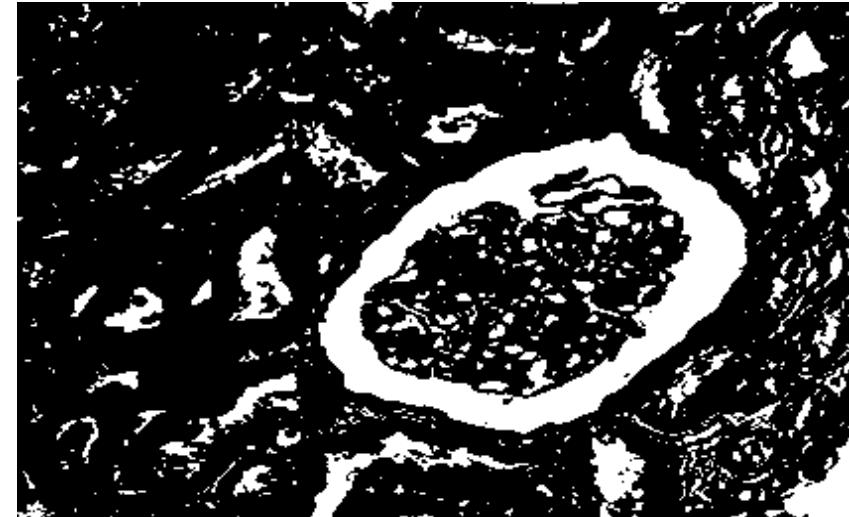
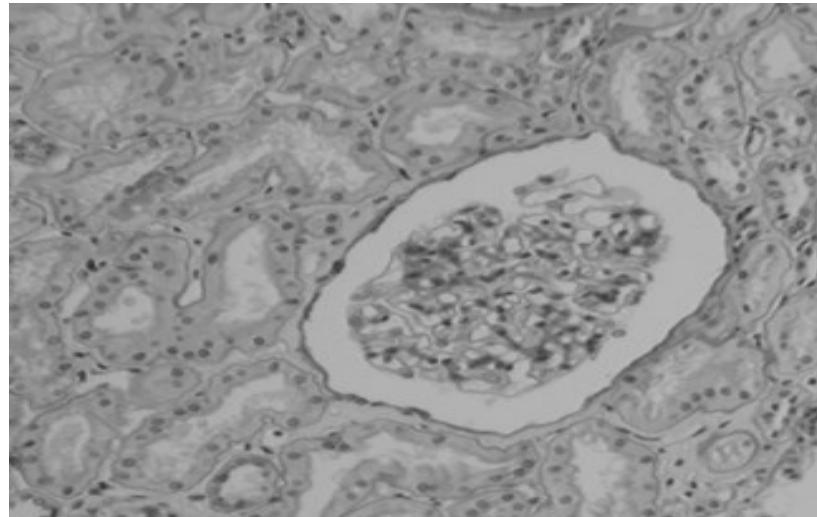
直方图的应用

- ✓ 2) 用于确定图像二值化的阈值

$$g(x, y) = \begin{cases} 0 & f(x, y) \leq T \\ 1 & f(x, y) > T \end{cases}$$



具有二峰性的灰度图象



直方图的应用

- ✓ 3) 当影像上目标的灰度值比其它部分灰度值大或者灰度区间已知时，可利用直方图统计图像中物体的面积

$$A = n \sum_{i \geq T} v_i$$

- ✓ 4) 计算图像信息量H（熵）

$$H = - \sum_{i=0}^{L-1} P_i \log_2 P_i$$

图像增强的点运算

- ✓ 点运算是图像处理中的一种简单但却很重要的技术
- ✓ 对于一幅输入图像， 经过点运算后将产生一幅输出图像， 输出图像上的每个像素，其灰度值仅由相应输入像素的值决定
- ✓ 对比度增强、对比度拉伸或者灰度变化均属于点运算

灰度级校正

- 在成像系统生成图像的过程中，有很多因素：如光照强弱、感光器件灵敏度、光学系统不均匀性、元器件特性不稳定等均可造成图像亮度分布的不均匀，导致某些部分亮，某些部分暗

$$g(i, j) = e(i, j) f(i, j)$$

- $f(i, j)$ 是原始理想图像， $e(i, j)$ 是降质函数或者观测系统失真系数， $g(i, j)$ 是降质后的图像

灰度级校正

- ✓ $e(i,j)$ 是成像系统的固有属性，显然，只要知道了 $e(i,j)$,就可以通过观测到的结果图像 $g(i,j)$ 求出原始图像 $f(i,j)$

$$f(i,j) = g(i,j) / e(i,j)$$

灰度级校正

- ✓ 如何求出 $e(i,j)$? $f(i,j) = g(i,j) / e(i,j)$
- ✓ 只需要用一幅特定图像去探测即可，例如使用一幅灰度级为常数C的图像去检测

$$f(i,j) = C \longrightarrow g(i,j) = e(i,j) f(i,j)$$



$$e(i,j) = g(i,j) / C \quad g(i,j) = e(i,j) \times C$$

灰度级校正

- ✓ 如何求出 $e(i,j)$? $f(i,j) = g(i,j) / e(i,j)$
- ✓ 只需要用一幅特定图像去探测即可，例如使用一幅灰度级为常数C的图像去检测

$$f(i,j) = C \longrightarrow g_c(i,j) = e(i,j) f(i,j)$$



$$e(i,j) = g_c(i,j) / C \longleftarrow g_c(i,j) = e(i,j) \times C$$

灰度级校正

- 既然已经求出了 $e(i,j)$, 此后对任意的原始图像 $f(i,j)$, 经过该系统观测到结果图像 $g(i,j)$, 则可根据结果图像 g 求出原始图像 f

