费马大定理的“费马解法”

费马大定理（Fermat Last Law），被证明之前称为费马猜想，指的是

无自然数解。

在讨论这些内容之前，先说一下自然数的定义。是因为这个定义上的差异，会造成结果上的大相径庭。

陶哲轩的《实分析》（来自于网络搜索）给出关于自然数的定义：

**Axiom 2.1**

0 is a natural number.

**Axiom 2.2**

If n is a natural number, then n++ is also a natural number.

**Definition 2.1.3** We define 1 to be the number 0++, 2 to be the number (0++)++, 3 to be the number ((0++)++)++, etc.

**Axiom 2.3**

0 is not the successor of any natural number.

**Axiom 2.4**

Different natural numbers must have different successors;

i.e., if n, m are natural numbers and n/=m, then n++/=m++. Equivalently, if n++=m++, then we must have n=m.

还有其它就不引用了。这里要讨论的就是**Axiom 2.3,** 就是关于“0不是任何自然数的后继”这一条，要质疑的就是这一条。

如果0是某个自然数的后继，而配合其它公理（要求其它公理同时成立），那么它只能是“最后一个”自然数的后继。也就是说，存在最大的自然数。这种说法是“显然不成立”的。但是，若涉及到无穷以及两个相继维数的关系，它就必须是成立的。也就是说，自然数可以没有最大的，但是若真的没有最大的，就没有下一个维数的开始。这会导致的结果就是勾股定理等这些定理都无法成立，或者说任何涉及维数的定理都要受到影响。

终究这个问题的核心就是在于“无限”是什么。比如观察者无法度量的极大的数量，是不是真的要多少有多少。因为要多少有多少最终还是限制于观察者能要多少以及何时停止，也就是说，潜无穷终究受制于观察者；而实无穷必须存在，否则就再无无穷的定义。那么，实无穷到底是什么？真的是无穷的吗？

实际上并不需要真的做到实无穷，只要达到某个数量并且能够符合某种结构，就可以创造实无穷的效果。比如先前讨论的自然数全加和问题，只需要n非常大，以及n符合梯形排列的方式，还有就是无穷比较的原则，就可以创建“实无穷”的结果。也就是说，“实无穷”也不需要“是真的”，现实的情况是：“够用就行了”。

既然如此，够用就行了，看上去像就行了，那么我们实际上可以在这个问题上做出新的判断，比如对于无穷多的自然数来说，我们能观测到多大，就认为总量有多大即可，而多于这个数量的，我们就让它归0。而一次归0，就实现了一次升维操作。两次归0，就在更高维数上又升了一格；t次升维，就在更高维度上升了t格，直到再次升维，也无需停止。我们若不将这个观测上限封死，就总可以用一个变化的上限来处理具体的问题。这看上去仍然是潜无穷，但从自然数全加和的处理经验中可以认识到，实无穷也是一样不需要无穷无尽就能实现的。所以说实无穷也只是观察者使用的不同的上限配合特定数量结构而创造的结果。

那么，既然观察者总可以使用不同的上限，难道不是客观世界首先得有充分高的上限，才能让观察者无限的去选择吗？难道实无穷的意义不正是如此？我们容易这样去想，但实际上不是的。一方面是因为客观世界的概念无法完全脱离主观观测而存在，另一方面，即便客观可以完全脱离，对于观测者来说也是完全不可见的，也就是说存在也是和不存在一样的。所以客观世界并不需要也不能够给主观观测提供一个充分高的上限，而这个上限始终是观察者自己给出的。也就是说，客观世界什么也没做，也不需要做什么，一切皆是观察者自身所受限制的体现。

基于这个认识，就可以意识到，只要存在观察，尤其是细致的可计数的观察，就一定存在所观维数上的上限；它可以很大，几乎可以任意给出，但你若是要计数，它就必须存在，除非你就是不数它，那么它就无所谓存在还是不存在了。于是，认为自然数可以无限数下去是对的，但是终究你没法完成它。而那个能完成的，能出现有意义的结果的，都只能在有限前提下讨论，而综合有限和无限两个前提，我们就得到了维数上升这样一种形式：低维的无限就是高维的单位1，这高维的无限又是下一个高维的单位1；而当前维数的最大值之后，就是当前维数的0，也就是开始。这种螺旋上升，作为规律存在，终究是因为，若要度量，就必须有观察者，观察者必须有限才能观察，所以观察者自身的有限性就会影响观察的结果，进而导致了所观之物也带上了有限的属性。而这种限制却无法真正施加于所观之物，最终这就导致了观察过程中出现了所观之物具有周期性的表象。而这个周期性表象，就体现为最大数值之后的归0。

