# 再论洛伦兹变换

坦白的说，洛伦兹变换是对于（狭义）相对论效应的误导性的解释，原因由下文详述。

下图给出了洛伦兹变换的形象描述，

考虑一列火车（称为惯性系），以相对于站在0点的观察者（称为惯性系）相对速度为，自左至右驶过0点，此时在火车上从左至右发射一个光子，经过一段时间之后，光子到达位置，而这个位置，则是火车所在惯性系的对应位置。光子从0点出发，到达位置，和到达位置是同一件事。而得到和，两个（显然）不同的结果，（显然）是因为在两个不同的惯性系中分别观察而得到的。

依照上面的图像可以写出如下方程组，

不难发现，若仅考虑宏观低速的情况，则可以按照伽利略变换中任意时空的时间流逝的速度都相等，则可以得到，

代入方程

这两个方程其实是同一个方程的两种写法（移项并交换两端即可看出）。

从上述方程组导出洛伦兹变换，只需各自在方程右侧加上一个比例系数，为区分伽利略变换，我们要求，

从经典洛伦兹变换的视角出发，加上这个比例系数是根据狭义相对论原理：一切物理定律在所有惯性系中都是等价的（具有相同的形式）。具体来说，就是相对运动的两个惯性系A和B，如果A认为自己的一米长度是B的一米长度的80%，则B也会认为自己的一米长度是A的一米长度的80%。

一切物理定律在所有惯性系中都是等价的，这个基本假设并无问题，但后面的“举例来说”，却是一种错误的解释。确实有可能，在时间单位不变的前提下，A认为自身单位长度是B单位长度的80%，同时B也认为自身单位长度是A单位长度的80%，但这只能是“认为”，而不是“事实”。那么事实是如何被误解的，又是因何被误解的，让我们继续讨论。

考虑方程，

分别提出，

可见在两个方程中，都被定义为两种长度的比值，而且它既可以表达与之间长度的比值，又可以表达和之间长度的比值，或者说具有，

的形式，同时也具有

的形式，而且两者同时存在并不冲突，也就是说，计算比值并不决定表达式的形式（当然数量的大小也不影响惯性系的等价性，因为根据狭义相对性原理，物理定律的形式并不决定于代入它的数值）。

所以在，

中假定右侧必须都是乘以，才能满足“形式不变”的要求，是没有看到作为两数比值的本质，而这个本质无论从表达式本身还是从物理现象中都可以体现出来。

所以事实上，若要方程组保持“物理定律在不同的惯性系中保持不变”，并不需要都乘以比例系数。若我们让其中一个乘以（是比值），另一个方程乘以的倒数（也是比值）也一样符合这个要求，因为

以及

也就是

和

具有同样的形式。

现在让我们看看这种情况，

分别展开，

最终得到，

这个结果指出，只是两个惯性系时间的线性比值，若我们再引入不变的光速，则可以得到

也就是说，是两个惯性系长度（或者长度单位）的线性比值。回到宏观低速情况，也就是

这就是牛顿时空观，因为此时，

不难发现，这样写出方程组之后，两个惯性系之间就呈现出极为简单的线性关系，而不是像经典洛伦兹变换那样，要引入二次形式（平方和开方）。而且这种表达，和伽利略变换是可以直接兼容的。根据奥卡姆剃刀（简单有效）原则，这个形式显然要比经典洛伦兹变换的形式更为简单有效。

反过来说，要求右侧必须都乘以系数以保证“物理定律的形式不变”这种做法，反而使得问题变得复杂而且拧巴，还进一步造成了“火车穿洞”等问题无解：火车和隧道相对运动，相对运动的尺会缩短，那么到底是火车的尺会缩短还是隧道洞口的尺会缩短，就决定了火车是否可以穿越隧道的结果。显然经典洛伦兹变换对这个问题的解答是无能为力的。而火车或者可以穿过或者不能穿过，它是一个经典力学问题，而不是一个量子力学问题，所以能否穿过是可以通过实验确定的（实验结果显然是能够穿过的，尺缩效应只在火车上发生，而不会在洞口上发生）。

根据上面分析可以看到，右侧的系数是而不是，整个问题的复杂度会下降一个维数，而且和伽利略变换具有很好的延续性。但是为什么不用倒数也能得到实验的支持呢？

这才是问题的核心：因为在某些条件下，

看到这样的写法，我们马上就会想到，

当然其中不可行，只有

而这就退回到了伽利略变换。但是不要忘记，本身是一个比值，我们总要考虑到

也就是说，我们要的不是，而是和在什么情况下，它们的比值才能等于其倒数，

而这时候仍然得到

似乎又是一条死路。

然而事情到此并未完结，因为我们还有虚数单位没有尝试，比如令

也就是说，和分别取两个数值并不相等的虚数单位（参阅论文《虚数单位的意义》），那么可以看到，

上面的结果，我们可以这样理解：我们知道，虚数单位（及其倒数），或者代表很大的数，或者代表很小的数。当我们使用两个虚数单位做比值的时候，或者它们都很大，大到它们的大小差异可以忽略，或者它们都很小，小到它们的大小差异可以忽略，那么它们的比值，和它们比值的倒数就可以相等了（都等于1）。也就是说，当我们谈论的不是伽利略变换()，却仍然可以得到，

并获得实验的支持，则可见有这种可能，就是构成这个比例数值的相比的两个数量，或者都很大，或者都很小，而这样的数，我们通常用虚数单位来表示。其实不仅仅是虚数单位，我们知道，

所以也有可能，

这样看上去还是

只是我们需要知道这里的和，意味着虚数单位的四次方，它不是一个很小的数，而是一个非常大的数。那么构成的到底应该是一个很大的数还是一个很小的数呢？

让我们回到，

我们知道这里的和都不是很大的数，所以和更倾向于是很小的数（判断很大的数的比值和很小的数的比值是否相等是非常容易出错的，所以原则上来说不这样做），而且可以写成，

这种形式就像是说，3英寸等于7.62厘米，也就是数量和单位的乘积的对易方程（注意：这里的和的单位都是米，而不是和。和表达的是米和某种更基本的单位之间的比例关系，这说明某种更基本的长度单位必须存在。）。