$$f(i,j) = g(i,j) / e(i,j)$$



$$f(i,j) = C \times g(i,j) / g_c(i,j)$$

灰度变换

- ✓ 灰度变换可调整图像的灰度动态范围或图像对比度，是图像增强的重要手段之一
- ✓ 1. 线性变换
- ✓ 令图像 $f(i, j)$ 的灰度范围为 $[a, b]$ ，线性变换后图像 $g(i, j)$ 的范围为 $[a', b']$ ，如图， $g(i, j)$ 与 $f(i, j)$ 之间的关系式为：

$$g(i, j) = a' + \frac{b' - a'}{b - a} (f(i, j) - a)$$

灰度变换

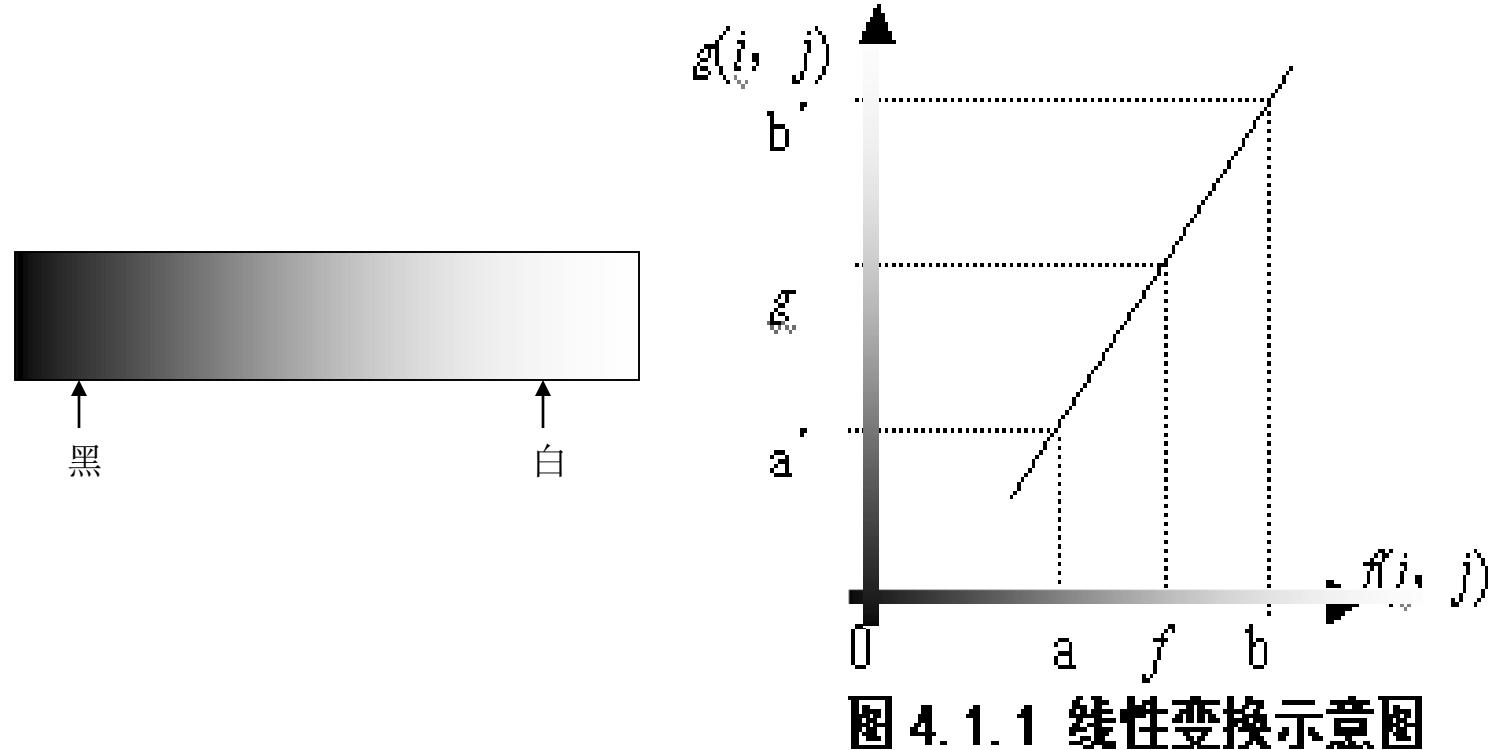
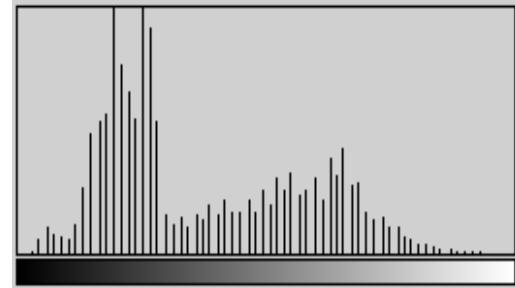
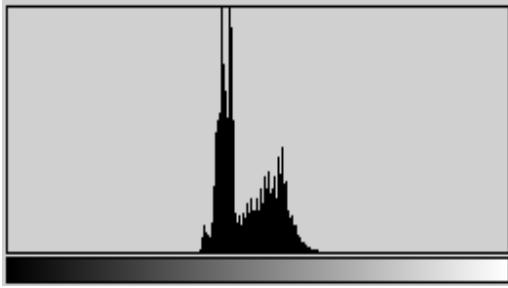


图 4.1.1 线性变换示意图

灰度变换

- ✓ 在曝光不足或过度的情况下，图像灰度可能会局限在一个很小的范围内。这时在显示器上看到的将是一个模糊不清、似乎没有灰度层次的图像
- ✓ 下图是对曝光不足的图像采用线性变换对图像每一个像素灰度作线性拉伸。可有效地改善图像视觉效果

