

四、计算题 (45 分)

$$\mu_n = \frac{1}{m} \cdot \frac{q}{k_B T}$$

1. 设电子浓度为线性分布的 n 型半导体材料在 $2\mu m$ 内的浓度差为 $10^{16} cm^{-3}$, 试计算室温下电子扩散电流密度。 (电子迁移率为 $1020 cm^2/V \cdot s$)

解:

$$J_n = qD_n \frac{d\Delta n(x)}{dx}$$

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{k_0 T}{q}$$

$$J_n = k_0 T \mu_n \frac{d\Delta n(x)}{dx}$$

$$= 1.38 \times 10^{-23} \times 300 \times 1020 \times 5 \times 10^{19} \\ = 211.1 A/cm^2$$

2. 试证明硅的电导有效质量为 $\frac{1}{m_c} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{2}{m_t} \right)$ 。

证: 设电场方向沿 x 方向, $<100>$ 能谷中的电子, 沿 x 方向的迁移率 $\mu_1 = q\tau_n/m_1$,

其余能谷中的电子沿 x 方向的迁移率 $\mu_2 = \mu_3 = q\tau_n/m_t$ 。设电子浓度为 n, 则每个能谷单位体积中有 $n/6$ 个电子, 电流密度 J_x 是 6 个能谷中电子对电流贡献的总和,

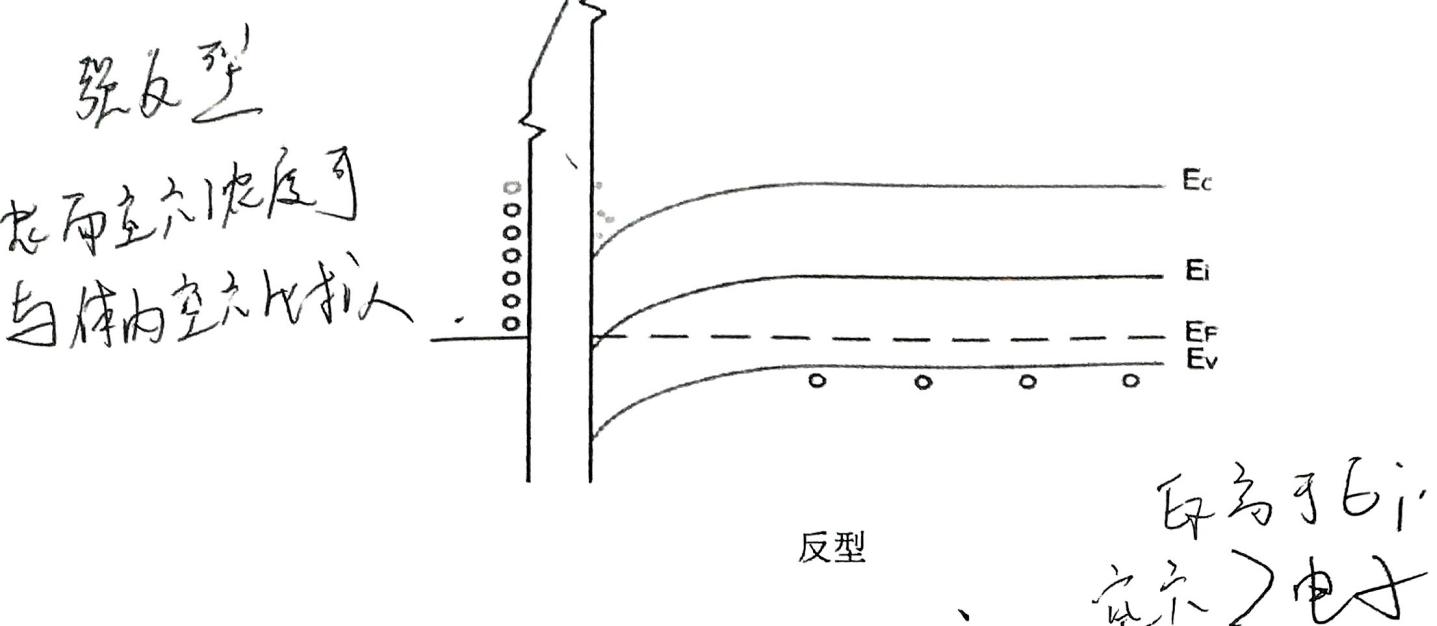
$$\text{即 } J_x = \frac{n}{3} q \mu_1 \varepsilon_x + \frac{n}{3} q \mu_2 \varepsilon_x + \frac{n}{3} q \mu_3 \varepsilon_x = \frac{1}{3} n q (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) \varepsilon_x$$

