再试黎曼猜想

黎曼泽塔函数如下，

黎曼猜想：这个泽塔函数的非平凡零点都在，

也就是实部为的那条线上（已知，平凡零点都在上）。

首先把自然数的倒数的幂次，用自然对数底的负幂次表示，以使得底数统一，

（上式已验证：ZetaExponential）

已知对数函数基于虚数单位的积分求和等价形式，即离散对数形式，

泽塔函数以离散对数形式表示为，

不难发现，这里有类似于的展开式，

的结构，我们从方程中抽象出递归通项，

（上式已验证，需要较少的递归项目，对项目数量具有严重依赖：ZetaRecursive）

考虑最后一项，其项目下标为虚数单位，

将最后一项的形式代回到泽塔函数，

展开之后，写成阶乘全加和的形式，

（上式已验证：ZetaRecursiveFactor）

从这个形式可以看出，泽塔函数不仅仅是一个项目极多的函数。它由两个幂次极高的函数以及其自身复合而成。若这个函数存在零点，则其充要条件是构成它的高幂次函数存在零点，高幂次函数和泽塔函数具有同构性，所以高幂次函数的零点位置会影响泽塔函数的零点位置，具体分析如下。

泽塔函数，

我们将其当成分子和分母对应的两个向量的点乘，并显式写出基向量，于是泽塔函数可以写成含基的形式，

同时将每个分量的分母抽象出来做一个含基的向量，

不难看出，只使用我们就可以写出的点乘形式。用可以产生每一项的分子，用充当每一项的分母，于是，

对比已知的泽塔函数形式，

从第一个分量，

可以抽象出，

可见二者的基具有如下关系，

用的基代换的基，

目前是不确定的，但的幂次可以从0开始取，而的幂次必须从1开始取，所以的幂次总要小于的幂次，的幂次最大是，那么的幂次最大只能取。

所以取最大值

现在做正式代换，

得到含有基的泽塔函数为，

以上为调和和都到单位的的表达式，利用这个表达式，

也就是单位表达的，

是由，

点乘，

得到的，也就是说在点乘前提下，两者等价，

如果我们重新定义，使其所有分量具有共同的基，那么它就成了向量，

则若要获得，

此时它的基就是，

也就是说，我们交换了向量和它的基，，

于是原来的泽塔函数就可以表达为，

再看分母，已知，

这个表达式等于0构成的方程，和等于0构成的方程，在特定条件下同解。而这个要求解的条件就是，

这一点需要后面的证明。由此，泽塔函数的零点问题就可以转化为的可求解以及其零点问题，

现在让我们研究的性质，

写出通项，

此时设，

代入到通项中，

展开到类似于的递归通项，

也就是，

的形式，而对于来说，必须为保证，使得和构成两个相邻整数的比例关系，包括1或者-1。

具体分析，

为了能够使得通项展开之后得到整数，首先选取特殊值，使得正弦函数结果0（消去虚数部分），符合这个要求的角度为，

带入正弦和余弦函数，

递归通项化简，

为了保证比例项为整数，只能得到，

此时，

因为

也就是总共有偶数项（虚数单位是偶数，下一项为奇数，被视为0，而0又是下一个周期的偶数），所以，

此时，

是方程，

的平凡解。但根据后文的分析，对于泽塔函数来说，

和实部为，

的情况相冲突，所以

不是泽塔函数的平凡解，也不是非平凡解（和非平凡解相冲突）。

再观察，

如果，

括号里面就可以写成，

其倒数为，

只有这样递归展开之后才能获得收敛的序列，

将其泛化到其它递归通项，

由此可见这个处理方式是恰当的。

于是令，

求解比例常数，

得到的数值，

将的数值代回三角函数，

并带入递归通项，

也就是（先前已经给出的），

看的情况，由于余弦函数是偶函数，所以平凡零点和相同。

对于非平凡零点来说，如果需要递归通项的大小递减，也就是序列收敛，需要，

通项为，

所以对于，仍然需要实部为才能使得递归展开之后获得收敛的序列。

综合正负两种情况，

只有在

的前提下，和才能具有几乎相同的形式，进而进行如下化简，

所以，通过设置

并创造

就可以实现，

此为泽塔函数的平凡解。

可见，

就是，

的基。我们可以交换基和基上的向量，把基当作向量，把向量当作基，所以，

不难看出，这种形式符合求两个向量之间的点积的做法，

两个向量分别为，

由此可以求解方程，

因为其中

的对应项相乘已经等于0，再乘以其它对应的项目显然也等于0，所以泽塔函数的0点，就是函数的零点。即，

可见泽塔函数除了上述提到的平凡解之外，其它非平凡解，（应当）都在

上（注：此处并未严格给出充分性和必要性的论证，仅提供解题思路）。

总结，a的正负会影响方程的形式，方程的形式决定方程是否可解。所以a的取值必须是可解的取值。a取1/2，使得Z(s)和Z(-s)可以具有相似的形式。

此时，

把最后一项认定为通项，则

这个Z就是泽塔函数给定以及a=1/2,b=0.94127的实际值，或者周期。

对于高幂次函数来说，若每一项都不相等，就是阶乘运算，

若每一项都相等，且为最大值，则

对于乘积形式，我们用的平方根作为“基准数”，或者用的一半作为数量，

自乘次，和自乘次是等价的。因为涉及到多项以及大数的高次幂，就一定会引入周期性和模运算，所以我们考虑将所有的数量都用自然对数底的复数幂次来表示，意在不管是否出现回环，我们都能处理。而其中虚数单位屏蔽了周期性，使得任何大小的周期都可以被很好的处理。