# 再论圆周率

从我第一次看到所谓的“外星人程序”，到现在已经17年了。当时用三行代码计算出圆周率前800位的能力，让人眼前一亮。这个能力来自于如下给出的圆周率的展开式。

这个数值的一半可以写成，

这个形式不难让人想到自然对数底的展开式，

而它的极限形式为

那么，此处我们要提出的问题是，关于圆周率（或者它的一半），有极限形式吗？

考虑关于的通项形式，

以及的通项式，

这个形式让我们想起用牛顿迭代法，求方程的跟，比如

用牛顿迭代法可以写成，

给出一个不为0的,然后不断的将结果代入上式，最终可以求出关于的稳定值。

若我们已经求得，

那么我们就可以写出求根方程的稳定形式，

或者说，

考虑自然对数底的通项，

当，几乎可以忽略不记，由此略大于1，而这个结果并不影响接近于0，它的值仍然可以忽略不记，所以在时，可以写出

平移下标，

让我们来考虑的情况，类比于,

令

类比于

以及

所以我们猜测，

这可能就是圆周率的一半（）的极限形式。

由此看来，

与，

是同类的无穷单位。似乎可以认为，是模式的一种应用，

的无穷小比的无穷小在每一个层次上都大1个单位，而幂次互为倒数。

再回头看细节，

这显然是两种比率，那么它们是什么的比率？显然是无穷小数量的比率，也就是说，

可见对于自然对数底，无穷小个数的比率是逐一递增的，而对于圆周率的一半来说，无穷小数目的比率是按照二比一递增的，其中余量的个数总是1。这就像是，圆周率的一半在次迭代的前提下，总是这样一个比率：横向长度加上纵向长度加上一个原点的长度，比上横向的长度加上原点的长度。

再回到，

以及

看指数为，我们知道，

如同-1是一种单位，对于来说，

是一种单位核，对于来说，

是一种单位核，对于来说，

是一种单位核。

将指数统一到，考虑三个常数展开式的最后一项，

这个值就是四分之一圆周的长度：