$$\text{令 } J_x = \frac{n}{3} q \mu_c \varepsilon_x$$

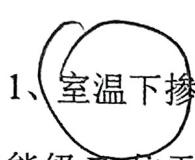
$$\text{则 } \mu_c = \frac{1}{3} (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3), \quad \mu_c \text{ 称为电导迁移率。}$$

$$\text{将 } \mu_c \text{ 写成 } \mu_c = \frac{q\tau_n}{m_c}$$

$$\text{得到 } \frac{1}{m_c} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{2}{m_t} \right)$$



四、计算题 (45 分)

1、

室温下掺砷的 n 型硅，已知 As 在 Si 中的电离能为 0.049 eV，若测得该样品的费米能级 E_F 位于施主能级之下 0.052 eV 处， $N_c = 2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ (20 分)

(1) 该样品是否简并。

$E_C - E_F = E_C - E_D + E_D - E_F = 0.049 \text{ eV} + 0.052 \text{ eV} = 0.101 \text{ eV} \gg 2k_0 T$ ，所以该样品非简并。

(2) 求多子浓度。

n 型硅故多子为电子少子为空穴

$$n_0 = N_c \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right) = 5.76 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

(3) 求少子浓度。

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = 3.91 \times 10^2 \text{ cm}^{-3}$$

2、已知温度为 300 K 时 Ge 的本征载流子浓度为 $n_i = 2.4 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ，电子迁移率为 $3900 \text{ cm}^2 / V \cdot s$ ，空穴的迁移率为 $1900 \text{ cm}^2 / V \cdot s$ 。

(1) 求 Ge 的本征电阻率。

(2) 求 Ge 材料电导率最小时的表达式。

解: (1) $\rho_i = \frac{1}{n_i q (\mu_n + \mu_p)} = 44.9 \Omega \cdot cm$ $\rho_i = 1.602 \times 10^{-14} \Omega$

(2) $\sigma = p q \mu_p + n q \mu_n = \frac{n_i^2}{n} q \mu_p + n q \mu_n$ \rightarrow 本征 $n = p = n_i$

$$\frac{d\sigma}{dn} = -\frac{n_i^2}{n^2} q \mu_p + q \mu_n, \quad \frac{d^2\sigma}{dn^2} = q \frac{2n_i^2}{n^3} \mu_p$$

令 $\frac{d\sigma}{dn} = 0 \rightarrow -\frac{n_i^2}{n^2} \mu_p + \mu_n = 0$

即 $p = n_i \sqrt{\mu_n / \mu_p}, \quad n = n_i \sqrt{\mu_p / \mu_n}$

$$\frac{d^2\sigma}{dn^2} = q \frac{2n_i^2}{n^3} \mu_p > 0$$

因此当 $p = n_i \sqrt{\mu_n / \mu_p}, \quad n = n_i \sqrt{\mu_p / \mu_n}$ 时 σ 取最小值。

3、掺杂施主 $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ 的某种 n 型半导体，由于光照产生的浓度为 $\Delta p = \Delta n = 5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ 的非平衡载流子。已知室温下杂质全部电离并有

$N_c = 2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}, \quad N_v = 1.5 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}, \quad n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}, \quad k_0 T = 0.026 \text{ eV}$

(1) 求出该半导体的禁带宽度。

(2) 计算室温光照情况下该种半导体的准费米能级与热平衡费米能级之差。

解:

(1) $n_0 p_0 = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{k_0 T}\right) = n_i^2$

$$E_g = k_0 T \ln \frac{N_c N_v}{n_i^2} = 0.026 \times \ln \frac{2.8 \times 10^{19} \times 1.5 \times 10^{19}}{(1.5 \times 10^{10})^2} = 1.09 \text{ eV}$$