灰度变换



灰度变换

- ✓ 2. 分段线性变换
- ✓ 为了突出感兴趣目标所在的灰度区间，相对抑制那些不感兴趣的灰度区间，可采用分段线性变换

灰度变换

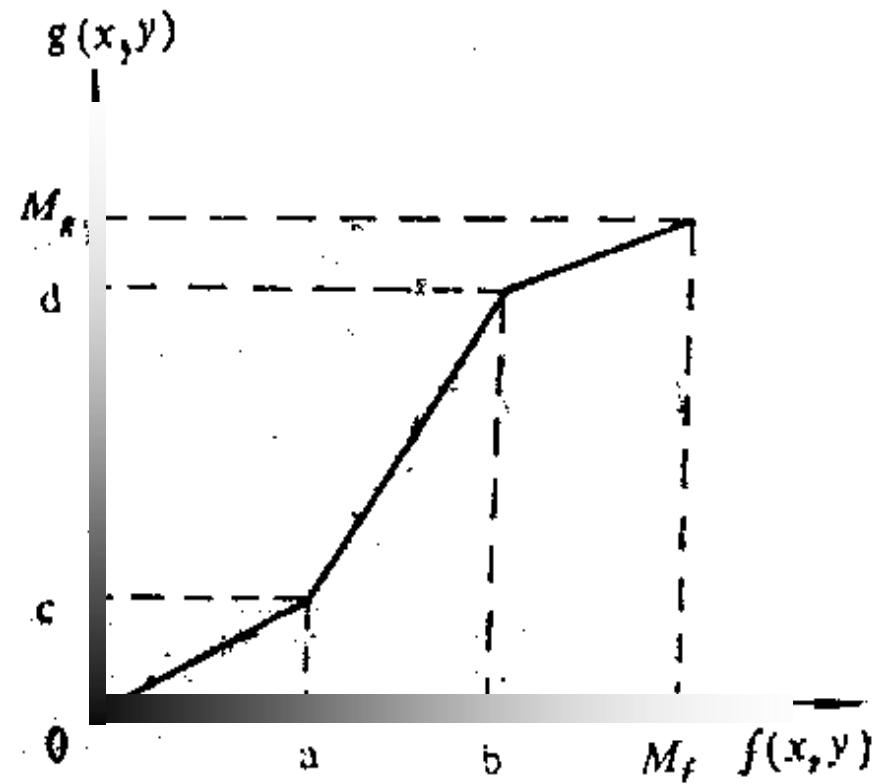
✓ 2. 分段线性变换

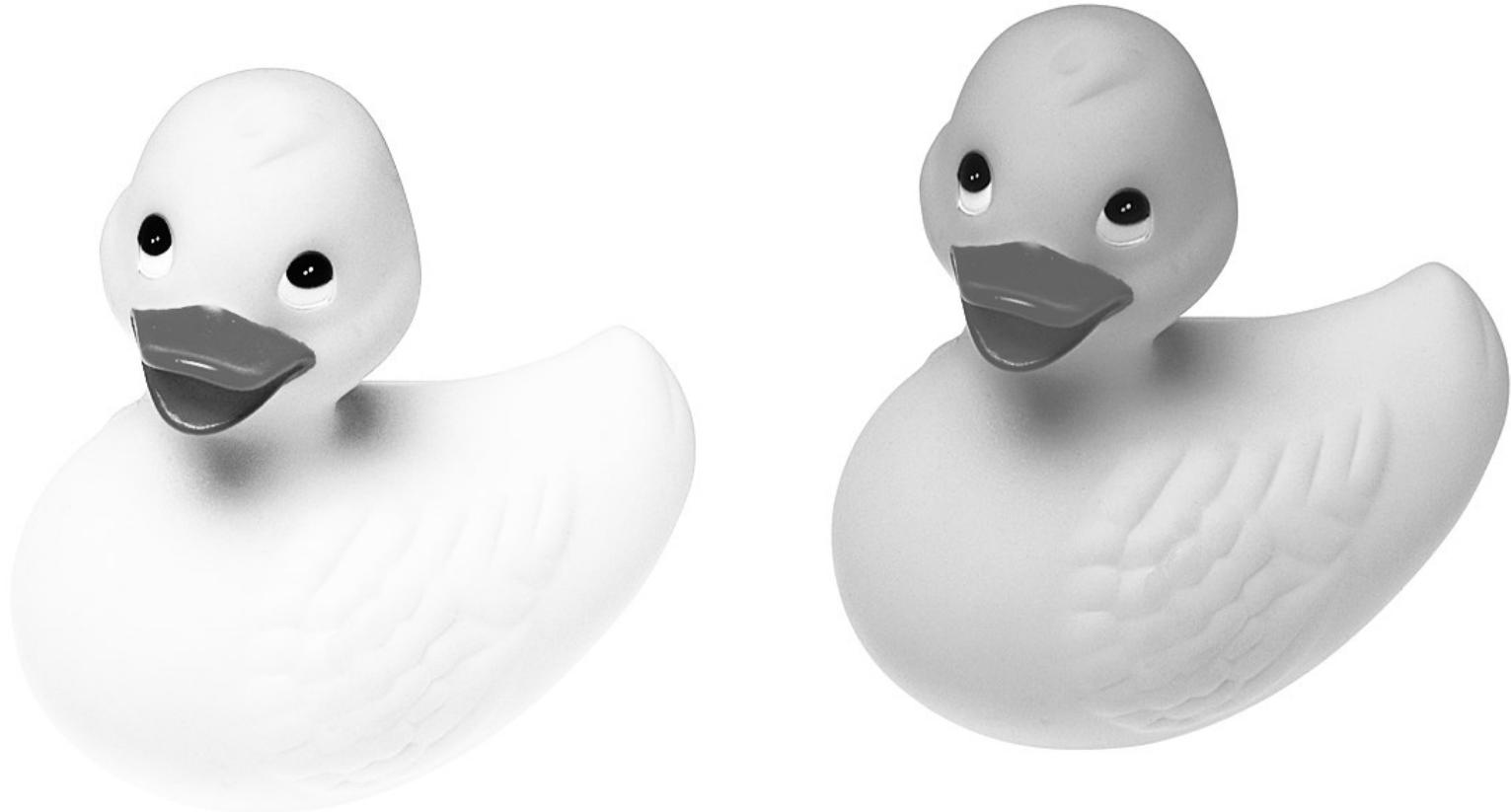
✓ 设原图像 $f(x,y)$ 在 $[0, M_f]$, 感兴趣目标的灰度范围在 $[a,b]$, 欲使其灰度范围拉伸到 $[c,d]$, 则对应的分段线性变换表达式为

$$g(x,y) = \begin{cases} (c/a)f(x,y) & 0 \leq f(x,y) < a \\ [(d-c)/(b-a)][f(x,y)-a]+c & a \leq f(x,y) < b \\ [(M_g-d)/(M_f-b)][f(x,y)-b]+d & b \leq f(x,y) \leq M_f \end{cases}$$

