

第二次上机作业 实验报告

袁雨 PB20151804

一、实验目的

通过使用 C/C++ 语言实现下面两种线性方程组求解的算法：

- 列主元 Gauss 消元
- Doolittle 直接分解

分析比较两种算法的表现。

二、实验要求

使用“列主元 Gauss 消元”和“Doolittle 分解”求解给定线性方程组 $Ax = b$ 的根。给定 2 个线性方程组。

$$1. A = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & \frac{1}{8} & \frac{1}{7} & \frac{1}{6} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{7} & \frac{1}{6} & \frac{1}{5} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{6} & \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{1} \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 7.2 & 2.3 & -4.4 & 0.5 \\ 1.3 & 6.3 & -3.5 & 2.8 \\ 5.6 & 0.9 & 8.1 & -1.3 \\ 1.5 & 0.4 & 3.7 & 5.9 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 15.1 \\ 1.8 \\ 16.6 \\ 36.9 \end{pmatrix}$$

三、实验结果

1. 列主元Gauss消元

(1)线性方程组1

①上三角矩阵 U

```
matrix U:
0.111111  0.125000  0.142857  0.166667  0.200000
0.000000  0.002232  0.005952  0.012500  0.025000
0.000000  0.000000  0.000454  0.002381  0.009524
0.000000  0.000000  0.000000  0.000833  0.010000
0.000000  0.000000  0.000000  0.000000  0.040000
```

②解 x

```
result:
x[1]=630.000000
x[2]=-1120.000000
x[3]=630.000000
x[4]=-120.000000
x[5]=5.000000
```

(1)线性方程组2

①上三角矩阵 U

```
matrix U:
7.200000  2.300000  -4.400000  0.500000
0.000000  5.884722  -2.705556  2.709722
0.000000  0.000000  11.113547  -1.279585
0.000000  0.000000  0.000000  6.359647
```

②解 x

```
result:
x[1]=3.000000
x[2]=-2.000000
x[3]=1.000000
x[4]=5.000000
```

2. Doolittle分解

(1)线性方程组1

①矩阵 L、U

```
matrix L:
1.000000  0.000000  0.000000  0.000000  0.000000
1.125000  1.000000  0.000000  0.000000  0.000000
1.285714  2.666667  1.000000  0.000000  0.000000
1.500000  5.600000  5.250000  1.000000  0.000000
1.800000  11.200000  21.000000  12.000000  1.000000

matrix U:
0.111111  0.125000  0.142857  0.166667  0.200000
0.000000  0.002232  0.005952  0.012500  0.025000
0.000000  0.000000  0.000454  0.002381  0.009524
0.000000  0.000000  0.000000  0.000833  0.010000
0.000000  0.000000  0.000000  0.000000  0.040000
```

②解 x

```
result:
x[1]=630.000000
x[2]=-1120.000000
x[3]=630.000000
x[4]=-120.000000
x[5]=5.000000
```

(1)线性方程组2

①矩阵 L、U

```
matrix L:
1.000000  0.000000  0.000000  0.000000
0.180556  1.000000  0.000000  0.000000
0.777778  -0.151050  1.000000  0.000000
0.208333  -0.013453  0.412134  1.000000

matrix U:
7.200000  2.300000  -4.400000  0.500000
0.000000  5.884722  -2.705556  2.709722
0.000000  0.000000  11.113547  -1.279585
0.000000  0.000000  0.000000  6.359647
```

②解 x

```
result:
x[1]=3.000000
x[2]=-2.000000
x[3]=1.000000
x[4]=5.000000
```

三、结果分析

误差 $\|Ax-b\|$

1. 线性方程组1

①列主元Gauss消元:

```
2-norm:0.000000
```

② Doolittle分解:

```
2-norm:0.000000
```

2. 线性方程组2

①列主元Gauss消元:

```
2-norm:0.000000
```

② Doolittle分解:

```
2-norm:0.000000
```

误差均为0，不好比较，将变量类型double改为float后重新计算:

1. 线性方程组1

①列主元Gauss消元:

```
2-norm:0.0000090599
```

② Doolittle分解:

```
2-norm:0.0000000000
```

2. 线性方程组2

①列主元Gauss消元:

2-norm: 0.0000038147

② Doolittle分解：

2-norm: 0.0000000000

对于列主元Gauss消元，若选择的某列的最大值仍为0，则算法无法顺利进行；当方程组无解时，两个算法都无法顺利进行。

Doolittle分解的误差比列主元Gauss消元的误差小。