(2)

$$n = n_0 \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_F}{k_0 T}\right) = n_i \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_i}{k_0 T}\right) = N_c \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_c}{k_0 T}\right)$$

$$p = p_0 \exp\left(\frac{E_F - E_{Fp}}{k_0 T}\right) = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_{Fp}}{k_0 T}\right) = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_{Fp}}{k_0 T}\right)$$

注意: 准费米能级的具体形式。

$$n_0 = N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

$$\underbrace{p_0 = n_i^2 / n_0}_{= 2.25 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}}$$

$$p = p_0 + \Delta p = 5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3} \quad n = n_0 + \Delta n = 1.05 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

因为 $n = n_0 \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_F}{k_0 T}\right)$

所以 $E_{Fn} - E_F = k_0 T \ln \frac{n}{n_0} = 1.27 \times 10^{-3} \text{ eV}$

又因为 $p = p_0 \exp\left(\frac{E_F - E_{Fp}}{k_0 T}\right)$

所以 $E_F - E_{Fp} = k_0 T \ln \frac{p}{p_0} = 0.62 \text{ eV}$

2、简述硅和砷化镓能带结构的异同点

异: 硅是间接带隙半导体, 其导带底和价带顶处于 k 空间的不同点; 砷化镓是直接带隙半导体, 其导带底和价带顶处于 k 空间的同一点。

同: 1. 两者的价带在布里渊区中心是简并的;

2. 禁带宽度根据相同的规律随温度的变化而变化。

3、影响 PN 结电流电压特性偏离理想方程的各种因素

表面效应; 势垒区中的产生和复合; 大注入条件; 串联电阻效应

三、分析题 (20 分)**1、定性分析硅中电子空穴迁移率随杂质浓度和温度的变化**

在高纯样品或者杂质浓度较低的样品中, 迁移率随温度升高而迅速减小, 这是因为 N_i 很小, 杂质散射忽略不计, 晶格散射起主要作用; 当杂质浓度高时, 在低温范围, 随着温度的升高, 电子迁移率反而缓慢上升, 这时杂质散射起主要作用, 温度继续升高, 又以晶格散射为主, 故迁移率下降。

2、简要分析间接复合的过程

间接复合指非平衡载流子通过复合中心复合。第一步: 导带电子落入复合中心能级。第二步: 电子落入价带与空穴复合。复合中心恢复原来的空状态, 可以去完成下一次复合。

四个微观过程: ①俘获电子过程。复合中心能级从导带俘获电子

②发射电子过程。复合中心能级上的电子被激发到导带

③俘获空穴过程。电子由复合中心能级落入价带与空穴复合

④发射空穴过程。价带电子被激发到复合中心能级上

四、计算题 (45 分)

1、从 $t=0$ 时刻开始, 宽度为 $40 \mu\text{s}$ 的方脉冲光照射某 P 型半导体, 光照被样品内

部均匀吸收, 并产生非平衡载流子, 产生率为 $1.0 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}/\text{s}$, 若少子寿命为 $10 \mu\text{s}$,

迁移率为 $1000 \text{ cm}^2/\text{v.s.}$ 计算:

(1) 电子的扩散长度

(2) 光照过程中以及光照结束后, 非平衡电子所满足的连续性方程。

(3) 求解从 $t=0$ 时刻到 $40 \mu s$ 的整个照射过程中非平衡电子随时间的变化规律。解: (1) 由爱因斯坦公式得 $D_n = \frac{K_0 T}{q} \mu_n = 26 \text{ cm}^2/\text{s}$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 1.6 \times 10^{-2} \text{ cm}$$

(2) 光照中, $\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\Delta n}{\tau} + g_p$,光照结束后, $\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\Delta n}{\tau}$

无外加电场

$$k_0 T = 0.026 \text{ eV}$$

$$\alpha_k = e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

(3) 由 $\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\Delta n}{\tau} + g_p$, $\Delta n(t) = g\tau + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ 得到 $t=0$ 时, $\Delta n(0)=0$, 所以 $A=-g\tau$