灰度变换

- 通过细心调整折线拐点的位置及控制分段直线的斜率，可对任一灰度区间进行拉伸或压缩





灰度变换

- ✓ 3. 非线性灰度变换
- ✓ 当用某些非线性函数如对数函数、指数函数等，作为映射函数时，可实现图像灰度的非线性变换

灰度变换

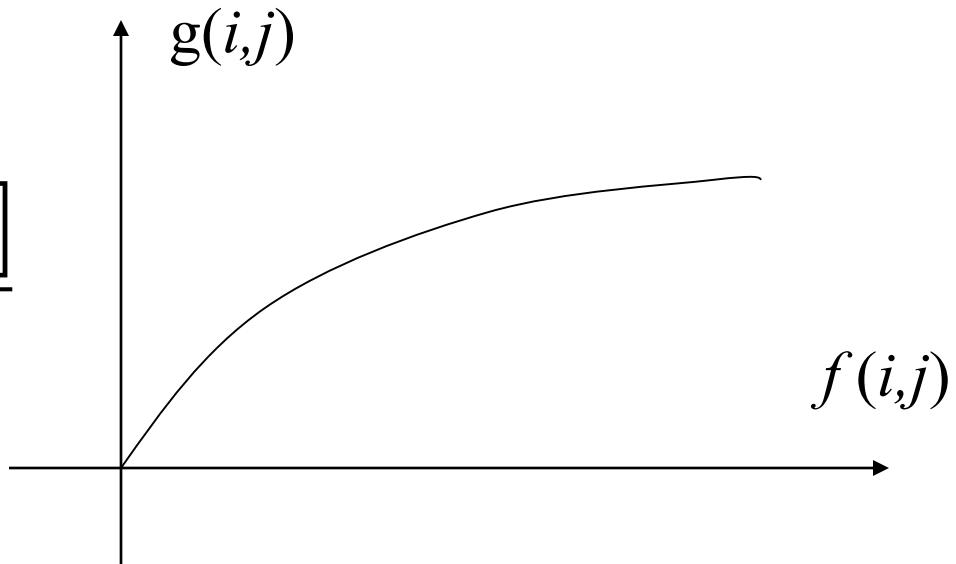
- ✓ 1) 对数变换
- ✓ 对数变换的一般表达式为

$$g(i, j) = a + \frac{\ln[f(i, j) + 1]}{b \cdot \ln c}$$

灰度变换

- 这里 a, b, c 是为了调整曲线的位置和形状而引入的参数。当希望对图像的低灰度区较大的拉伸而对高灰度区压缩时，可采用这种变换，它能使图像灰度分布与人的视觉特性相匹配