由此，我们可以将理解为系的长度单位，它应当是一个非常小的数，而把理解为系的长度单位，它也是一个非常小的数。

代入，

得到，

类比于，

从时间和长度的倒数关系来看，这里的和也不是单位，而是单位的数量，所以可以推断，时间和长度的单位在此前提下可以相等。

有了上面的讨论，此时我们已经可以做出判断，经典洛伦兹变换的形式，

显然可以，但不是只能如此。另外它会造成速度的数值绝对不能超越已知光速数值的误解，而实际上，若只论长度和时间的比值，这个结果并不受到任何限制。

在引入虚数单位的深入理解之后，我们给出洛伦兹变换的精简形式，

求解方程组可以得到，两个惯性系之所以出现相对运动，体现为特定相对速度，是因为两个惯性系具有不同的时间以及不同的长度单位。两个单位的比值就是或者它的倒数，这个数值之所以和其倒数相等，是因为两个单位都特别的小。虽然数值都很小，但它们只有线性关系，不涉及复杂的二次关系，由此也不存在平方开方以及所谓超光速产生虚数时间的问题。

还有一个问题：既然两个方程组都（可能）是对的，那么为什么还要提出精简形式呢？答案在于，经典形式来自于我们观察相对运动的两个物体而得到的经验做出的判断，但由于我们不能同时在两个相对运动的物体之上所以两个极小的单位到底谁更小，我们做不出有效的判断来（由此才出现了，这样的误解）。但是，若我们自己要进入高速运动的状态，我们就必须做出有效的判断，否则我们甚至无法实现这种高速运动（因为不相信）。即便极其微小，终究我们必须认识到这种差异真实存在，这是我们可以实现远距离星际旅行的理论以及信念基础。所以精简形式终究要代替经典形式，我们才有可能突破“光速屏障”，用更少的时间，去更远的地方。

最后必须确定的是，长度单位变大，两点之间的距离就显得短；时间单位变大，走过单位时间以及所有时间就显得慢。而那个没有变过的，比如静止的观察者，是不会体现出所谓相对论效应（尺缩钟慢）的，而那个惯性系之间的数量上的“对称性”，并不是真实有效的（两数相比的形式对称性才是真实有效的）。这就是经典洛伦兹变换的谬误之处。

问题似乎至此已经得到解答，但新的问题也由此引发出来。

从动尺变短动钟变慢的角度理解，若有什么东西开始相对于原来的状态而被加速，那么我们就应该认为它所在的空间长度单位就会变大，由此其度量的空间长度数量就会变小。就像是，尺的刻度变宽，刻度的总数就会变小，而这个变宽的刻度间隔未被察觉，就只剩下了刻度总数变小的效果，而这就是尺缩效应。

可是新的问题在于，速度不仅有大小还有方向，难道只有特定方向上的速度是更大的？火车自左向右的加速使得尺缩效应出现，那么自右向左的是不是减速？尺缩这时候是否应当是尺胀？在这个问题上，显然经典洛伦兹变换的处理方式更为合理。

但是上述讨论，我们忽视了一个问题，就是，

成立的条件：这个条件要求构成比例常数

中的两个单位长度都很小，而且差不多大。差不多大的时候，就接近伽利略变换可以应用的条件，而洛伦兹变换的应用条件已经不是宏观低速，而是微观高速。也就是说，两个单位长度相差甚远。相差甚远的时候，本身就变成了虚数单位（或者它的倒数）。而此时，

如果只考虑绝对值，则又是

所以微观高速的情况下，经典洛伦兹变换“不小心”又成立了。

回顾一下，

得以成立的条件，第一类是构成比例常数的两个数都很小（理应如此），于是上式成立了；第二类是构成比例常数的两个数相差甚远，由此使得本身就很小或者很大，这使得上式又成立了。而这种使得上式成立的条件皆依赖于构成它的数值的大小，这本身就违背了物理定律的表现形式不随数量改变的原则。所以不管是宏观高速还是微观低速，都不应当使用这个方程。也就是说，不应当使用经典洛伦兹变换：它只是数量差异造成的幻觉。由此来说，

就不应该也不可能被转换为

的形式。

总结来说，虽然不管是宏观低速还是微观高速，构成比例常数的两个长度单位，总是能够保证，

由此让我们写出一个拧巴的方程组，

但无论如何，物理定律的形式都不应取决于数量的大小和比例关系，这就决定了这个方程组在特定情况之外的绝大多数情况下都是错的（不具备普适性）：如果单位长度的比值不大不小，上述方程组就会失效。

而无论数量如何变化都符合不变性原则要求的方程组，就只有，

也就是精简版的洛伦兹变换方程组才具有我们要求的普适性。

从上述分析也可以认识到，所谓宏观低速运动，指的相对运动的两个惯性系之间的长度单位都很小，但大小相近；而所谓微观高速运动，则指的是相对运动的两个惯性系之间的长度单位都很小，但大小相距甚远。而速度越高的，越接近光速的，单位长度和单位时间的大小就越大。

回顾，

对于时间来说，第一个方程相当于以秒计算的时间乘以一个单位，结果等于另一个以秒计算的时间乘以另一个单位。而以秒计算的时间本身就含有了秒这个单位，那么后面的单位又是什么意思呢？单看左边，

可以认为是除去单位之后的时间数值和单位的乘积再经历的比例缩放之后得到的结果。那么设

可见指的是某个更为基本的周期和单位1秒的比率。若钟慢效应即变大，也就是变小，则必定有变小，也就是说，某个比1秒更为根本的时间单位变小才是钟慢效应的原因。这个时间单位，我们用字母来表示周期性，而它的倒数则为频率，

所以周期的变小，或者钟慢效应是频率增大的结果。对于长度单位也是成立的，所以尺缩效应的本质也是频率增大的结果。

从和的正比关系可以看到，长度的缩短，根本原因就是长度单位的缩短而时间的缩短也是时间单位的缩短（体现为变慢）。

有了上述理解，再让我们看看为什么光速不可超越。

我们知道对一个物体加速，等价于使得其长度单位以及时间单位变小，那么那个未曾变小国的，就是最初未被加速的。而这个数值，我们称其为，

使用字母让这个数值看上去像是光速，它实际上也就是标准的光速。因为其它速度都是以及缩小之后导致的，所以最大的就只能是这个标准的光速本身。

而某个惯性系也一样具有这样一个单位长度和单位时间的比值。

同理惯性系具有

其中

可见这种速度或者说单位长度和单位时间的比例关系对任何惯性系都是成立的。不仅如此，对于惯性系而言，和的比例关系也总是一个常数，或者说就是本身。所以无论是还是变小了，另一个也随着变小，而则不会变化。也就是说，