所以

光生 + Δp 公式
做积分

$$\Delta n(t) = g\tau(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\Delta n(40) = 4 \times 10^{13} (1 - e^{-4}) \text{ cm}^{-3}$$

2、300k 时, 10^{16} cm^{-3} 硅 PN 结两侧的掺杂浓度分别为 $N_D=10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $N_A=10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 。计算: (1) 零偏压下, N 型一侧的空间电荷区宽度 (X_n), P 型一侧的空间电荷区宽度 (X_p)。总的电荷区宽度 X_D 。(2) 空间电荷区内最大电场强度 (E_{max})。解: (1) 由题意可得 $N_D=10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $N_A=10^{15} \text{ cm}^{-3}$

$$X_D = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_r (N_A + N_D)(V_D - V)}{q N_A N_D}}$$

$$\text{其中 } V_D = \frac{K_0 T}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.6375 \text{ V}$$

代入上式中得 $X_D=9.49 \times 10^{-5} \text{ cm}$ 因为 $X_D = x_n + x_p$ 及 $N_A x_p = N_D x_n$,

$$\begin{aligned} & \text{零偏压 } V=0 \\ & S_1 \Rightarrow n_i \\ & 1.5 \times 10^{-10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & E_0 = 11.6 \\ & E_0 = 8.85 \end{aligned}$$

所以

$$\overbrace{x_n = \frac{N_A X_D}{N_D + N_A}}^{\longrightarrow} = 8.63 \times 10^{-6} \text{ cm}$$

$$\overbrace{x_p = \frac{N_D X_D}{N_D + N_A}}^{\longrightarrow} = 8.63 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

$$(2) E_{\max} = \frac{qN_D x_n}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{qN_A x_p}{\epsilon_0 \epsilon_r} = 1.35 \times 10^4 \text{ V/cm}$$



2、证明本征费米能级 E_i 基本上在禁带中线处

在热平衡态下, 半导体是电中性的: $n_0 = p_0$

$$n_0 = N_c \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right)$$

$$p_0 = N_v \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_0 T}\right)$$

$$N_c \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{K_0 T}\right) = N_v \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_0 T}\right)$$

取对数得

$$\text{本征费米能级: } E_i = E_F = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{k_0 T}{2} \ln \frac{N_v}{N_c}$$

$$E_i = E_F = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3k_0 T}{4} \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}$$

因为室温下 $k_0 T \approx 0.026 \text{ eV}$ 而硅、锗、砷化镓的禁带宽度约为 1 eV 所以上式第二项小的多。所以本征费米能级 E_i 基本上在禁带中线处。

四、计算题 (45 分)

1、(20 分) 导出 PN 结的正向电流与 V / V_D 的函数关系, 此处 V 为外加电压, 并求 300 K 时 PN 结的正向电流为 1 A 时的外加电压值,

$$u_p = 200 \text{ cm}^2 / (\text{V} \cdot \text{s}), u_n = 500 \text{ cm}^2 / (\text{V} \cdot \text{s}) \quad \tau_p = \tau_n = 1 \mu\text{s}, N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}, N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

解:

$$I = I_s (e^{\frac{qV}{k_0 T}} - 1) \Rightarrow V = \frac{k_0 T}{q} \left(1 + \ln \frac{I}{I_s}\right)$$

$$V_D = \frac{k_0 T}{q} \ln \frac{N_D N_A}{n_i^2}$$

接触电压

$$I_s = Aq \left(\frac{D_n n_{p0}}{L_n} + \frac{D_p p_{n0}}{L_p} \right)$$

所以公式导出为:

$$\frac{V}{V_D} = \frac{1 + \ln \frac{I}{I_s}}{\ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}} = \frac{1 + \ln \frac{I}{Aq \left(\frac{D_n n_{p0}}{L_n} + \frac{D_p p_{n0}}{L_p} \right)}}{\ln \frac{N_A N_D}{n_i^2}}$$

