广西大学《信号与系统》课程第 1 次小测验（2021-2022 学年下学期）

单位：计算机与电子信息学院　　　　命题人：常侃

班级：____________　学号：__________________　姓名：_____________　得分：_______________

一、填空题（每空 4 分，共 16 分）

1. 根据冲激信号的抽样特性，$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t-t_0)u(t-\frac{t_0}{2})dt=$ ____ $u\left(\frac{t_0}{2}\right)$ __。

2. 某信号的频谱 $F_n=|F_n|e^{j\varphi_n}$ 只有实部，相位 φ_n 为____ 0（或 π）____。

3. 已 知 $\mathcal{F}[u(t+T)-u(t-T)]=2TSa(\omega T)$ ， 根 据 傅 里 叶 变 换 的 对 称 性 ，

   $\mathcal{F}^{-1}[u(\omega+\omega_0)-u(\omega-\omega_0)]=$ ____ $\frac{\omega_0}{\pi}Sa(\omega_0 t)$ ____。

4. 已知 $F(s)=\frac{-4s-3}{(s+1)(s+2)}$，则 $f(0_+)$ 为__ -4 __。

二、选择题（每题 4 分，共 12 分）

1. 对一个连续时间信号进行抽样，如果信号的抽样频率是 8000KHZ，那么该信号的最高频率可能是（　C　）。

   A. 8000KHz　　B. 6800KHz　　C. 3800KHz　　D. 5000KHz

2. 某系统的数学模型为 $r(t)=\sin[e(t)]u(t)$，该系统属于（　D　）

   A. 线性、时不变系统　　　　B. 非线性、时不变系统

   C. 线性、时变系统　　　　　D. 非线性、时变系统

3. 有一线性时不变系统，当激励 $e_1(t)=u(t)$ 时，响应 $r_1(t)=e^{-at}u(t)$，那么当激励 $e_2(t)=\delta(t)$ 时，响应 $r_2(t)$ 为（　B　）

   A. $u(t)-ae^{-at}u(t)$　　　　B. $\delta(t)-ae^{-at}u(t)$

   C. $-ae^{-at}\delta(t)$　　　　D. $-ae^{-at}u(t)$

三、计算题（**每题 12 分，共 24 分**）

1. 已知 $f(t)$ 的傅里叶变换是 $F(\omega)$，试求 $tf(2t)$ 的频谱函数。

解：根据 $\mathcal{F}^{-1}\left[\dfrac{dF(\omega)}{d\omega}\right]=-jtf(t)$ （4 分）

结合尺度变换特性有：

$$\mathcal{F}^{-1}\left[\frac{1}{2}\frac{dF(\frac{\omega}{2})}{d\frac{\omega}{2}}\right]=-j2tf(2t)$$ （4 分）

所以有

$$F\left[tf(2t)\right]=\frac{j}{2}\frac{dF(\frac{\omega}{2})}{d\omega}$$ （4 分）

2. 已知系统函数 $H(j\omega)=\dfrac{1}{j\omega+2}$，激励信号 $e(t)=e^{-3t}u(t)$，试利用傅里叶分析法求零状态响应 $r(t)$。

解：根据傅里叶变换分析法有 $R(j\omega)=H(j\omega)E(j\omega)$ （2 分）

由题意

$$E(j\omega)=\mathcal{F}\left[e(t)\right]=\mathcal{F}\left[e^{-3t}u(t)\right]=\frac{1}{j\omega+3}$$ （4 分）

所以

$$R(j\omega)=H(j\omega)E(j\omega)=\frac{1}{j\omega+2}\cdot\frac{1}{j\omega+3}=\frac{1}{j\omega+2}-\frac{1}{j\omega+3}$$ （4 分）