$$g(i, j) = a + \frac{\ln[f(i, j) + 1]}{b \cdot \ln c}$$

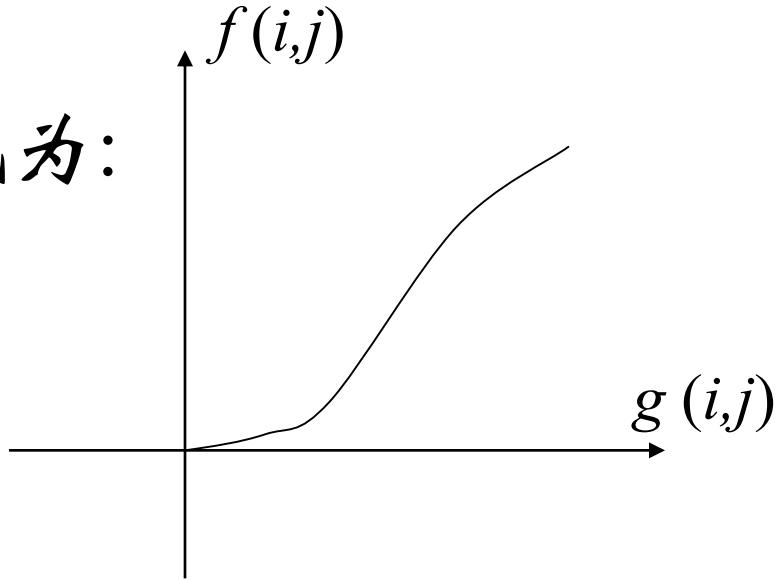


灰度变换

- ✓ 2) 指数变换

- ✓ 指数变换的一般表达式为：

$$g(i,j) = b^{c[f(i,j)-a]} - 1$$



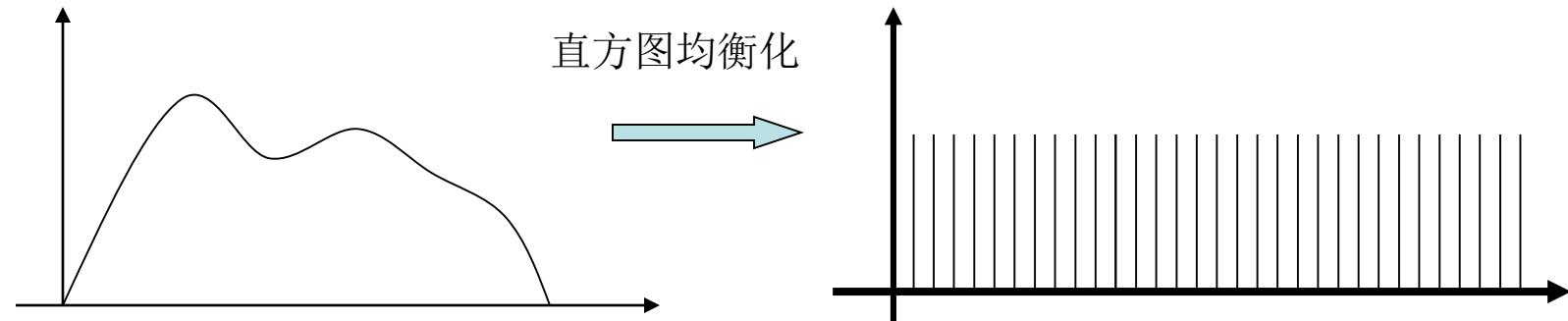
- ✓ 这里参数a,b,c用来调整曲线的位置和形状。这种变换能对图像的高灰度区给予较大的拉伸

直方图修正

- ✓ 灰度直方图反映了数字图像中每一灰度级与其出现频率间的关系,它能描述该图像的概貌。通过修改直方图的方法增强图像是一种实用而有效的处理技术
- ✓ 直方图修整法包括:
 - ✓ 直方图均衡化
 - ✓ 直方图规定化两类

直方图修正

- ✓ 1. 直方图均衡化
- ✓ 直方图均衡化是将原图像通过某种变换，得到一幅灰度直方图为均匀分布的新图像的方法



直方图修正

- 首先讨论连续变化图像的均衡化问题，然后推广到离散的数字图像上
- 设 r 和 s 分别表示归一化了的原图像灰度和经直方图修正后的图像灰度。即

$$0 \leq r, s \leq 1$$

- 在 $[0,1]$ 区间内的任一个 r 值，都可产生一个 s 值，且

$$s = T(r)$$

直方图修正

- ✓ $T(r)$ 作为变换函数，满足下列条件：
 - ✓ 1) 在 $0 \leq r \leq 1$ 内为单调递增函数，保证灰度级从黑到白的次序不变
 - ✓ 2) 在 $0 \leq r \leq 1$ 内，有 $0 \leq T(r) \leq 1$ ，确保映射后的像素灰度在允许的范围内

直方图修正

- 反变换关系为

$$r = T^{-1}(s)$$

- $T^{-1}(s)$ 对s同样满足上述两个条件

直方图修正

- 由概率论理论可知，如果已知随机变量r的概率密度为 $p_r(r)$,而随机变量S是r的函数，则S的概率密度 $p_s(s)$ 可以由 $p_r(r)$ 求出。
- 假定随机变量S的分布函数用 $F_s(s)$ 表示，根据分布函数定义

$$F_s(s) = \int_{-\infty}^s p_s(s)ds = \int_{-\infty}^r p_r(r)dr$$

直方图修正

- 利用密度函数是分布函数的导数的关系，等式两边对s求导，有：

$$P_s(s) = \frac{d}{ds} \left[\int_{-\infty}^r p_r(r) dr \right] = p_r \frac{dr}{ds} = p_r \frac{d}{ds} [T^{-1}(s)]$$

- 可见，输出图像的概率密度函数可以通过变换函数T(r)控制原图像灰度级的概率密度函数得到，因而改善原图像的灰度层次，这就是直方图修改技术的基础

直方图修正

- 从人眼视觉特性来考虑，一幅图像的直方图如果是均匀分布的，即 $P_s(s)=k$ (归一化时 $k=1$) 时，该图像色调给人的感觉比较协调。因此将原图像直方图通过 $T(r)$ 调整为均匀分布的直方图，这样修正后的图像能满足人眼视觉要求
- 归一化假定