为求解 I_s , 有

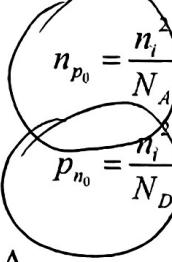
$$D_n = \frac{k_0 T}{q} \mu_n = 13 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$D_p = \frac{k_0 T}{q} \mu_p = 5.2 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 3.6 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 2.28 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

$$n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$



$$n_{p0} = \frac{n_i}{N_A} = 225 \text{ cm}^{-3}$$

$$p_{n0} = \frac{n_i}{N_D} = 2.25 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

所以 $I_s = 8.34 \times 10^{-12} \text{ A}$

其中, A 为半导体表面积

$$\begin{aligned} V &= \frac{k_0 T}{q} \left(1 + \ln \frac{I}{I_s} \right) \\ &= 0.026 \times \ln \left(1 + \frac{1}{8.34 \times 10^{-12}} \right) \\ &= 0.70V \end{aligned}$$

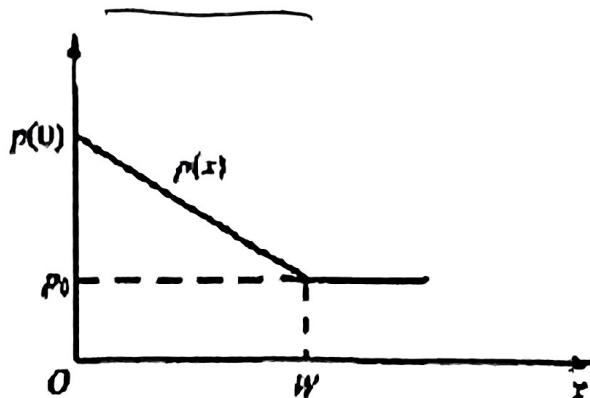
2、有一块半导体样品，它的空穴浓度如图所示。

1) 求无外加电场时的空穴电流密度 $J_p(x)$ 的表达式，并画出曲线；

2) 设空穴浓度分布如题图所示，若使净空穴电流为零，试求所需内电场的表达

式

3) 若 $p(0)/p_0 = 10^3$, 求 $x=0$ 和 $x=W$ 之间的电位差



解:

(1) 由上图可得:

$$\begin{aligned} p(x) &= \begin{cases} \frac{p_0 - p(0)}{W}x + p(0), & 0 < x < W \\ p_0, & x > W \end{cases} \\ &= \begin{cases} kx + p(0), & 0 < x < W \\ p_0, & x > W \end{cases} \end{aligned}$$

其中, $k = [p_0 - p(0)]/W < 0$ 。

由扩散定理可得:

$$J_p(x) = -qD_p \frac{dp}{dx} = \begin{cases} -qD_p k, & 0 < x < W \\ 0, & x > W \end{cases}$$

(2) 因为净空穴电流为零, 所以

$$\begin{aligned} J_p &= q\mu_p p(x)E(x) - qD_p \frac{dp}{dx} = 0 \\ \Rightarrow E(x) &= \frac{qD_p \frac{dp}{dx}}{q\mu_p p(x)} = \frac{1}{p(x)} \cdot \frac{D_p}{\mu_p} \cdot \frac{dp}{dx} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{cases} \frac{1}{p(x)} \cdot \frac{D_p}{\mu_p} \cdot k, & 0 < x < W \\ 0, & x > W \end{cases} \\ &= \begin{cases} \frac{0.026k}{kx + p(0)}, & 0 < x < W \\ 0, & x > W \end{cases} \end{aligned}$$

\sim 电子浓度

$$J = nq\sqrt{d} (电+) (空-)$$

↓

$$\cdot \sqrt{d} = M \bar{E} \cdot$$

(3)

$$\begin{aligned}V &= - \int E(x) dx \\&= - \int_0^W \frac{0.026k}{kx + p(0)} dx \\&= -0.026 \ln [kx + p(0)] \Big|_0^W \\&= -0.026 \left\{ \ln \left[\frac{p_0 - p(0)}{W} W + p(0) \right] - \ln p(0) \right\} \\&= -0.026 \ln \frac{p_0}{p(0)} \\&= 0.078 \ln 10\end{aligned}$$

