# 关于自然数全加和的另一种算法-续

先前讨论了自然数全加和的由来，

把它做成由宽度为1，高度为的直方图，并将其卷曲为一个类圆柱，我们要知道这个类圆柱的体积。因为侧面积就只有直方图的面积，所以对其升维，将这个二维的面积升维到三维里面，同时充当圆柱的高和底面周长。这样做是因为低维的无限累加的结果，在高维中无论如何只能具有有限的数值，不然就无法在高维形成闭合以保证周期性，若没有了周期性，就无所谓最终度量的结果。具体来说，就是，

它不同于一般的梯形面积公式，

是因为就意味着低维空间的极限已经达到，若再增加1，则会在低维出现回环，此时，

由于低维只能提供面积而高维需要侧面的宽度和高度，我们就将这个面积同时作为宽度和高度的数值，其中，高度为

也就是时，最高和最低位置之间的差值；底面圆周的长度为，

这两个数量如此取值，也是因为

已经是周期，所以所有的数量都得往回退一格。所以实际上我们就得到了，

当，

还有就是，

对于，

对于

所以0和1不是的有效取值。剩下的

需要指出的是，以上取值是在

的前提下获得的，所以2和3的单位不是1，而是，也就是说，相对于低维的单位1来说，

由此相对于低维来说，类圆柱的表面积为

这里的在高维的体现为

所以类圆柱的表面积换成高维的数值就是，

可见，用这种方式计算类圆柱升维之后的表面积，就获得了由为单位的高维的类圆柱的体积，此时可以将当作高维的单位1，体积的高维数值就是12。

根据低维无限在高维中具有周期性，可写出，

解得，

也就是说，自然数低维全加和作为面积（单位为）对应于在高维空间中的数值为高维单位的，

仔细看升维是如何实现的：我们把直方图的面积分别对应到高维周期中相互正交的两个方向，也就是分别把2维先压缩到1维，然后让两个1维再正交构造二维，这其实就是用先前的两个2维构造4维，然后再将其中的一个维数下降为常数，这就构造了三维空间中的具有体积的实体。