上面描述的是每个惯性系自身的情况。而惯性系被放在一起观察，就会出现相对运动。惯性系之间的差异，是单位长度和单位时间的差异，这种差异不论是否被观察到都是客观存在的。

我们试着把这种差异写出来，

不难看出，这个结果显然是0。

两个惯性系同时被观察的时候，单位长度的差异就会显现，而单位时间的差异会被忽视：因为观察者不可能同时存在于所有的被观察的惯性系上面去体验每个惯性系的时间流逝，而观察者只能以自己的时间流逝来理解所有其它惯性系的时间流逝。

此时观察者所看到的两个惯性系的时空单位关系，就不再是，

而是，

此时两个惯性系的差异，

这就出现了不为0的相对速度大小（不考虑方向）。

就算我们不引入观察者，而只是让惯性系和彼此观察，情况也是一样的，比如从观察,

或者从观察，

由于不知道对方或者被观察者的时间单位缩小的情况，就只能使用自己的时间单位代入到运算之中，或者说，无论如何观察者都只能这样认为，这就产生了不为0的相对速度。显然这个相对速度也不可能到达，因为长度的缩短不可能缩短到0。这便是相对速度不可能达到光速的原因。

现在让我们只观察惯性系，此时并没有惯性系，当然也可以有相对速度，这个相对速度，就只能是和某个光子之间的相对速度，而这时候我们一般不说它是的相对速度，

我们可以定义一些名称：称为标准绝对速度，称为惯性系的绝对绝对速度，称为惯性系的相对绝对速度，称为惯性系和惯性系的相对绝对速度或者绝对相对速度。

我们在观察一个高速运动的物体，比如一个飞船，会认为它具有尺缩钟慢的现象，但是若我们站在飞船上面，却丝毫不会感觉到任何尺缩钟慢的现象，这是因为这种尺缩钟慢同步发生而彼此抵消掉了，只有在最开始彼此对齐而后又发生了相对运动的这种情况下，狭义相对论效应才有意义，它也可以被认为是观察者对所观之物的运动状态变化的一种“误解”。

这就是为什么惯性系之间的相对速度不可能超过光速的原因：惯性系自身的单位长度和单位时间彼此成正比变化，比值恒定；单位长度和单位时间最大为特定数值，而随着加速过程的发生，单位长度和单位时间等比缩小，而相对速度是在单位时间被假定不变而单位长度缩小之后被体现出来，显然单位长度不可能缩小到0（这里讲的是真实的0，而不是无穷小的对应物），所以单位长度的差值永远不会达到最大的特定数值，由此来说，相对速度为光速则永远不可能实现。

相对速度为光速永远不可能实现的论断，是在彼此观察或者彼此交互作用的基础上得出的。若惯性系不观察或者不和以及交互作用，或者自身的单位长度和单位时间也就没有变化或者被比较的理由（惯性定律）。即便彼此观察，最终决定单位长度和单位时间的也不是观察者而是惯性系自己。所以无论是还是，总有足够的能力去改变自己的单位长度和单位时间。既然如此，我们是否可以得到相对速度为光速的情况呢？

再次考虑惯性系的相对绝对速度，如果的单位长度已经小到标准单位长度的虚数单位分之一，那么就相当于它的单位长度达到了一阶无穷小（就是现实中的0），

也就是说，此时惯性系的相对绝对速度（或者绝对相对速度）就是光速。如果观察者自身存在于惯性系，那么观察者显然不会认为自己的相对速度是光速，而是会认为那些单位长度是自身单位长度的虚数单位那么多倍的，就是光子。事实上反过来，那些单位长度是自身单位长度的虚数单位分之一的，也是光子。

由于频率可以无限提升，单位长度原则上可以无限缩小，单位长度在达到了虚数单位的倒数之后，还可以继续缩小下去；单位长度达到虚数单位的倒数倍的标准单位长度之后，相对绝对速度就已经达到了光速。进一步缩小下去的情况，若按照顺接的原则，显然已经超过光速，甚至可以超过光速非常多倍，但最终都只能体现为光速。所以说并不是光速不能超越，而是那些超越光速的不会被体现出来，至多只能以光速体现出来。

为什么微观粒子加速也无法达到或者超过光速，这个问题实际上已经给出了解答：用经典洛伦兹变换来计算或者使用基于经典洛伦兹变换的实验来测量，结果就一定小于光速（比例常数是拧巴的）。若使用精简洛伦兹变换来计算和测量，则结果就至多等于光速，不可能超过光速，因为这就是我们理解相对速度的方式。至于频率的提升是否可以达到虚数单位倍以至于单位长度可以收缩到标准单位长度的虚数单位分之一以下，则只能按照具体情况具体分析了。

## 距离-时间 模型

为了进一步解释光速不变的原因，让我们考虑如下模型。

所谓速度，最基本的含义是单位时间经过的位移，或者说单位时间和单位位移的对应关系。而一个不变的速度，意味着单位时间总是对应一个不变的单位位移。单位时间是一个抽象的概念，但我们也可以将它对应到一个特定物理量上面，比如说一个电性振动（电子）的周期或者一个磁性振动的周期。

那么位移呢？或者说在微小尺度上的距离呢？我们用什么物理量去对应呢？

这个问题可以这样处理：既然存在电性和磁性振动，那就一定也存在其它频率的振动。而相同频率的振动不可区分，可以被认为是在“同一地点”，不同频率的振动则可以区分，可以被认为是在“不同地点”，那么我们就可以振动的频率差异来对应一个微小的位移了。也就是说，时间用振动周期来度量，位移用频率差异来度量，那么位移以及绝对速度就可以写出如下形式，需要指出的是，由于微小长度意味着频率相近，则周期也是相近的，所以可以认为，

不难看出，若只是这样写，则结果是一个平方倒数的形式。要保持这个结果基本上不变，也是可以的，但要求和总是不变，可是这一点和为有效的位移存在矛盾，也就是说，的结果会出现摆动。

现在让我们再尝试一种情况，我们让，

或者说，

也就是下一个周期的长度是这个周期长度的倒数，也就是这个周期的频率，

可见在这种情况下，周期越大，结果就越接近于1。但需要指出的是，

当特别大的时候，就特别的小，特别小的时候，就特别大，所以每一次递推，都由两个阶段共同完成，而差异（新数值）比上原数值，结果略小于1，则要求序列的数值逐渐减小，只是在比它的倒数大得多的时候，减小并不明显。

