

题意: 给定 n, m, p , 求

$$\left(\sum_{a=1}^m \sum_{b=1}^n \frac{\phi(ab)}{\phi(a)\phi(b)} \right) \pmod{p}$$

其中: $1 \leq m, n \leq 1,000,000$ $\max(m, n) < p \leq 1,000,000,007$ 并保证 p 为质数

解法: 通过观察, 容易得到

$$\frac{\phi(ab)}{\phi(a)\phi(b)} = \frac{\gcd(a, b)}{\phi(\gcd(a, b))}$$

故原式等价于

$$\sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^m \sum_{k=1}^{\min(n, m)} [k == \gcd(a, b)] \frac{k}{\phi(k)} = \sum_{k=1}^{\min(n, m)} \frac{k}{\phi(k)} \sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^m [k == \gcd(a, b)]$$

右式等价于统计 $a = 1 \sim n$ 与 $b = 1 \sim m$ 中最大公因数为 k 的个数, 解法很多 (如 Mobius).

题目保证质数比 n 与 m 大, 故直接求逆元最后乘起来即可.

标程复杂度: $O(n \log n + T n \log n)$