

第四次上机作业 实验报告

袁雨 PB20151804

一、实验目的

通过 Jacobi 方法求给定实对称矩阵的特征值。

二、实验要求

使用 Jacobi 方法求实对称矩阵 A 的特征值，矩阵 A 如下：

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 8 & 9 \\ 4 & 7 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

2. 自行生成一个 4×4 的实对称随机数矩阵 A，要求 A 的每个元素均为 $[0, 1]$ 区间内的随机数，且 A 为对称阵。

要求控制精度 10^{-6} 。

程序实现完毕后，应撰写实验报告。

三、实验结果

(1)

每一次迭代后更新的矩阵 A，

以及 A 的非对角元素的平方和 ($\sum_{i \neq j} a_{ij}^2$)：

```

A(0):
1.000000    2.000000    3.000000    4.000000
2.000000    5.000000    6.000000    7.000000
3.000000    6.000000    8.000000    9.000000
4.000000    7.000000    9.000000    10.000000
sum(0):390.0000000

A(1):
1.000000    2.000000   -0.432302    4.981276
2.000000    5.000000   -0.197682    9.217425
-0.432302   -0.197682   -0.055385    0.000000
4.981276    9.217425    0.000000    18.055385
sum(1):228.0000000

A(2):
1.000000   -0.511820   -0.432302    5.343328
-0.511820    0.232929   -0.175589    0.000000
-0.432302   -0.175589   -0.055385   -0.090811
5.343328    0.000000   -0.090811    22.822456
sum(2):58.0781564

A(3):
-0.238095   -0.498610   -0.400646    0.000000
-0.498610    0.232929   -0.175589   -0.115532
-0.400646   -0.175589   -0.055385   -0.186050
0.000000   -0.115532   -0.186050    24.060552
sum(3):0.9758459

A(4):
-0.554016    0.000000   -0.432410   -0.061835
0.000000    0.548849    0.066108   -0.097592
-0.432410    0.066108   -0.055385   -0.186050
-0.061835   -0.097592   -0.186050    24.060552
sum(4):0.4786215

A(5):
-0.803836    0.033071    0.000000   -0.146613
0.033071    0.548849    0.057242   -0.097592
0.000000    0.057242    0.194435   -0.130164
-0.146613   -0.097592   -0.130164    24.060552
sum(5):0.1046654

A(6):
-0.804700    0.032495   -0.000767    0.000000
0.032495    0.548849    0.057242   -0.097785
-0.000767    0.057242    0.194435   -0.130162
0.000000   -0.097785   -0.130162    24.061416
sum(6):0.0616744

A(7):
-0.804700    0.032495   -0.000767    0.000004
0.032495    0.548849    0.056708   -0.098096
-0.000767    0.056708    0.193725    0.000000
0.000004   -0.098096    0.000000    24.062126
sum(7):0.0277902

A(8):
-0.804700    0.032495   -0.000767   -0.000131
0.032495    0.548440    0.056707    0.000000
-0.000767    0.056707    0.193725   -0.000237
-0.000131    0.000000   -0.000237    24.062535
sum(8):0.0085445

A(9):
-0.804700    0.031988   -0.005766   -0.000131
0.031988    0.557285    0.000000   -0.000036
-0.005766    0.000000    0.184880   -0.000234
-0.000131   -0.000036   -0.000234    24.062535
sum(9):0.0021131

A(10):
-0.805451    0.000000   -0.005765   -0.000130
0.000000    0.558036   -0.000135   -0.000040
-0.005765   -0.000135    0.184880   -0.000234
-0.000130   -0.000040   -0.000234    24.062535
sum(10):0.0000666

A(11):
-0.805485   -0.000001    0.000000   -0.000132
-0.000001    0.558036   -0.000135   -0.000040
0.000000   -0.000135    0.184914   -0.000233
-0.000132   -0.000040   -0.000233    24.062535
sum(11):0.0000002
over!

