

מודלים חישוביים - עבודה 4

תאריך פרסום: 11.5.2020

מתרגל אחראי: עידן אטיאס.

הערות:

- ניתן להשתמש בכל טענה שהוכחה בהרצאות ותרגולים.
- בתרגיל זה ניתן להשתמש בטענה (ללא הוכחה) ששפות חסרות הקשר סגורות תחת הומומורפיזם והומומורפיזם הפוך. שימוש דומה נעשה בתרגול עבור שפות רגולריות.

שאלה 1 (30 נק')

קבעו האם השפות הבאות חסרות הקשר. הוכיחו את תשובתכם. במידה והשפה חסרת הקשר, ניתן להציג דקדוק מתאים והסבר ללא הוכחה מלאה.

1. $\Sigma = \{0, 1\}$ מעל $L = \{0^{3n}1^{5n} : n \geq 0\}$
2. $\Sigma = \{0, 1, \#\}$ מעל $L = \{x_1\#x_2 : x_1, x_2 \in \{0, 1\}^* \wedge x_1 \text{ IS A SUBSTRING OF } x_2\}$
3. $\Sigma = \{0, 1\}$ מעל $L = \{0^n1^{n^2} : n \geq 0\}$
4. $\Sigma = \{0, 1\}$ מעל $L = \{w : \forall s \in \text{SUFFIX}(w), |s|_0 \leq |s|_1\}$
5. $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ מעל $L = \{a^n b^m c^n d^m : m, n \geq 0\}$
6. $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ מעל $L = \{a^n b^m c^m d^n : m, n \geq 0\}$

שאלה 2 (15 נק')

הוכיחו/הפריכו:

1. תהי L שפה חסרת הקשר ותהי R שפה רגולרית, אזי $L \setminus R$ הינה שפה חסרת הקשר.
2. עבור שפות L_1, L_2 מעל אותו אלפבית נגדיר:
 $\text{EVENCONCAT}(L_1, L_2) = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2 \wedge |w_1| = |w_2|\}$
 - אם L_1, L_2 רגולריות אזי $\text{EVENCONCAT}(L_1, L_2)$ רגולרית.
 - אם L_1 רגולרית, L_2 חסרת הקשר אזי $\text{EVENCONCAT}(L_1, L_2)$ חסרת הקשר.

שאלה 3 (10 נק')

הוכיחו כי מעל אלפבית אונרי $\Sigma = \{1\}$ שפה היא חסרת הקשר אם ורק אם היא רגולרית. (רמז: השתמשו בלמת הניפוח לשפות חסרות הקשר).

שאלה 4 (25 נק')

יהי G דקדוק המוגדר כך:

$$\bullet \Sigma = \{a, b, c\}$$

$$\bullet N = \{S, T\} \text{ הינו המשתנה ההתחלתי.}$$

$$\bullet R = \{S \rightarrow aSc \mid T, T \rightarrow bTc \mid \epsilon\}$$

מצאו שפה L כך ש- $L = L(G)$. הוכיחו פורמלית את תשובתכם.

שאלה 5 (20 נק')

נגדיר: מכונת טיורינג k -מוגבלת היא מכונת טיורינג בעלת סרט יחיד בה הראש הקורא/כותב לא יכול ללכת ימינה מעבר ל- k תאים לאחר האות האחרונה של הקלט. הראו שמודל זה אינו שקול למודל של מכונת טיורינג. (הדרכה: תחילה הוכיחו כי אם M מכונת טיורינג k -מוגבלת המקבלת שפה L אזי $L \in RE$. ניתן להשתמש בכך ש- $RE \subsetneq RE$.)

שאלה 6 (15 נק' - בונוס)

1. יהי G דקדוק המוגדר כך:

$$\bullet \Sigma = \{a, b\}$$

$$\bullet N = \{S, A, B\} \text{ הינו המשתנה ההתחלתי.}$$

$$\bullet R = \{S \rightarrow ASA \mid aB, A \rightarrow B \mid S, B \rightarrow b \mid \epsilon\}$$

המירו את הדקדוק לצורה הנורמלית של חומסקי. כתבו כל שלב ביניים בהרצת האלגוריתם.

2. יהי G דקדוק מהצורה הנורמלית של חומסקי. הוכיחו שכל מילה $w \in L(G)$ כך ש- $|w| = n > 0$, נגזרת על ידי בדיוק $2n - 1$ צעדי גזירה.