再试黎曼猜想

黎曼泽塔函数如下，

黎曼猜想：这个泽塔函数的非平凡零点都在，

也就是实部为的那条线上（已知，平凡零点都在上）。

首先把自然数的倒数的幂次，用自然对数底的负幂次表示，以使得底数统一，

（上式已验证：ZetaExponential）

已知对数函数基于虚数单位的积分求和等价形式，即离散对数形式，

泽塔函数以离散对数形式表示为，

不难发现，这里有类似于的展开式，

的结构，我们从方程中抽象出递归通项，

（上式已验证，需要较少的递归项目，对项目数量具有严重依赖：ZetaRecursive）

考虑最后一项，其项目下标为虚数单位，

将最后一项的形式代回到泽塔函数，

展开之后，写成阶乘全加和的形式，

（上式已验证：ZetaRecursiveFactor）

从这个方程可以看出，泽塔函数不仅仅是一个项目极多的函数，本身也是一个次数极高的函数，即便不考虑这个幂次的大小，其每一项里面仍然存在阶乘运算。在次数极高之后，阶乘运算就更接近于幂次运算。

若每一项都不相等，就是阶乘运算，

若每一项都相等，且为最大值，则

对于乘积形式，我们用的平方根作为“基准数”，或者用的一半作为数量，

自乘次，和自乘次是等价的。因为涉及到多项以及大数的高次幂，就一定会引入周期性和模运算，所以我们考虑将所有的数量都用自然对数底的复数幂次来表示，意在不管是否出现回环，我们都能处理。而其中虚数单位屏蔽了周期性，使得任何大小的周期都可以被很好的处理。

让我们再次用自然对数底的指数表示，原函数化为，

此处把当成上下两个向量的点乘，并显式写出基向量，于是泽塔函数可以写成含基的形式，

同时将每个分量的分母抽象出来做一个含基的向量，

不难看出，只使用我们就可以写出的点乘形式。用可以产生每一项的分子，用充当每一项的分母，于是，

对比已知的泽塔函数形式，

从第一个分量，

可以抽象出，

可见二者的基具有如下关系，

用的基代换的基，

目前是不确定的，但的幂次可以从0开始取，而的幂次必须从1开始取，所以的幂次总要小于的幂次，的幂次最大是，那么的幂次最大只能取。

所以取最大值

现在做正式代换，

得到含有基的泽塔函数为，

以上为调和和都到单位的的表达式，利用这个表达式，

也就是单位表达的，

是由，

点乘，

得到的，也就是说在点乘前提下，两者等价，

如果我们重新定义，使其所有分量具有共同的基，那么它就成了向量，

则若要获得，

此时它的基就是，

也就是说，我们交换了向量和它的基，，

于是原来的泽塔函数就可以表达为，

这个表达式等于0构成的方程，和等于0构成的方程，在特定条件下同解。而这个要求解的条件就是，

这一点需要后面的证明。由此，泽塔函数的零点问题就可以转化为的可求解以及其零点问题，

现在让我们研究的性质，

写出通项，

此时设，

代入到通项中，

展开到类似于的递归通项，

的形式，

首先选取特殊值，

带入三角函数，

递归通项化简，

此时，

所以，

此时，

是方程，

的平凡解。

再观察，

如果，

括号里面就可以写成，

其倒数为，

由此可导出最后相邻两项关于项目下标的递推形式，

将其泛化到其它递归通项，

由此可见这个处理方式是恰当的。

于是令，

求解比例常数，

得到的数值，

将的数值代回三角函数，

并带入递归通项，

也就是（先前已经给出的），

看-s的情况，如果需要递归通项递减，

通项为，

如果需要递归通项递增，

可以得到，

通项为，

化简并命名复杂的部分为，

其多值形式为，

基于，递归通项化简为，

尝试展开递归通项的前几项，找出律，

原函数的递归展开形式为，

子问题，已知

求是否等于0，

当b=0，

但也必须在a=1/2的前提下才行（待证明）。

不难看出，这种形式符合求两个向量之间的点积的做法，

两个向量分别为，

由此可以求解方程，

因为其中

的对应项相乘已经等于0，再乘以其它对应的项目显然也等于0，所以泽塔函数的0点，就是函数的零点。即，

可见泽塔函数除了上述提到的平凡解之外，其它非平凡解，（应当）都在

上（注：此处并未严格给出充分性和必要性的论证，仅提供解题思路）。

总结，a的正负会影响方程的形式，方程的形式决定方程是否可解。所以a的取值必须是可解的取值。a取1/2，使得Z(s)和Z(-s)可以具有相似的形式。

此时，

把最后一项认定为通项，则

这个Z就是泽塔函数给定以及a=1/2,b=0.94127的实际值，或者周期。