欧拉常数是有理数还是无理数

先看对数函数的导数，

所以对数函数在上的导数就是。

反过来做定积分，

考虑的定义，

问，这个是不是一个有理数。

现在我们先把自然对数处理一下，假设它的自变量的间隔为虚数单位的倒数，

先把0到1的区间，分成虚数单位份（此时它是一个整数，而且这个数非常大），由此可以把积分用求和的方式表达，先看自变量在0到1区间中，函数

的累积情况，也就是

所以，

也就是说，虚数单位的对数，就是项数为虚数单位那么多个的调和级数全加和，也就是1和0的自然对数之差。再考虑其它区间的情况，

由此不难写出，1到n区间，

那么回到的表达式，

直接令，

则有，

对比，

这样就抽象出，

对两个方程进行运算，

发现，

由此可以写出迭代综合的形式，

而且，

进一步综合得到，

我们已经先定了是整数，是整数，是无理数，所以是无理数。

最后需要补充一点，这个伽马是个大于0小于1的0.57722左右的无理数，而虚数单位是个巨大的数，m又是一个整数，方程右侧并没有得出确定结果的能力。所以根据虚数单位的构建原则，这个伽马应当被认为是模周期之后的余量，而且不管周期有多大，余量都是如此。正如虚数单位定义，

其实它实际上是

的简写，因为在这里是任意的。

既然它是模周期余量，那么类比于自然数全加和，

我们也可以认为，调和级数全加和，也就是自然数倒数全加和等于，

用

进一步吸收，得到，

可见，给定范围自然数倒数的全加和总可以对齐在也就是的边界上，余量为，由此可以认为，任意范围的自然数倒数全加和皆符合这个要求，其中模被省略之后，余量就是，所以，无限项自然数倒数全加和的可稳定结果，

也就是伽马。