广西大学《信号与系统》课程第 2 次小测验（2021-2022 学年下学期）

单位：计算机与电子信息学院　　　　命题人：常侃

班级：__________　学号：_______________　姓名：___________　得分：_____________

一、填空题（每空 4 分，共 16 分）

1. 假设某信号的频谱范围是 0Hz~0.2MHz，采用 100MHz 的载波进行调制，则调制后的信号频谱范围为（仅考虑正频率）__99.8MHz~100.2MHz__。

2. 假设某周期信号 $f(t)$是偶函数，则其傅里叶级数只含有__余弦和直流__ 分量。

3. 函数 $(t-1)u(t)$ 的拉普拉斯变换是__$\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s}$__。

4. 余弦信号 $\cos\omega_0 t$ 的频谱函数为__$\pi[\delta(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)]$__。

二、选择题（每题 4 分，共 12 分）

1. 某一系统的数学模型为 $r(t)=e(1-t)$，该系统属于（ C ）

   A. 线性、时不变系统　　B．非线性、时不变系统

   C．线性、时变系统　　D. 非线性、时变系统

2. 无失真传输的时域和频域条件分别为（ B ）

   A. $h(t)=K$，$H(\omega)=Ke^{-j\omega t_0}$　　B．$h(t)=K\delta(t-t_0)$，$H(\omega)=Ke^{-j\omega t_0}$

   C．$h(t)=\delta(t-t_0)$，$H(\omega)=e^{-j\omega t_0}$　　D. $h(t)=K\delta(t)$，$H(\omega)=K$

3. 傅里叶变换存在的充分条件为（ B ）

   A、$\int_{-\infty}^{+\infty}|f(t)|e^{-j\omega t}dt<\infty$　　B、$\int_{-\infty}^{+\infty}|f(t)|dt<\infty$

   C、$\int_{0}^{+\infty}|f(t)|dt<\infty$　　D、$\sum_{n=-\infty}^{\infty}|f(n)|<\infty$

三、计算题（**每题 12 分，共 24 分**）

1. 已知 $f(t)$ 的傅里叶变换是 $F(\omega)$，试求 $f(t-5)\cos\omega_0(t-5)$ 的频谱函数。

解： $f(t)\cos\omega_0 t \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[F\left(\omega+\omega_0\right)+F\left(\omega-\omega_0\right)\right]$ （6 分）

$f(t-5)\cos\omega_0(t-5) \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[F\left(\omega+\omega_0\right)+F\left(\omega-\omega_0\right)\right]e^{-5j\omega}$ （6 分）

2. 已知信号 $f_1(t)=(1+t)\,[u(t)-u(t-1)]$ 和 $f_2(t)=u(t-1)-u(t-2)$，求 $f_1(t)*f_2(t)$。

选择 $f_1(t)$ 为移动函数，则

$$\begin{aligned} f_1(t)*f_2(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_2(\tau)f_1(t-\tau)d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty}[u(\tau-1)-u(\tau-2)](1+t-\tau)\,[u(t-\tau)-u(t-\tau-1)]d\tau \end{aligned}$$ （2 分）

1）当 $t<1$ 或 $t>3$ 时，两个函数没有公共部分，积分为零。 （2 分）

2）当 $1<t<2$ 时，

$$f_1(t)*f_2(t)=\int_1^t(1+t-\tau)\,d\tau=\tau+t\tau-\frac{\tau^2}{2}\Big|_1^t=\frac{t^2}{2}-\frac{1}{2}$$ （4 分）

3）当 $2<t<3$ 时

$$f_1(t)*f_2(t)=\int_{t-1}^{2}(1+t-\tau)\,d\tau=\tau+t\tau-\frac{\tau^2}{2}\Big|_{t-1}^{2}=-\frac{t^2}{2}+t+\frac{3}{2}$$ （4 分）

四、综合题（**每题 24 分，共 48 分**）

1. 某系统的系统模型为 $\frac{\mathrm{d}^2 r(t)}{\mathrm{d}t^2}+5\frac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t}+6r(t)=2\frac{\mathrm{d}^2 e(t)}{\mathrm{d}t^2}+6\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}$，求：

（1）该系统的系统函数 $H(s)$； （12 分）

（2）若 $e(t)=(1+\mathrm{e}^{-4t})u(t)$，用拉氏变换的方法求该系统的零状态响应。 （12 分）

解：（1）微分方程两边做拉氏变换，得到：

$$s^2R(s)+5sR(s)+6R(s)=2s^2E(s)+6sE(s)$$ （6 分）

整理后得到：

$$H(s)=\frac{R(s)}{E(s)}=\frac{2s}{s+2}$$ （6 分）

（2）由 $R_{\mathrm{ZS}}(s)=H(s)\cdot E(s)$ （4 分）

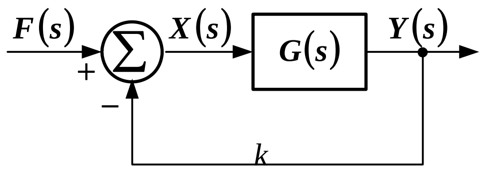
可知，$R_{\mathrm{ZS}}(s)=\dfrac{2s}{s+2}\cdot\dfrac{2s+4}{s(s+4)}=\dfrac{4}{s+4}$ （4 分）

由此可得，零状态响应为$\mathcal{L}^{-1}\left(R_{\mathrm{ZS}}(s)\right)=4e^{-4t}u(t)$ （4 分）

2. 假设有如图所示的反馈系统，其中 k 是未知数，$G(s)=\dfrac{1}{(s-2)(s+3)}$。请计算：

（1）该反馈系统的系统函数 H(s) ； （12 分）

（2）k 需要满足什么条件，H(s)才是稳定的？ （12 分）



解：（1）由题目所示可知如下关系：

$$X(s)=F(s)-kY(s) \quad \text{（2 分）}$$

$$Y(s)=G(s)X(s)=G(s)F(s)-kG(s)Y(s) \quad \text{（2 分）}$$

化简后得到：

$$H(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}=\frac{G(s)}{1+kG(s)}=\frac{1}{s^2+s-6+k} \quad \text{（8 分）}$$

（2）系统函数的极点为：

$$s=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{25}{4}-k} \quad \text{（4 分）}$$

当极点位于 S 平面的左半平面时，系统稳定。 （2 分）

因此，当$\dfrac{25}{4}-k<0$，或$\begin{cases}\dfrac{25}{4}-k>0\\ -\dfrac{1}{2}+\sqrt{\dfrac{25}{4}-k}<0\end{cases}$时，系统稳定。 （4 分）

由此可得：$k>6$时系统稳定。 （2 分）