现在让我们假定存在两种周期规律，分别表达为和，其中，

则可以写出，

可见如果两者都比较大，则

但是如果时间用，而长度用

此时的绝对速度，

比如

计算可得，

而差值，

这个数值更接近于0.99（对应于接近于光速）。

上述模型，解释了不管是什么惯性系，其光速都是一样的（接近于）1，同时因为其数值为1，在米秒制中米和秒的关系就是1秒对应于299792458米。但是不同的惯性系，周期不同，周期更小的惯性系在周期更大的惯性系中体现为较小的绝对速度以及较大的相对速度。虽然周期更小和周期更大的惯性系相对于自身的绝对速度也都为1，但是作为时间序列，周期变短的速度却不一样。

让我们再考虑如下情况，如果

则可得到，

这几乎是光速的5倍，但是，我们不会这样看，而是会认为，

计算可得，

这个数略小于0（可认为是方向相反的运动），

这个数略大于光速，但是略大于的部分会被忽略。产生这种情况的原因在于，我们总是把互为倒数的两个数值中较大的一个作为时间单位，而把较小的一个作为长度单位的基础（位置）。观察者会认为出现了略微超光速的情况，但是作为粒子（振动复合体）本身并无所谓超光速，但是两点之间的距离变短了，而自身的单位时间变长了，这就显得用更少的时间走完更远的距离，也就是说，速度的提升是和时间或者距离呈平方关系的。下面的表达式给出了假定单位时间相同，位移之间的关系：单位时间相同而位移更小的空间中长度更短，在这种空间中运动的速度就显得更快了。

另外粒子的“感受”和观察者的“感受”也是不同的，观察者认为粒子的速度提升只有500倍，而不是2500倍，这相差的5倍，则是因为单位时间的比值为，

由上述分析可知，那些的，总是在以实际上多倍光速的速度运动，而其体现则是略微大于标准的光速，并且数值越大越靠近光速。这些振动可以被理解为“光子”，周期越大频率越低，越向长波方向扩展。

遥远星系传过来的光子，若被看到，不应被理解为不变的光速传播了超远的距离，所以事件发生在遥远的过去，而是应当被理解为，这些光子以超光速多倍的速度更快的到达了地球。而对于遥远星系来说，这些光子就是它们的低频振动，这说明遥远星系的振动频率要远高于我们的世界的振动频率。而那些和我们世界振动频率相近的世界，它们所发出的光子确实需要更长的时间才能被我们收到。同理若我们的世界发出的光子要让和我们世界相近的其它世界收到，则我们发出的光子的频率要提升到一定的高度，这样的话，传递一段时间之后，频率才不会太低而无法辨别。这是因为整体上来说，所有的一切的频率都在提升（周期缩短），如果发出的光子频率太低，则会被经过的空间的频率追上，进而淹没在时空里面。频率越高的频率增长越快，物质的频率显然高于光的频率，所以物质的频率增长更快，而光子（在频率是）会被落在后面，最终因为波长过长而消失在真空里面。

周期和频率的倒数关系，以及周期必然减小频率必然提升的规律，也导出了必然存在相反的两个世界或者对世界完全相反的两种认识。其中一个世界以周期缩减，频率提升为本质，另一个世界则以这个世界的周期增加，频率下降为本质。但是对于这个相反的世界来说，周期就是先前世界的频率，频率就是先前世界的周期，也就是说，对于相反的世界，周期仍然缩减，频率仍然提升。就像两列火车相向而行，而且任何时刻相对于假定静止的对方来说都在加速，但是若考虑运动的方向，则都是向着相反的方向加速运动（所谓“堕落”）。

## 修正和扩展

回来考虑，

从周期和频率交替出现的角度理解，分母上用一项来表达周期并不充分，因为还有一小部分的时间没有计算在内，这一部分就是频率对应的时间，所以完整的方程应写成，

考虑分母中出现

的形式（其周期性已经保证了无需讨论），不难发现这里的周期确实就是虚数单位，而分母实际上等于0，

回到，

可见周期长度在分母上延长，在分子上缩短，下半个周期中，频率和周期交换，

若较大，则较小，其倒数较大，分母不会发生变化，但分子会变成负数，所以可以得到，

也就是说，在全周期的前提下，如果能保证，

单个周期的前后两个半周期的综合结果为0。所以看上去像是，单位时间试图不断增加（分母上），单位长度试图不断缩短（分子上），但若考虑另外半个周期，则在反向发生同样的事情，也就是说，两者的效果可以互相抵消。数学上如此，但物理世界中，是否能够抵消可能要决定于某种振动的数量和分布情况了。

再考虑，

函数图像为，



虽然这里给出的函数图像并无周期性，但是不难想到，当自变量或者的时候，函数值的极限都是+1，也就是说，这个函数的数值在两个极限上相等的情况，把横轴的两端接在了一起。这个函数具有在无穷范围内的周期性。当然不会真的无穷大（只能是数值比较大）而且也不取得真正的0（只能是数值比较小）但是函数本身可以保证任何大小的都符合相同的规律。换句话说，由这种方式构造的世界具有周期性，虽然起初的时候具有较大的导数，看上去和其它时候不太一样，而后来的曲线比较平缓又总是可以保持，但并不因此失去全局性的周期性。

这个图像最终看上去会像是一个不会衰减（所以不停止）的“打水漂”画出的曲线，那些最低点（数值为-1）都在落到水中最深处的位置上，最高点（数值为+1）在正负无穷相接的位置上，而0点只有两个，分别在上。

相反的情况，方程只需要增加一个负号，

而图像颠要倒过来，



不难看出，相反的图像中靠近0点的部分，用来解释宇宙开始时刻的频率和密度最高以及后来不断下降的情况是非常合适的。

由于存在对周期和频率完全相反的两种理解，我们自然可以导出存在两种相反的粒子，一种粒子，两种粒子的相反就在于一种粒子的周期是另一种粒子的频率，我们用50%占空比的方波来表示，

比如在相同时刻，正性粒子处于高频状态，它此时的周期就比较短（接近于0），同时负性粒子处于长周期状态，它此时的频率就比较低（接近于0）。上图表达这种情况，但是对于不同正负性质的粒子来说，波峰和波谷是完全不相等大的，波峰几乎占据全部空间，波谷则几乎完全不可见，但为了两者可以画在一起，用了波峰波谷等长的形式。而真实的波形更像是纵波（疏密波），波峰波谷疏密相间，交替出现。