在硅、锗中形成深能级的杂质，基本上与实验情况相一致。

2、简述为什么非平衡状态下，少数载流子的准费米能级相比多数载流子的准费米能级偏离平衡时的费米能级更多一些。

以 n 型半导体为例，再小注入条件下，即 $\Delta n \ll n_0$ 时，显然有 $n > n_0$ 且 $n \approx n_0$ ，因而 E_{Fn} 比 E_F 更靠近导带，但偏离 E_F 甚小。这时注入的空穴浓度 $\Delta p \gg p_0$ ，故 $p \gg p_0$ ，所以 E_{Fp} 比 E_F 更靠近价带，且比 E_{Fn} 更显著地偏离 E_F 。

3、简述存在恒定外界电场时，电流密度并没有无限增长，而是恒定的原因。

当有外电场作用时，载流子存在着相互矛盾的两种运动。一方面载流子受到电场力的作用，沿电场方向(空穴)或反电场方向(电子)定向运动；另一方面，载流子仍不断地遭到散射，使载流子的运动方向不断地改变。这样，由于电场作用获得的漂移速度，便不断地散射到各个方向上去，使漂移速度不能无限地积累起来，载流子在电场力作用下的加速运动，也只有在两次散射之间才存在，经过散射后，它们又失去了获得的附加速度。从而，在外力和散射的双重影响下，使得载流子以一定的平均速度沿力的方向漂移，这个平均速度才是上面所说的恒定的平均漂移速度。载流子在外电场作用下的实际运动轨迹应该是热运动和漂移运动的叠加，可见，虽然电子仍不断地遭到散射，但由于有外加电场的作用，所以，电子反电场方向有一定的漂移运动，形成了电流，而且在恒定电场作用下，电流密度是恒定的。

三、公式推导 (20 分)

1、推导能带极值在 $k=0$ 时，等能面为球面的导带底状态密度公式。

对与导带底附近的能量公式来说， $E(k) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*}$

以 $|k|$ 为半径作一球面，即能量为 $E(k)$ 的等能面，以 $|k+dk|$ 为半径作球面，即能量为 $E+dE$ 的等能面。

所以两球壳之间的体积为 $dV = d\left(\frac{4}{3}\pi k^3\right) = 4\pi k^2 dk$

因为 \mathbf{k} 空间量子态密度为 $\frac{2V}{8\pi^3}$

故能量 $E \sim (E+dE)$ 间量子态数为

$$dZ = \frac{2V}{8\pi^3} \times 4\pi k^2 dk$$

又因为从导带底能量可以推出

$$k = \frac{(2m_n^*)^{1/2} (E - E_C)^{1/2}}{\hbar}$$

对 E_C 的公式进行求导, 得到 $\frac{dE}{dk} = \frac{\hbar^2 k}{m_n^*}$, 即 $k dk = \frac{m_n^* dE}{\hbar^2}$

所以

$$dZ = \frac{V}{2\pi^2} \cdot \frac{(2m_n^*)^{3/2} (E - E_C)^{1/2}}{\hbar^3} dE$$

所以导带底附近状态密度为 $g_c(E) = \frac{dZ}{dE} = \frac{V}{2\pi^2} \cdot \frac{(2m_n^*)^{3/2} (E - E_C)^{1/2}}{\hbar^3}$



2、推导连续性方程



$$(J_p)_{\text{扩}} = -qD_p \frac{d\Delta p(x)}{dx}$$

$$(J_p)_{\text{漂}} = qp\mu_p E$$

由于扩散单位时间积累的空穴

$$-\frac{1}{q} \frac{\partial (J_p)_{\text{扩}}}{\partial x} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

由于漂移运动单位时间积累的空穴

$$-\frac{1}{q} \frac{\partial (J_p)_{\text{漂}}}{\partial x} = -\mu_p E \frac{\partial p}{\partial x} - \mu_p p \frac{\partial E}{\partial x}$$

小注入单位时间单位体积复合消失的空穴为 $\frac{\Delta p}{\tau}$

外界因素引起的单位时间单位体积空穴变化 g_p

则单位体积内空穴随时间的变化率为

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial p}{\partial x} - \mu_p p \frac{\partial E}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau} + g_p$$