$$P_s(s) = 1$$

直方图修正

- ✓ 两边积分得

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(r) dr$$

- ✓ 上式表明，当变换函数为r的累积直方图函数时，能达到直方图均衡化的目的

直方图修正

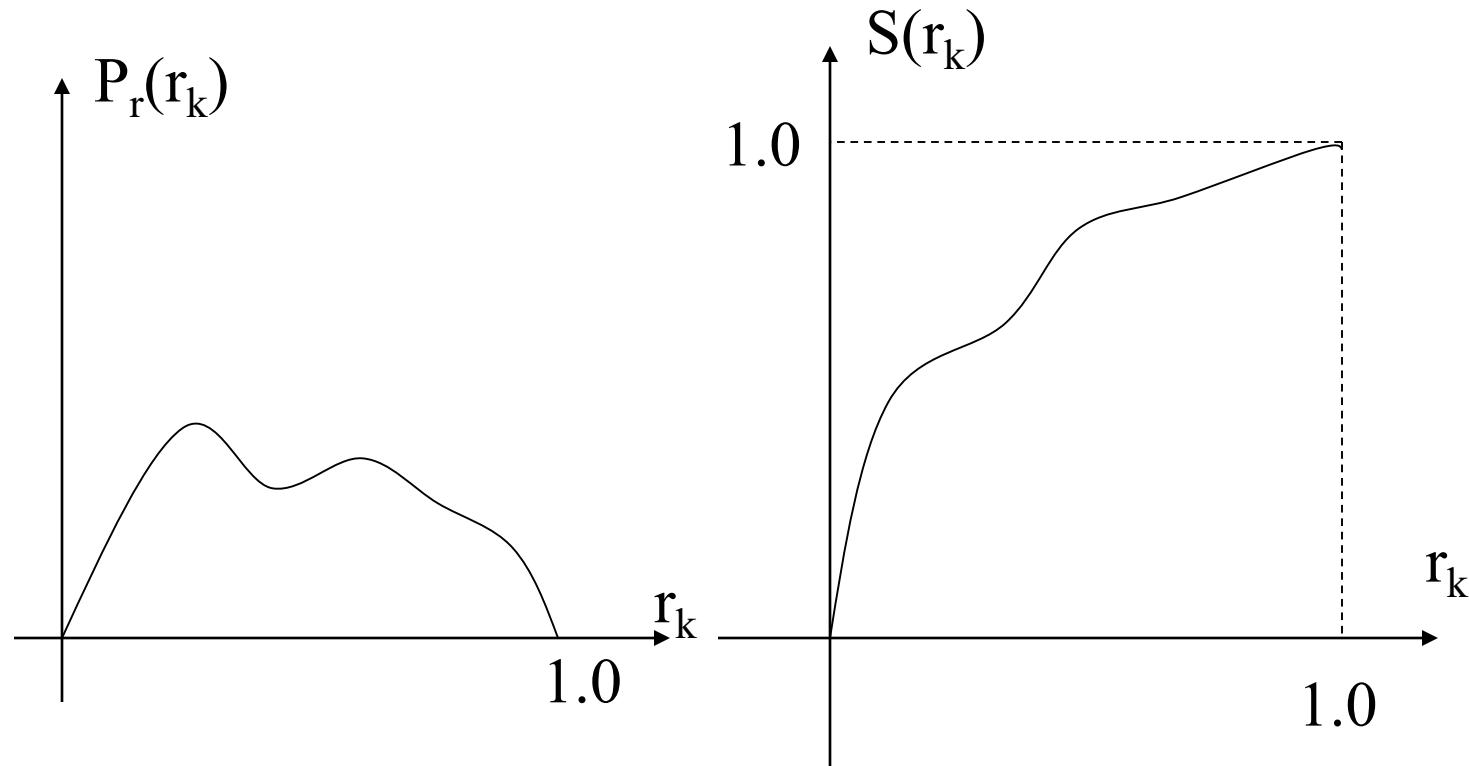
- 对于离散的数字图像，用频率来代替概率，则变换函数 $T(rk)$ 的离散形式可表示为：

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n}$$

- 上式表明，均衡后各像素的灰度值 s_k 可直接由原图像的直方图算出

直方图修正

- 一幅图像的 s_k 与 r_k 之间的关系称为该图像的累积灰度直方图



例：

- 假定有一幅总像素为 $n=64 \times 64$ 的图像，灰度级数为8，各灰度级分布列于表中。对其均衡化计算过程如下：

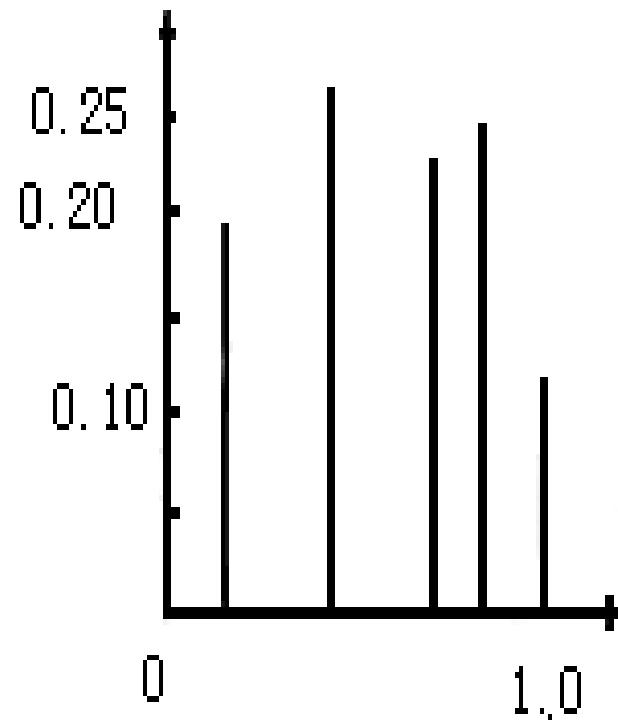
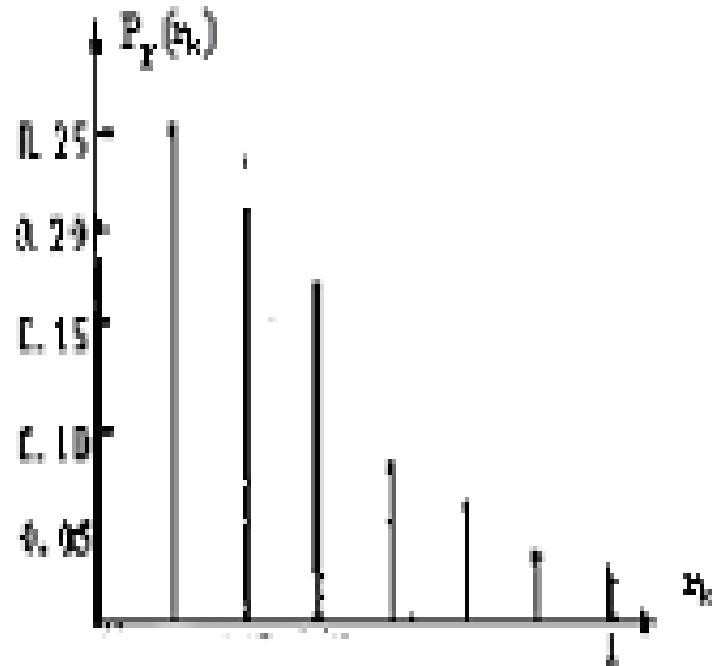
例：

