再论虚数单位的意义

关于方程

在实数范围内无需多言，但是，若要考虑它的来源，在实数范围中成立是不足够的，它必须在自然数范围里面也成立。也就是说，

也必须成立才行。还有一个问题，就是0到底是序数还是基数。显然从周期角度考虑，它是序数，但是它又是如何变成基数的，便是目前尚未解答的问题。

现在，让我们从0作为序数开始，考虑一下某个大于0的自然数，比如说5，是如何成立的。

0是一个序数，那么它就指明一个位置，由此，1也是序数，而从0位置到1位置，则经过1个单位，此时1变成了基数。由此可知，我们通过两个序数的差来获得基数，

而一个稳定存在的5，作为基数，我们就可以写出它存在的方式，

若要基数5存在，则序数5必须存在。若要序数5存在，则序数4必须存在，由此类推，直到序数0必须存在；基数也是一样的，如果基数5存在，则基数4也必须存在，直到基数1存在，而基数0的存在必须在周期意义上定义。此外，我们还知道，每一个数的存在，又必须验证一次，也就是说序数4存在，则意味着它至少出现两次，但是序数0始终存在，不需要验证两次，只需要验证一次即可（而且是每个周期发生一次），由此上面的金字塔形状的排列，在获得验证的前提下就可以写为，

其中最顶端的0只是序数，而计算基数的数量，我们可以用计算梯形面积的公式，将这个面积乘以两倍，然后减掉中间所有的0，也就是有效面积的高度

而这个数量加上最顶端的1个0，就是整个金字塔的有效面积。为什么还要加上一个0呢？因为周期之间必有间隔，而这个0的个数，也就是1，其实就是两个0的差异，一个是这个周期的结尾，另一个是下一个周期的开始，

由此可见，一个稳定存在的数量显然要求观测总量为这个数的平方，而这个平方加上1就构成了这个数稳定存在的周期（所以才叫观测）。

由此我们就可以认识到，一个数要是能稳定存在，它若是一个偶数，则说明构成它的每一个序数都被验证了两次，所以计数系统中必须至少存在这个数一半的平方加上1（也就是1个0）那么多的序数，才能保证存在这样一个基数。而如果这个数本身就是奇数，需要至少存在它本身的平方那加上1（也就是1个0）么多个序数即可。所以说系统中的序数个数终究只能是偶数个。所以按照序数来说，其范围则是，

在经过了

之后，这里的0才能变成模运算的余数所对应的基数。这便是虚数单位作为整数的由来。有了整数前提下的定义，再加上比例变换，则可以自然得到实数域的定义。

一个序数存在的次数到底有什么要求，才能保证它是存在的？我们知道一个序数至少出现两次，就可以保证序数存在。那么如果出现4次呢？比如序数3，出现了4次，那么我们就分不清到底是序数3出现了4次还是序数6出现了两次。因为我们用序数的差异定义基数的大小，就像用尺上的刻度的差异定义两点之间的长度，所以当讨论序数的时候，为了避免序数无法分清的问题，所以一个序数出现的次数，只能是质数。不然这个序数就会和其它序数发生混淆。换句话说，质数就是序数不会和另一个序数发生混淆的出现次数。

## 整数前提下的无穷小

我们已经论断，为何

在整数前提下仍然成立，那么这个时候，方程

中“应当”是整数，而“显然”不是整数，那么作为1前提下的无穷小，应该是多少呢？如果是整数，那么中的显然也是整数。而1无法保证，所以显然是大于等于2的整数，即若是整数，则其至少等于2。