既然两种粒子可以交换，我们就可以考虑，把所有的都换成，也就是使用相反的粒子来实现频率和周期的对易。

终究我们希望的是获得更大的光速，但是更长的周期并不是我们希望的效果，我们希望的效果是更短的周期，达到更远的地方。更大的频率差异以及更小的周期才是我们需要的，这就意味着更高的频率。

我们用和它的倒数构造了一个由两种极性构成的系统。事实上，我们还可以进一步用同样的原则来构造系统，比如我们把作为一个周期，也分成两个部分，

（注意：从数学的角度上理解，很小但不能小于2，否则无实数解。无论大还是大，另一个只能更小。比如，则可以确认 *，*有实数解，比如，，则和可以等于1.73和0.37。所以的初始值必须有范围，而这个范围是，这也说明了电性振动的二元性或者极性存在的原因。但若从物理的角度上理解，必有单位，只要这个数值是单位的，结果就可以接受，而也并不需要严格的基于这个单位，因为所谓倒数在这里只有象征意义，另外既然引入了虚数单位这种结构，超圈的结果，也就是复数结果，也是完全可以接受的）

这就可以构成一个双层的系统，

这个双层的系统，若要计算绝对速度（光速），我们首选使用最简单的方程，已知，

现在已经知道，对于电性振动来说，它的周期只占完整周期的一半，所以全周期的形式为，

可见在这种形式下，

且不会发生任何变化，也就是说，由二层系统自发实现的绝对速度是稳定不变的。

现在让我们用

从结果来看，

可以进一步扩展，

把换成我们常用的长度，并加入电量和电势差

不难看出，

也就是我们熟知的，

由构造法，我们指出，光速表达式对应的是二层系统，其中电性振动周期为，磁性振动周期为，且有如下关系，

事实上并不需要这么严格，

都可以符合要求（如果更小，小于，就无法对“一阶无穷小”积分了）。仔细看加入电量和电势差的这个部分，

由于

可以认为，对于电性振动，长度是由物理量表达的，周期是由物理量来表达的。但是这种想法显然和电势差这个概念相冲突（频率差意味着位移的长度而不是时间）。我们知道真空磁导率和介电常数都是用于电磁转换的物理量，所以它们本身必须携带电和磁两种振动的综合属性，所以我们应该把这个关系交换一下，即可得到如下关系，

也就是说，电性振动的长度对应于电势差，电性振动的周期对应于单位电荷的电量，磁性振动的长度对应于单位“磁荷”的磁量（这里显然不能再是电荷），而长度对应于“磁势差”。磁荷以及磁势差显然要更小，但是减小是按照比例缩减的，所以二者的比例和电荷于电势差的比例一样，

由此即便加入了和由于是按照比例同时加入，而且成组相除，所以并不影响光速的计算结果。

我们知道磁荷出现在周期的余量，也就是这个时段中，所以它显然不可能在宏观上体现出正负的二元性，因为二元性体现于，

为了表达电性振动的周期和频率，以后我们将和特指电性振动，和则指一般振动。

考虑到则所以可知在磁性振动的更高频率上，是没有所谓的常规的二元性的，可是在那个层面上也会有那个层面上的二元性，或者说，更为精微的二元性。但这种二元性在电性振动或者宏观层面上是不容易体现出来的。

现在让我们进一步考虑更精微的情况，

（注：此处的指的是，即引力，在后文有具体解释）

有一种振动，其周期的长度要小于磁性振动周期的倒数。这里需要说明一点，因为本身就很小，它的倒数一定非常大，这个倒数可能会大于，到底是否是这样，决定于我们如何选择1的大小，为了避免混淆，我们暂时认为此处的1不同于和之间的1，此处的1，应当相当于，

若使得方程有实数解，则需要，

如果

为复数，具体情况尚未可知。这样写出的方程太复杂，让我们换成频率试试，

可见非常之大，则非常之小。但是根据频率和周期可交换的原则，互补空间的周期也可以非常小，而频率也可以非常大。

需要说明一下这里的计算规则，比如

二者的乘积如何计算？这里需要我们先假定一个基频，比如

也就是说，两个频率的乘积，需要去掉一个单位。所以如果用米秒制的话，的频率如下，其中的数值待定。

因为是电性振动周期的倒数，而又是的倒数，不难想到可能具有电性振动的性质。但是要知道，周期约为二者的倒数的乘积，它显然也不具有常规意义上的二元性（也就是正负电性）。

在我们知道的场物理量中，除了电场和磁场，就是引力场了，显然这里的指的就是引力场的振动周期（不是广义相对论中的张量）。

让我们再用虚数单位演算一下，根据，

假定

又知道，

还有，

由此可以列出，

对应的频率，

可见从到除了作为单位1，尚未求出之外，也就是虚数单位在一个周期之中的所有情况都已经出现（对应频率也符合），在这个周期中不会再出现其它新的力场了。由此也确定了就是引力场的周期。

由此，调节引力场频率的方法，我们也一并找到了，就是分别调节电场和磁场的频率，并保证二者可以相乘（必须基于时序上的逻辑与）。比如在改变电场的基础上再改变磁场（），反之亦然，这显然就能实现改变两者乘积的想法。

为什么引力场是“引力”场呢？从特别大，特别小，其对偶场的特别小特别大可以知道，对于电性和磁性振动来说，它们（或者其对偶场）都追求更小的周期和更大的频率，而引力源给出的“特别”性质，正好可以满足它们的要求。引力源在自身提升的过程中所画出的轨迹，就可以诱导电性振动和磁性振动遵循这个轨迹。也就是说，实现牵引效应。由于特别大或者特别小，所以它没有极性，而且它的（对偶场的）尺度还小于磁性振动的尺度，所以必定电磁通吃。不仅如此，它也会收到更“特别”的振动的牵引，而那个更为“特别”的，必然是“特别大特别小”而且也具有对偶场，从这个角度来理解，就可以涵盖所有场的本质。引力由此而言，必定是“万有”的。