由此推导，所谓自然数域中的运算都是模运算，甚至所有数域中的运算都是模运算，只是要模的数值特别大，或者特别小，或者就是单位1，所以没有写出来而已。

有了这些前提，让我们回到，

考虑，我们会把它写成，

但如果我们把它“摆”出来，因为，它是自然数，我们就只能拿着某种东西把它排成一个方阵。而不是像用画笔那样画出长和宽都是同样数值的方形。我的意思是，写成，

是不对的，真实的情况是，

上面省略的1，实际上是不可能省略的。若是没有这“一个”，就无所谓“的平方那么多个“。根据这个逻辑，

实际上是，

也就是对1重复次之后，又做了次，就得到对1重复次。同理，

本质上就是，

我们知道这是一种堆积物品的方法。放下数量不用关心，而维数已经体现了：比如

可以在“空间”中排成“一行“，算上单位1本身就是两个维数（0维和1维的一部分）；而

则需要排成行和列，算上单位1本身就是三个维数（0维，1维以及2维这两维数的一部分）。我们用虚数单位的幂次来描述一个具体的维数，那么，上式左右两端都添加关于虚数单位的倍数和幂次，则可以写出，

可见对其做维数上的还原，就得到各项都要乘以虚数单位的次幂。我们知道虚数单位就是这个系统中的最大值，它加上1之后就会升维归0。按照两项相加等于一项的这种写法，我们可以假定这三项共用同一个虚数单位（周期中那个最大值或者周期本身）。

但这里有一个特例，就是当的时候，这时候相当于在每一项中，都出现了，

也就是说，在每一项中，虚数单位的幂次都会导致虚数单位乘数归1，由此而变成常规非维数的数量单位。或者说，维数在的前提下在每一项都在本地自动消解了。同理，若考虑，

我们也可以将其适配为，

也就是说，若，

也可以实现每一项的虚数单位在本地自动消解为数量单位。现在让我们考虑高次方的情况，

这时候我们仍然取，且让所有的加1排列，由此使得

后面就是

分别就是线性相加和勾股定理的情况，的时候，就无法在本地项上消解了。也就是说，必须依赖虚数单位作为之间的共同单位，才能使得方程平衡，也就是说，要引入无限才行（用虚数单位表示周期），而且是无限之间的比较关系重新定义各项之间的单位数值：至少引入有理数（真分数）。这种讨论继续下去容易浮于表象，我们还是回归到表达式本身，

不难发现，

其结果是奇数乘以偶数再除以2，无论如何都等于奇数。只有的偶数次幂才能在本地被消除为也就是正负单位1，所以3次以上显然都是无法消除的。由此，我们不必细算，只需要用一个新的统一的虚数单位来处理这个结果即可，即重定义我们用到的虚数单位，

由此得到，

这样就简洁多了。我们知道若，

成立就一定有，

两者是一一对应的。所以我们不必考虑所有自然数，只需要考虑其中的质数即可。此时，我们要求，

这就意味着是三项公共的模，也就是说，三项公共的周期，显然，先去掉的乘数影响，得到，

对两边取模去掉周期，

根据费马小定理，

所以，

也就是，

再把乘回来，

既然有，

则可以得到，

这就相当于在第维空间里面少了数量才能保持方程平衡，这是不对的。所以必须是0或者是虚数单位的倍数，这和相互矛盾，所以只能是0。也就是说，

这就是

可以获得的解。也就是说如果有解，三者必须是互相依赖的：中的3个其实并不相等，若要求三者相等（正如写出来的这样），则的单位必不相等；若要求三者的单位相等（正如都隐式乘以1），则就无法同时为整数。这是一种实际上的“不可能三角“关系。也就是说，必须至少有一个为实数。

另一种更直白的方式：既然解为，

也就是在维上成立，那么在维本维上，就是

两边都乘次幂，

方程左侧用二项式定理展开，显然要大于右侧，

此处又出现了矛盾，所以，

不能在同一个维上成立。由此，必然不全是整数；或者全是整数的要求下无解。

总结一下，这个解法需要依赖费马小定理，才能将高维的，

在虚数单位周期前提下，降解为简单的，

也许，这就是当年费马要给出的答案，毕竟这是他自己工作的成果。