# 再论圆周率

从我第一次看到所谓的“外星人程序”，到现在已经17年了。当时用三行代码计算出圆周率前800位的能力，让人眼前一亮。这个能力来自于如下给出的圆周率的展开式。

这个数值的一半可以写成，

这个形式不难让人想到自然对数底的展开式，

而它的极限形式为

那么，此处我们要提出的问题是，关于圆周率（或者它的一半），有极限形式吗？

考虑关于的通项形式，

以及的通项式，

这个形式让我们想起用牛顿迭代法，求方程的跟，比如

用牛顿迭代法可以写成，

给出一个不为0的,然后不断的将结果代入上式，最终可以求出关于的稳定值。

若我们已经求得，

那么我们就可以写出求根方程的稳定形式，

或者说，

考虑自然对数底的通项，

当，几乎可以忽略不记，由此略大于1，而这个结果并不影响接近于0，它的值仍然可以忽略不记，所以在时，可以写出

平移下标，

可见，

这说明相邻的两个具有链式关系。

让我们来考虑的情况，类比于,

令

再考虑另一种情况，

所以对于半个圆周率，存在两种不同的归约方式（说明展开式的嵌套项具有交错性），

如果令，

则有，

由于

所以得到

可知两者相等是不可能的。

尝试将两者相乘，

可见相邻的两个之间没有链式关系。所以恐怕无法写出关于圆周率或者其一半的极限形式。