让我们再来一次，用更为物理的方式。

我们先假定一个时间，它是一个微小的时间单位，比如

这个数是任意给定的。由此，可以得到一个频率单位，

再给出一个长度单位，

这个长度单位就对应于这个频率单位，

这里的单位虽然是频率单位，但要知道，这也是频率差的单位，1米的长度相当于的频率差异。

然后写出方程，

这时候我们认为只是纯数，它给出了的倍数，所以物理形式为，

也是一样的，

此处有

而和在数值上的差别，已经用

来消除掉了，所以单位长度的倍数，就是单位频率的倍数，于是有

所以绝对速度，由于很小，的数值就可以比较大，而它的倒数就可以比较小，所以，

对于来说，我们需要更小的单位不然会很快饱和，假定，

由此的取值范围就扩大了倍，

可见这个方程的物理形式只和有关。而是我们任意选取的。也就是说，光速的数值符合人择原理。再考虑，

我们引入

进而可以写出，

解出频率形式，

其中和完全可能是互相定义的，而这时候，

根据经验，我们知道的数值特别大，因为很小，所以假定

和假定

并无特别大的差别，可能前者更大一些。所以我们暂时假定结果为1，也就是的乘积特别大，而不是趋近于1。

此时，

可见也是常数，它也符合人择原理。光速这个物理量的数值对应的平方，而重力场的周期这个物理量的数值决定于物理周期单位或者频率单位。但是我们也看到了，无论是还是，都是我们自己定义的。可是，我们为什么要这么定义？这种定义显然还是来自于物理世界本身。也就是说，还是，本身都是可变的，只是我们把它变化之后的情况仍然认为是变化之前的情况，也就是说，我们认为它们是不变的：除非我们能够使得它们改变，并意识到这一点。这时候，它们就不是常数了。

比如计算的时候，实际上和三个数量相关，、还有，这三个数量看似是任选的，但实际上都来自于微观世界的频率数值。换句话说，是、还有三者定义了、和。这就是数学形式上体现出的可变性，而在物理上，度量本身将这种可变性隐藏了起来。是我们认为了米和秒的关系总是一定的，才有了光速（绝对速度）不变。但在瞬时，代表长度的频率差异以及代表时间的周期之间的关系，会随着电性振动和磁性振动的频率差异而发生变化，尽管这种变化被认为“可以自动平衡”，但变化引发的效果仍然是有物理意义的。比如在光速计算式中，电量和电势差的比率（也就是电容，比如非对称电容两个极板上的比率是不同的）就是可以变化的，在特定的磁场环境中真空磁导率的数值所对应的“磁荷”与“磁势差”也的比率也是可以变化的。在变化了之后，还可以基于先前的变化继续变化，而不必回到原来的状态。只要能量充分，总可以实现有物理意义的连续变化。这便是加速可以实现的原因，也是电磁场和引力场都可以改变的原因。

再次考虑，

可见若保持和不变，会随着发生变化，反之亦然。但从和的数值特别大的角度来说，要比大得多（显然更大，这里计算的是对偶世界的情况），随时间变化的一阶导数，就是和乘积的倒数，这个数值特别小。所以需要有效的减小和，以增大导数的数值，才能让更为有效的影响。

具体方程如下，

两者具有比例为负数的线性关系。图像如下， 下



由此可知，仅更改磁性振动的频率本身，就可以改变引力场的频率。但前提是，和不能随之变化。而这一点可以通过磁场能量突变来实现。因为突变的磁场能量使得周围空间的磁性振动以及质性振动的平均频率和来不及变化，这就保证了能量的变化都会被传递给引力场，进而实现引力场层面上的能量变化，以及引力数值的变化。但要说明的是，一旦突变变得平缓，和就会跟上，虽然空间中的引力场已经改变，但是引力场产生的效果却不会非常明显，容易被忽视，在实验上造成盲点。所以，快速变化的磁场可以较好的产生引力效应，以及引力效应交替变化的结果（不分磁极）。而缓慢变化的磁场可以保持引力场变化之后的稳定存在。缓慢变化的磁场只要保证和来不及变化，就可以保持一个稳定的不同于周围环境的引力场。

再观察频率，

这说明确实就是。所以说用磁性振动影响引力场，从频率角度出发很难实现，但是从周期角度出发是容易实现的。

但情况也不绝对，若不做近似，则要考虑的是，

而这个函数的图像为，



若要提升，则要从正无穷向0尽可能的接近于1，也就是说

（方括号里面表示单位）

的情况下会尽可能的大。另外，若从负无穷接近于1，则的负数值会尽可能的小，其绝对值会尽可能的大，也就是说周期会尽可能的大。所以尽可能的消减磁性振动的频率就是增大引力场频率的最好做法。相反，尽可能的增大磁性振动的频率，就是减小引力场频率的最好做法。磁性能量强大的地方引力会变小，磁性能量微弱的地方引力会增强。相斥磁极中间的空间，磁性能量最小，引力能量最大。

而由引力场的频率变化导致磁性振动的频率变化则是可以轻易实现的，其函数图像类似于，



可见若（其物理量形式为）略微偏离都会导致发生巨大的变化。这可能即使地球引力变化引发磁场异常的原因。而偏离很远的时候，磁场受到的影响要平缓得多，哪怕引力场能量变化极大，磁场能量变化也很小。

总结一下，当我们计算光速的时候，

这种形式实际上意味着就是一个单位时间对应的数量，不难想到，它就是

显然它是一个常数，而且它最好就是1，这时候它的物理值就是。

为了磁性振动的周期变化可以有效的影响引力场的周期变化，我们要求，

解出，而它的物理值就是，

因为，

在计算磁性振动频率对引力场频率影响的时候，我们得出公式，

当

的时候，

这个结果是怪异的，其问题就在于，两个纯数的关系，竟然可以受到一个有单位的物理量（）的影响：但仔细想想也是对的，因为我们其实可以用这个方程来表示秒的意义，

由此可知，在度量引力场的时空的时候，我们实际上是使用也就是磁性振动的周期来作为时间单位的。而这个是一个纯数，它虽然是某个周期单位的倍数，但是我们却完全不用关心这个周期单位是多少（不用乘以单位）。即便这个周期单位变成任何东西，也不影响“秒”的定义，由此也不会影响“米”的定义。这意味着，在引力场中，光速显然是不变的。但不只是如此，能量的变化只能体现在时间单位的大小变化上。也就是说，一个向上发射的光子，能量会随着重力势能的变化而变化，重力势能减小，应当导致频率降低，即能量变化量为负数，