现在让我们看看，在方程

前提下为质数和合数的区别，但先考虑一下的情况：

使用虚数单位替换，

等价于，

所以，或者

或者至少，

于是可以（自然的）导出，

这里的其实就是,就是的倒数，因为

由此我们可以看到就是整数前提下一阶无穷小中最大的那一个。这里需要说明的是，我们是把带入到方程的，怎么算出这种结果？这是因为在我们带入

的时候隐含了

也就是说，我们在带入1之后进行了扩展（也许这就是所谓“解析延拓”，暂时没有时间考虑或者解释这个关系）。从方程

扩展到

就像是把单一周期中发生的事件重复无限多次，以使得它可以抽象为一个“规律”。抽象之后，它就自动符合

这时候，显然我们就得到了，

也就是说，这里的就是以2为周期的系统中的0。事实上所有大于2的周期，也是0；不难想到，也是0，以至于都是0。这就实现了从

到

的对应。需要指出的是，，所以上述方程可以直接写成

的基本形式。

## 质数和合数

有了这种想法之后，我们再继续看看质数和合数在这种扩展运算中的表现。

考虑质数2和3，

这样不行，因为无法分开，所以我们扩展一下，

或者反过来写，也没有区别，

也就是说，

再看质数的情况，

这个情况和上面的情况是一样的，所以结果也是一样的，

这样看来，或者是显然要大于了，但是可以调整一下，比如

或者

再看合数4，

它也必须扩展至少多一个周期，

调整的结果，

在看质数5

不难发现，把质数输入到

总能得到

为偶数（当然是合数），和彼此可以交换（哪一个是质数都行，或者两个都是质数也行）。

再看合数6，

再看质数7

这样看不出说明规律，说明我们调整的方法不对。

既然

不变，就说明，

而这种情况，只有，也就是说最大的无穷小取值总是可以满足，由此回来看，可以看出，在这种可满足的条件下，

这意味着确定无疑。由此就可以知道，

也就是说，在周期中，必然存在一个以及它的补数，它们两个的乘积为0。乘积为0就是相互正交（考虑复数相乘），也就是整数前提下的互质。另外满足这个条件的必须是偶数，因为前提需要保证，

总结一下就是，用加法运算合成一个数，即存在某数和它的补数，这两个数保证可以互质。如果合成的这个数是奇数，那就必然是奇数加上偶数，而一个奇数一个偶数本来就已经互质了。如果合成的这个数是偶数，两个偶数加起来可以是偶数，而两个偶数显然不是互质的，这和我们讨论的必然存在两个数互质不相干。所以就剩下了两个奇数合成偶数的情况。这两个奇数要互质就是我们讨论的情况。比如9和7互质相加构成16，说不上谁必须是质数但两个都必须是奇数。显然和，是互质的。

但现在的问题在于，

的形式，已经引入了虚数单位，也就是周期本身，而或者这种形式最多只能涵盖周期的平方根，比如3为9的平方根，5和7接近35的平方根，而且越是多次因数分解（具有多个因数），（其中最大的因数）就越是小于它的平方根。所以实际上来说，这个表达式要求的就只能是非常大的质数（一旦能够因数分解就必有小于平方根的情况），而且它的补数也一定是非常小的数，对称性要求这个小的数也必须是质数。它不是真的小，而是在多圈取模之后才显得小，因为它本质上只是的另一个像。所以现实的情况，就是两个数都非常大，各自是不同次超圈之后的结果。

也就是说，

而如果我们要求对于一个给定，就必须存在

或者

显然是没有道理的。所以多圈扩展之后，取模求余的结果，自然是两个质数。

从另一个角度考虑，如果对于，总有两个数相乘对其取模的结果为0（整周期），也就是说总有两个数正交或者互质，那么最保险的就是总有两个质数，显然两者总是互质的，而且任何一个质数和其它的数也是互质的。

把这个想法具体写一遍，我们认为质数可以撑起一个周期，具体来说，

这时候显然是奇数。根据上面的经验，我们可以引入，虽然在的时候，它总小于1的一半，但我们也可以总是把0到1之间的数值舍入到1，这时候就可以得到

这就可以得到

的标准形式，也就是说，此时质数在充当周期的虚数单位。

考虑另一个质数，若它也作为另一个周期的虚数单位，则一样有

根据某数的存在定义，

可以得出

我们假定

则可以得到，

对于这个方程来说，如果

则必有

也就是说，

可见，关于和，

解出

由此可见，

也就是说，一个充分大的偶数总可以写成两个质数之和。