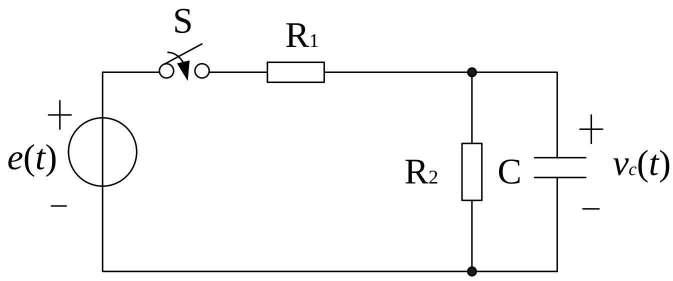
逆变换得到 $r(t)=\mathcal{F}^{-1}\left[R(j\omega)\right]=(e^{-2t}-e^{-3t})u(t)$。 （2 分）

四、综合题（每题 **24** 分，共 **48** 分）

1. 在下图所示电路中，C_1 = 1 F，R1=1 欧，R2=2 欧，系统的激励信号是电压为 2V 的恒定电压源，开关在 t=0 时刻闭合。试采用拉普拉斯变换的方法计算：

（1）系统函数 $H(s)$，并判断该系统是何种滤波特性（低通、高通、带通、带阻）；（14 分）

（2）系统的响应信号，即电压 $V_c(t)$。（10 分）



解：（1）电容的 S 域元件模型为 $\dfrac{1}{sC}$ （2 分）

由该图可知 $$Y(s)=\frac{X(s)}{R_1+\left(\frac{1}{sC}\parallel R_2\right)}\left(\frac{1}{sC}\parallel R_2\right)$$ （4 分）

所以 $$H(s)=\frac{\left(\frac{1}{sC}\parallel R_2\right)}{R_1+\left(\frac{1}{sC}\parallel R_2\right)}=\frac{2}{2s+3}$$ （4 分）

令 $s=j\omega$，则

$|H(j\omega)|=\dfrac{2}{\sqrt{9+4\omega^2}}$，当频率增大时，幅频特性衰减，所以是低通特性 （4 分）

（2）采用 S 域元件模型，有

$$E(s)=\frac{2}{s}$$ （2 分）

所以 $$V_C(s)=E(s)\cdot\frac{2}{2s+3}=\frac{4}{s(2s+3)}=\frac{4}{3}\cdot[\frac{1}{s}-\frac{2}{(2s+3)}]$$ （4 分）

故 $$v_C(t)=\frac{4}{3}\cdot[1-e^{-\frac{3}{2}t}]u(t)$$ （4 分）

2. 某系统的系统模型为$\frac{\mathrm{d}^2 r(t)}{\mathrm{d}t^2}+4\frac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t}+kr(t)=e(t)$，求：

（1）该系统的系统函数$H(s)$，并计算k为何值时，系统稳定； （14 分）

（2）若$e(t)=\mathrm{e}^{-2t}u(t)$，求系统临界稳定情况下的零状态响应。 （10 分）

解：（1）微分方程两边做拉氏变换，得到：

$$s^2R(s)+4sR(s)+kR(s)=E(s)$$ （4 分）

整理后得到：

$$H(s)=\frac{R(s)}{E(s)}=\frac{1}{s^2+4s+k}$$ （4 分）

极点为$s=-4\pm\sqrt{16-4k}$

当$16-4k\le 0$　或者　$16-4k>0$且$-4+\sqrt{16-4k}<0$时系统稳定 （4 分）

所以有$4\le k$　或者　$0<k<4$时系统稳定

综合两种情况，也即$k>0$时系统稳定。 （2 分）

（2）系统临界稳定时，$k=0$，此时有 （2 分）

$$R_{\mathrm{ZS}}(s)=H(s)\cdot E(s)=\frac{1}{s+2}\cdot\frac{1}{s(s+4)}$$ （2 分）

$$R_{\mathrm{ZS}}(s)=-\frac{1}{4}\frac{1}{s+2}+\frac{1}{8}\frac{1}{s+4}+\frac{1}{8}\frac{1}{s}$$ （4 分）

所以，零状态响应为

$$\mathcal{L}^{-1}\left(R_{\mathrm{ZS}}(s)\right)=-\frac{1}{4}e^{-2t}u(t)+\frac{1}{8}e^{-4t}u(t)+\frac{1}{8}u(t)$$ （2 分）