可见，光子在高空的周期要大于在地面的周期，在高空的频率小于在地面的频率。即地面附近的频率更高。也就是说，地面附近的一秒更短。这便是光子离开引力场的时候发生的引力红移的原因，反过来若光子接近引力场，则发生引力蓝移。由于引力红移符合观测结果，我们可以这样认为：光子只具有电磁两个层面，它是依附于本地电磁场的，所以它确实是本地电磁场的波动，而不是可以穿行于本地电磁场的独立实体。

从表达式，

可以看出，是磁性振动的频率或者周期值（纯数）和引力场的频率或者周期值（纯数）以及某个人为选定的数量共同定义了秒的意义。通常我们不会去考虑的变化，因为它决定于地球自转和公转的周期这个数基本上是定值，而本地磁场周期和本地引力场周期则显著决定了单位时间（秒）的大小。我们假定不容易发生变化，那么决定秒的大小的，就是磁场周期值。由于，

我们可以让保持不变，同时改变，也就是说，改变磁场振动的频率。但是显然会随着变化，进而抵消的变化，那么要改变时间，我们就必须使得本地时空和周围时空出现差异，让周围的保持不变，进而影响本地的保持不变。另外还有一种方式，就是让始终变化，则的变化会始终落后，进而导致出现有效的变化。比如让以正弦曲线方式周期性变化，则可以有效的改变的积分结果，进而改变秒的平均定义。

比如对如下函数做定积分，



虽然在这种情况下正负相抵，但如果截距的偏移量再高一些，就可以用提升的频率换取更多的时间了。

如果设备被置于强磁场中，磁场频率本身就不容易发生变化，也就是说，

中的几乎不可能变化，那么也就是磁场频率本身的变化，将导致的变化，

而在强大的引力场中，也不会变化，所以最终只能是发生变化。而我们知道，其实都是我们自己认识世界的方式，现在这四个数值都和周围的时空产生了差异，那么变化的实际上就是我们自己而已。在不改变环境电磁性质的前提下，用变化的磁场可以产生钟慢效用，在环境具有强磁的前提下，用变化的磁场可以产生引力震荡效应（引力平均值的改变或者引力振动以及其引发的引力波）。而在强引力场中，用变化的磁场可以产生更强的引力效应。

方程，

包含了五个物理量，以及一个纯数，而纯数显然又是其它至少两个物理量的比值，所以这个方程至少有7个物理量参与其中。由此从宏观开始的相继的两个虚数单位周期来说，已经完整了：与共用，整体则是一共七个层次，第八个层次将开启更精微的一个层次周期。

为什么只有而没有呢？难道不是4个层次一个周期？

实际上我们是从电性振动开始计算的，这已经是微观层次了，它的上一个层次才是宏观层次，也就是秒级的层次。所以真正的序列是，对应于。而这些都是单位，是我们根据时空不同层次的振动周期和频率，特别选取的观察世界的标尺：它们来自于所观的物理量，又用来作为所观物理量的标尺。所观物理量和标尺互相参照，或者标尺和标尺互相参照，或者所观物理量和所观物理量互相参照，就构成了各种物理定律的表达式。

而这些标尺和自己互相参照，总是得到1的结果。

继续考虑，

秒的定义随着引力场和磁场的改变而改变的方式如上所示，那么，它和万有引力常数有什么关系呢？首先让我们把它颠倒过来，看看的定义，

假定都不变，随着的增大而减小，随着的减小而增大，如果用和表示，

随着的增大而增大，随着的减小而减小。可见近地面的更大，频率也更大，高空的更小，也更小。我们知道，频率可以用来表示长度，作为一个宏观量可以写成，

其中和是物理量，是纯数。对求微分可得，

也就是说，引力场中，长度的微分是一个关于平方的负倒数的数值，

令,

因为时间由磁性振动周期决定，所以某点附近的绝对加速度，

对比，

可见万有引力常数的本质，

其中为纯数，表示频率变化量或者位移的数值。不难看出的量纲也是纯数。

质量的本质就可以表示为，

质量：某种在引力场层面上的振动（质性振动）在宏观单位下的数量与微观单位下的数量的比值的平方。由此，

可见对于质性振动，能量指的是从质性振动层面的振动量到电性振动层面上的映射的平方。

由于表达式，

中的意味着频率增量，所以质能方程首先是一个增量形式。

而如果将理解为一个固定的长度，在单位时间里面的增量总是相等，那么此时质能方程才是一个存量形式。无论如何，它的量纲都为频率的四次方，或者周期的四次方的倒数。

从地球引力场的频率和周期梯度可以认识到，地面上的引力场频率较高，周期较小，高空中的引力场频率较低，周期较大。越是靠近地面，频率越高，单位长度就越短，而且单位长度缩短的速率符合平方反比定律。现在让我们考虑一个有静止质量的物体的下落情况。

首先我们知道光子没有静止质量，考虑质量的表达式，

若无静止质量，则这里的就不会起到作用，或者说它和其它相关物理量之间的作用会相互抵消。也就是说，光子在上没有有效的数量，所以可以认为光子是只有和两个层面的表层存在。所以，

若要写出

的形式。就不可能含有能起作用的。所以，在

中要去掉和的作用，以及从到的映射，将它们的比值换成常数，

我们知道标准的和，那么就可以得到，

显然这里的普朗克常量也必须是一个常数。需要指出的是，这里的

否则方程的形式就会发生变化。如果和相当接近，普朗克常量的数值就会不同了。物质是深层次复合的，而光只是浅层次的电性振动和磁性振动之间的符合，这并不符合对称的原则。我们可以假想，光也不是浅层次复合的，只是它的深层次符合都存在于对偶世界中，对偶世界的深层频率越来越低（我们的世界的深层频率越来越高），所以光子以及其它电磁波符合的层面是在更低频的方向上的。它们实际上是对偶世界里面的物质。

我们有静止质量的物体（不是光子），它在引力场中下落，它自身的质量不会轻易变化（没有变化的理由），所以

中的所有数值都不应当变化。但是周围空间的越来越大，就相当于空间不变，而的越来越小，相应的质量就显得增加了。同理，周围空间的长度越来越短，而自身的时间却没有变化的理由，所以绝对速度，

会变得越来越小，

相对（绝对）速度则会越来愈大，这就显示出加速的状态。所以，比如某个小行星落入地球的引力场，并加速冲向地面，并不是因为它的质量在加速中真的变大了，或者是因为它的频率真的在引力场中提升了，而是因为它的质量相对地面上的标准质量更小，频率相对地面上的标准频率更低，但是这种差异就会导致有效的能量交换和释放。所以可以认为，落入地球引力场的小行星携带的是“负能量”。只是因为频率的相对性，而被认为具有巨大的能量而已。