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/n$	$s_{k\text{计}}$	$s_{k\text{并}}$	s_k	n_{sk}	$p_k(s)$
$r_0=0$	790	0.19	0.19	1/7	$s_0=1/7$	790	0.19
$r_1=1/7$	1023	0.25	0.44	3/7	$s_1=3/7$	1023	0.25
$r_2=2/7$	850	0.21	0.65	5/7	$s_2=5/7$	850	0.21
$r_3=3/7$	656	0.16	0.81	6/7			
$r_4=4/7$	329	0.08	0.89	6/7	$s_3=6/7$	985	0.24
$r_5=5/7$	245	0.06	0.95	1			
$r_6=6/7$	122	0.03	0.98	1			
$r_7=1$	81	0.02	1.00	1	$s_4=1$	448	0.11

例：

- ✓ 思考问题：
- ✓ 若在原图像一行上连续8个像素的灰度值分别为：0、1、2、3、4、5、6、7，则均衡后，他们的灰度值为多少？

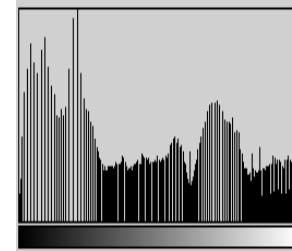
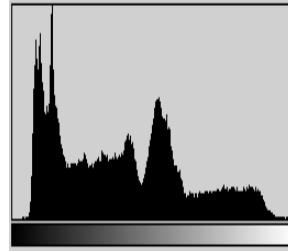
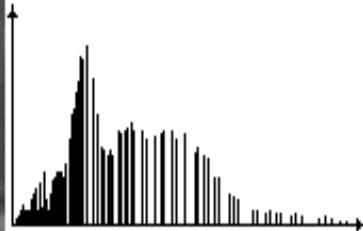
例：



原图像的直方图

均衡后图像的直方图

例：直方图均衡化示例



直方图修正

- ✓ 2. 直方图规定化
- ✓ 在某些情况下，并不一定需要具有均匀直方图的图像，有时需要具有特定的直方图的图像，以便能够增强图像中某些灰度级。直方图规定化方法就是针对上述思想提出来的。直方图规定化是使原图像灰度直方图变成规定形状的直方图而对图像作修正的增强方法

直方图修正

- ✓ 可见，它是对直方图均衡化处理的一种有效的扩展。直方图均衡化处理是直方图规范化的一个特例
- ✓ 对于直方图规范化，下面仍从灰度连续变化的概率密度函数出发进行推导，然后推广出灰度离散的图像直方图规范化算法

直方图修正

- 假设 $p_r(r)$ 和 $p_z(z)$ 分别表示已归一化的原始图像灰度分布的概率密度函数和希望得到的图像的概率密度函数
- 首先对原始图像进行直方图均衡化，即求变换函数：

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(r)dr$$

直方图修正

- 假定已得到了所希望的图像，对它也进行均衡化处理，即

$$v = G(z) = \int_0^z p_z(r) dr$$

- 它的逆变换是

$$z = G^{-1}(v)$$

- 这表明可由均衡化后的灰度得到希望图像的灰度

直方图修正

- 若对原始图像和希望图像都作了均衡化处理，则二者均衡化的 $p_s(s)$ 和 $p_v(v)$ 相同，即都为均匀分布的密度函数
- 由 s 代替 v 得

$$z = G^{-1}(s)$$

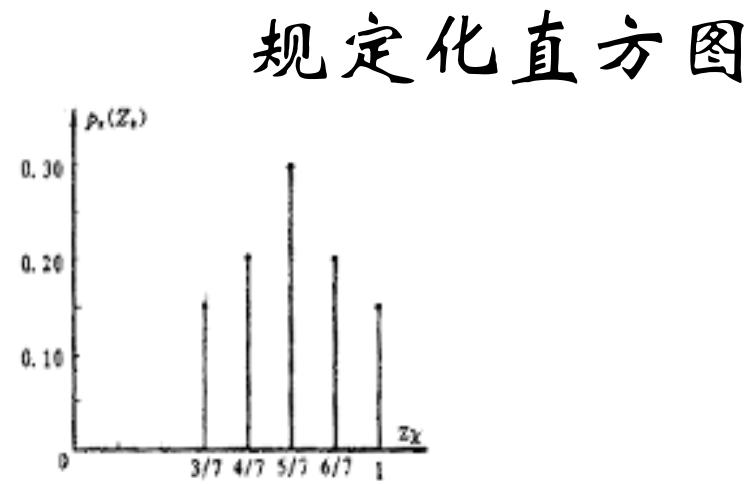
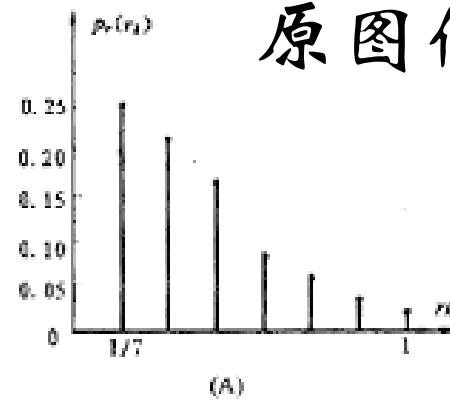
这就是所求得的变换表达式

直方图修正

- ✓ 根据上述思想，可总结出直方图规定化增强处理的步骤如下：
- ✓ 1) 对原始图像作直方图均衡化处理
- ✓ 2) 按照希望得到的图像的灰度概率密度函数 $p_z(z)$ ，求得变换函数 $G(z)$
- ✓ 3) 用步骤1) 得到的灰度级 s 作逆变换 $z = G^{-1}(s)$
- ✓ 经过以上处理得到的图像的灰度级将具有规定的概率密度函数 $p_z(z)$