```

A的特征值:

```

lambda(0):-0.805485      lambda(1):0.558036      lambda(2):0.184914      lambda(3):24.062535

```

(2)

每一次迭代后更新的矩阵 A (A (0) 为初始值)

以及 A 的非对角元素的平方和 ($\sum_{i \neq j} a_{ij}^2$) :

```
A(0):
0.683899    0.497742    0.599945    0.495544
0.497742    0.201874    0.404907    0.825256
0.599945    0.404907    0.989075    0.183441
0.495544    0.825256    0.183441    0.161469
sum(0):3.4637875

A(1):
0.683899    0.702326    0.599945    0.007042
0.702326    1.007175    0.417910    0.000000
0.599945    0.417910    0.989075   -0.151497
0.007042    0.000000   -0.151497   -0.643832
sum(1):2.1016914

A(2):
0.124851    0.000000    0.209127    0.005509
0.000000    1.566223    0.700606    0.004385
0.209127    0.700606    0.989075   -0.151497
0.005509    0.004385   -0.151497   -0.643832
sum(2):1.1151684

A(3):
0.124851    0.116357    0.173767    0.005509
0.116357    2.035359    0.000000   -0.080648
0.173767    0.000000    0.519939   -0.128322
0.005509   -0.080648   -0.128322   -0.643832
sum(3):0.1334699

A(4):
0.059300    0.108868    0.000000    0.050446
0.108868    2.035359    0.041068   -0.080648
0.000000    0.041068    0.585489   -0.118119
0.050446   -0.080648   -0.118119   -0.643832
sum(4):0.0730799

A(5):
0.059300    0.108868   -0.004782    0.050219
0.108868    2.035359    0.048528   -0.076393
-0.004782    0.048528    0.596736    0.000000
0.050219   -0.076393    0.000000   -0.655079
sum(5):0.0451758

A(6):
0.053321    0.000000   -0.007436    0.054333
0.000000    2.041338    0.048193   -0.073523
-0.007436    0.048193    0.596736    0.000000
0.054333   -0.073523    0.000000   -0.655079
sum(6):0.0214712

A(7):
0.053321   -0.001480   -0.007436    0.054313
-0.001480    2.043342    0.048175    0.000000
-0.007436    0.048175    0.596736    0.001313
0.054313    0.000000    0.001313   -0.657082
sum(7):0.0106598

A(8):
0.057449   -0.001476   -0.007315    0.000000
-0.001476    2.043342    0.048175    0.000112
-0.007315    0.048175    0.596736    0.001872
0.000000    0.000112    0.001872   -0.661211
sum(8):0.0047600

A(9):
0.057449   -0.001718   -0.007262    0.000000
-0.001718    2.044944    0.000000    0.000174
-0.007262    0.000000    0.595133    0.001868
0.000000    0.000174    0.001868   -0.661211
sum(9):0.0001184

A(10):
0.057351   -0.001718    0.000000    0.000025
-0.001718    2.044944    0.000023    0.000174
0.000000    0.000023    0.595231    0.001867
0.000025    0.000174    0.001867   -0.661211
sum(10):0.0000129

A(11):
0.057351   -0.001718    0.000000    0.000025
-0.001718    2.044944    0.000023    0.000174
0.000000    0.000023    0.595234    0.000000
0.000025    0.000174    0.000000   -0.661213
sum(11):0.0000060

A(12):
0.057350    0.000000    0.000000    0.000025
0.000000    2.044946    0.000023    0.000174
0.000000    0.000023    0.595234    0.000000
0.000025    0.000174    0.000000   -0.661213
sum(12):0.0000001
over!
```

A的特征值:

lambda(0):	0.057350	lambda(1):	2.044946	lambda(2):	0.595234	lambda(3):	-0.661213
------------	----------	------------	----------	------------	----------	------------	-----------

四、结果分析

迭代次数	A1非对角元素的平方和	A2非对角元素的平方和
0	390.0000000	3.4637875
1	228.0000000	2.1016914
2	58.0781564	1.1151684
3	0.9758459	0.1334699
4	0.4786215	0.0730799
5	0.1046654	0.0451758
6	0.0616744	0.0214712
7	0.0277902	0.0106598
8	0.0085445	0.0047600
9	0.0021131	0.0001184
10	0.0000666	0.0000129
11	0.0000002	0.0000060
12		0.0000001

可见，两个矩阵的非对角元素的平方和均呈下降趋势。

lambda(0):-0.805485

lambda(1):0.558036

lambda(2):0.184914

lambda(3):24.062535

|lambda(0)*I-A|:-0.00000002

|lambda(1)*I-A|:0.00000059

|lambda(2)*I-A|:0.00000045

|lambda(3)*I-A|:-0.00004241

lambda(0):0.057350

lambda(1):2.044946

lambda(2):0.595234

lambda(3):-0.661213

|lambda(0)*I-A|:-0.0000000007

|lambda(1)*I-A|:-0.0000000905

|lambda(2)*I-A|:-0.0000000004

|lambda(3)*I-A|:-0.0000000296

计算 $\det(\lambda I - A)$ ，均近似为0，可见求得特征值为 A 特征值的近似值。