注：“天上一天地上一年”到底是什么意思？由于地上的引力场周期短，频率高，所以若以引力场周期为标准时间单位，则做事相对天上要快。比如地上和天上，同时开始一个过程，同时结束这个过程，地上完成的事件总量就可能达到天上完成的时间总量的365.24倍。这就相当于在天上经历的一天时间里面，地上可以经历一年的时间。不同于广义相对论所提出的引力时间膨胀效应，我们给出的猜测是，在引力场中时间是严重压缩的：在引力场中一切都比在引力场外面发生得要快。

当我们写出，

的时候，实际上忽视了另一个质量的影响，真实的情况应当是，

即引力的产生同时和两个质量相关，

由此可知，力的本质就是宏观频差。由于宏观频差普遍存在，所以引力也一定是万有的。

观察，

不难发现，如果和都比较大，则两者的引力就会比较小。如果一个大一个小，则大的会受到小的引力影响。这既可以通过增大或者来实现，也可以通过减小或者来实现。地球（下标为）质量很大，体现为很大，所以代表地球的与比较，可大可小并不确定。而下落的物体很小，所以要减小物体受到的引力，就只能尽可能的增大。这个时候看上去，

是减小的。完全为0并不可能，只是比较小，使得引力能够充当同步转动的向心力就可以实现悬浮了。

## 频率还是周期

度量一个微小的长度，到底用频率还是周期？哪一个更好？

两个空间位置之所以不同，是因为两者具有不同的振动频率，当然，也意味着两者具有不同的振动周期。比如某点的频率为其临近一点的频率为且，它们就可以构成一个有向线段，而且可以度量其长度。

比如此时，

则这个长度，

单独这样看没有什么问题，但是，如果

结果是一样的，可是这时候两个长度还一样长吗？显然是不一样的。

而如果使用周期呢？

此时如果有

这就对了，周期越小（对应频率越高），差值的精度越大，也就是说最小单位长度越小。当然这也对应了更高的频率，不然没有办法实现这种程度上的分辨率。所以从定性上来说，频率更高和周期更小是等价的，也就是说频率和周期的精细度相关，所以当我们计算频差时候实际上有两种算法，分别是，

严格说前者叫做频差，而后者只能叫做周期差的倒数（倒周期差）。为了区分两者，将后者写成，

不严格的时候，把这个也叫做频差，它实际上也是频率的差异造成的，只是计算方法不同而已。用这个形式来计算长度，最为正确，但是显然方程要复杂得多。还不如直接用

来的简单，但是这样一来就没法体现空间长度和时间长度的差别了。所以我们隐含细节，使用“频差”这个说法，用来表示“倒周期差”，只要避免特意展开它的细节就可以正常使用它。

我们一直都在讨论微观高速条件下的相对论问题。所以已经隐含了，若用米秒制，周期一般都是一个大于0小于1的小数。它经常具有这样的形式，

所以它的倒数，也就是频率，则往往具有

这样的形式，也就是说，频率非常的高，对应于小于大于0且小于1的某个小数周期。而这样的周期，在对两个相差不大的值进行求差的时候，小数点后面几乎都是0，只有最后几位才是有效数字。周期差的倒数，显然具有频率的量纲，比如秒单位周期差的倒数，一定具有赫兹量纲，而这时候小数点后面很多位0，只有最后几个数字是有效数字的情况，其倒数则是有效数字在前，随后在小数点前很多个0（后面不需要考虑）的情况。这就意味着，在微观高速短周期的前提下，频率越高，频差的数值越大，而频差数值越大，说明两点的

可见，在两点邻接前提下，用

来算位移和周期的比值，是更好的。而这个时候的时间，也应当被扩展，为

又因为

则可以得到，

这就出现了开始讨论时候的情况，也就是说，长度的表达方式是

时间的表达方式为，

周期和频率之和表达时间，周期和频率之差表达空间，这就是所谓时空的由来。由于通常我们不写

而是用

所以频率极高的时候，周期较小，分子上是一个较大的负数，比值的绝对值就特别的大了。

总结一下，对于低频的情况，长度用频差就足够了，对于高频的情况，则需要用“倒周期差”来表示长度单位。而综合两种情况的表达式，就是

这个表达式无论对于低频还是高频还是任何频率都是适用的。

用如下3个方程都可以体现频率越高（周期越小），两点之间的距离就越短的想法，

其中是和两者倒数之和的倒数，其频率越高，周期越小，两点之间的距离（就显得）越短的性质不变。而先前给出的，

显然符合的形式。也就是说，关于的这种形式，频率越高，两点之间的距离就越短。由此来说，对于微观粒子，我们使用频率差或者倒周期差作为长度的度量的方法是正确无误的。

对比我们用真空磁导率和真空介电常数计算光速的时候，我们用的是，

形式，由此得到常数

可见这个形式相比于符合形式的计算方法在分母上少了一个，显然当特别大的时候，其倒数可以忽略不记，但是对于微观高速而言，非常小，这个倒数不可能忽略不计，所以严格来说，用电磁二层形式计算光速的计算式，得到常数结果，是一种宏观上的一厢情愿的做法。真正的符合任意情况的光速计算式，也就是空间长度单位和时间长度单位的比例形式，只有一种，就是

这个结果的图像就是上述的“打水漂”曲线。关于这个比例关系的方向，如果时间单位大于1被称为正向，那么时间单位大于0小于1，则应称为反向。反过来也可以。而且即便，图像也和的时候完全对称，这就使得的情况也可以处理。这也给出了对偶世界存在的证据。从时间的单向性不难看出，对偶世界发源于也就是曲线的最高点，中间归结于，也就是曲线的最低点，对偶世界的宇宙大爆炸是相反的，应当称为宇宙大收缩。

若考虑二层，可以得到，

这个结果也不会是常数。由此而言，光速本身一直在变化，只是宏观前提下，大周期对应小频率，这个小频率被忽略了，时间部分少算了一个微小的单位。虽然随着时间的增长这个微小的单位最终会被彻底忽视，但是其作用在整个演化过程中，并不是可有可无的。尤其对于微观世界来说，这个微小的单位反而会变得很大，成为决定性的参数。