例：

- ✓ 采用与直方图均衡相同的原始图像数据（ 64×64 像素且具有8级灰度），其灰度级分布列于表中。给定的直方图的灰度分布列于表中
- ✓ 对应的直方图如下：



例：

$r_j \rightarrow s_k$	n_k	$p_s(s_k)$	z_k	$p_z(z_k)$	v_k	z_k 并	n_k	$p_z(z_k)$
$r_0 \rightarrow s_0 = 1/7$	790	0.19	$z_0 = 0$	0.00	0.00	z_0	0	0.00
$r_1 \rightarrow s_1 = 3/7$	1023	0.25	$z_1 = 1/7$	0.00	0.00	z_1	0	0.00
$r_2 \rightarrow s_2 = 5/7$	850	0.21	$z_2 = 2/7$	0.00	0.00	z_2	0	0.00
$r_3 \rightarrow s_3 = 6/7$			$z_3 = 3/7$	0.15	0.15	$z_3 \rightarrow s_0 = 1/7$	790	0.19
$r_4 \rightarrow s_3 = 6/7$	985	0.24	$z_4 = 4/7$	0.20	0.35	$z_4 \rightarrow s_1 = 3/7$	1023	0.25
$r_5 \rightarrow s_4 = 1$			$z_5 = 5/7$	0.30	0.65	$z_5 \rightarrow s_2 = 5/7$	850	0.21
$r_6 \rightarrow s_4 = 1$			$z_6 = 6/7$	0.20	0.85	$z_6 \rightarrow s_3 = 6/7$	985	0.24
$r_7 \rightarrow s_4 = 1$	448	0.11	1	0.15	1.00	$z_7 \rightarrow s_4 = 1$	448	0.11

例：

$$r_0 = 0 \rightarrow z_3 = 3/7$$

$$r_1 = 1/7 \rightarrow z_4 = 4/7$$

$$r_2 = 2/7 \rightarrow z_5 = 5/7$$

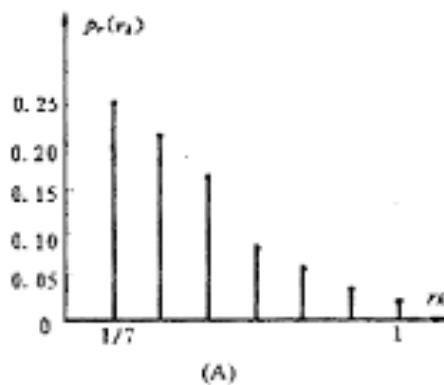
$$r_3 = 3/7 \rightarrow z_6 = 6/7$$

$$r_4 = 4/7 \rightarrow z_6 = 6/7$$

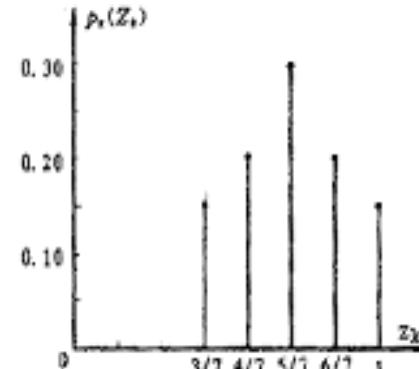
$$r_5 = 5/7 \rightarrow z_7 = 1$$

$$r_6 = 6/7 \rightarrow z_7 = 1$$

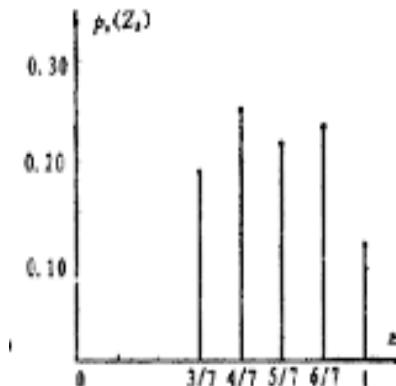
$$r_7 = 1 \rightarrow z_7 = 1$$



原图像的直方图



规定的直方图



规定化后图像的直方图

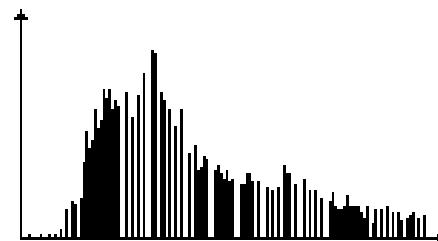
例：

- ✓ 思考问题
- ✓ 若在原图像一行上连续8个像素的灰度值分别为：0、1、2、3、4、5、6、7，则规范化后，他们的灰度值为多少？

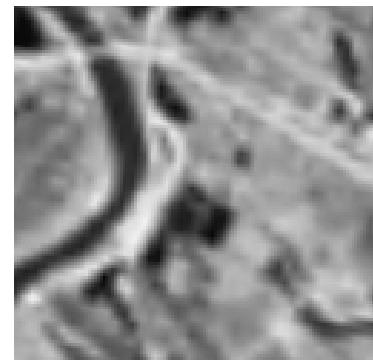
例：



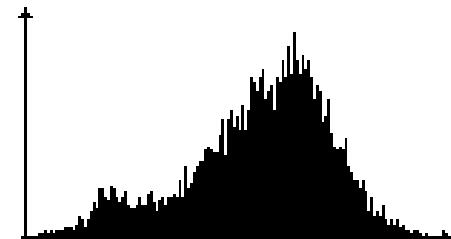
(A)



(a)



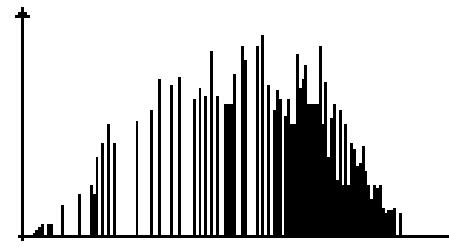
(B)



(b)



(C)



(c)

例：

- 图(C)、(c)是将图像(A)按图(b)的直方图进行规范化得到的结果及其直方图。通过对比可以看出图(C)的对比度同图(B)接近一致，对应的直方图形状差异也不大。这样有利于影像融合处理，保证融合影像光谱特性变化小

直方图规定化

- 利用直方图规定化方法进行图像增强的主要困难在于要构成有意义的直方图。图像经直方图规定化，其增强效果要有利于人的视觉判读或便于机器识别