三、计算题 (45 分)

1、(20 分)有一硅样品，施主浓度为 $N_D = 2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, 受主浓度为 $N_A = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, 已知施主电离能 $\Delta E = E_c - E_F = 0.05 \text{ eV}$, 试求 99% 的施主杂质电离时的温度。

解: 在若施主杂质电离 99%, 则受主杂质已经完全电离, 这时本征激发可以忽略,

故: $n_0 = n_D^+ - N_A^-$

因为 $n_0 = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{K_0 T}\right)$ 对于硅材料, $N_c = 5.6 \times 10^{15} T^{\frac{3}{2}}$, 设 $n_D^+ = 0.99 N_D$

故: $0.99 N_D - N_A = 5.6 \times 10^{15} T^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{K_0 T}\right)$

这时, 只有 1% 的施主有电子占据, 即 $n_D = 0.01\%$, 代入 n_D 公式可得:

$$f(E_F) = \exp\left(\frac{E_F - E_F}{K_0 T}\right) = 198$$

$$g_D = 2 \quad g_A = 4$$

$$\text{故 } E_F = E_F - kT \ln 198, \text{ 所以: } T = \frac{579}{\frac{3}{2} \ln T - 1.21} = 101k$$

2、用光照射 n 型半导体样品(小注入), 假设光被均匀地吸收, 电子-空穴对的产生率为 G , 空穴的寿命为 τ 。光照开始时, $t=0$, $\Delta p = 0$, 试求出:

1) 光照开始后任意时刻 t 的过剩空穴浓度 $\Delta p(t)$;

2) 在光照下, 达到稳定态时的过剩空穴浓度。

解: 1、根据非平衡少子的连续性方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta p(t)}{\partial t} &= -\frac{\Delta p(t)}{\tau} + G \\ \tau \frac{\partial \Delta p(t)}{\partial t} &= G\tau - \Delta p(t) \end{aligned}$$

令 $\Delta p'(t) = \Delta p(t) - G\tau$

$$\frac{d\Delta p'(t)}{dt} = \frac{\Delta p'(t)}{\tau}$$
$$\Delta p'(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$\Delta p(t) = G\tau + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

直接解微分方程

代入边界条件得 $A = -G\tau$

$$\Delta p(t) = G\tau \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

2、达到稳定时，过剩空穴浓度不再随时间变化，即

$$\frac{\partial \Delta p(t)}{\partial t} = -\frac{\Delta p(t)}{\tau} + G = 0 \quad \Delta p(t) = G\tau$$

四、计算题 (50 分)

1、掺有施主浓度 10^{19} m^{-3} 的磷原子硅材料，在温度为 400 K 时求

(1) 多子浓度

$$N_D = 10^{19} \text{ m}^{-3} = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

又 400 K 时 $n_i = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$

掺杂浓度与本征载流子浓度差不多，本征激发不可忽略

$$n_0 = N_D + p_0$$

$$n_0 p_0 = n_i^2$$

$$n_0 = \frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2}}{2} = 1.62 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

(2) 少子浓度

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = 6.17 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

(3) 费米能级位置

$$n_0 = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_i}{k_b T}\right)$$

$$\begin{aligned} E_F - E_i &= k_b T \ln \frac{n_0}{n_i} \\ &= 0.026 \times \frac{4}{3} \times \ln 1.62 \\ &= 0.017 \text{ eV} \end{aligned}$$

(已知 400 K 时硅的本征载流子浓度为 10^{13} cm^{-3})

2、0.6kg 的硅单晶掺入 $4.5 \times 10^{-8} \text{ kg}$ 的硼，若杂质完全电离求掺入后该材料的电阻率。

空穴迁移率为 $500 \text{ cm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ ，已知硅单晶的密度为 2.33 g/cm^3 ，硼的原子量为 10.8

$$V = \frac{600}{2.33} = 257.5 \text{ cm}^{-3}$$

$$\frac{4.5 \times 10^{-8} \times 10^3}{10.8} = 4.17 \times 10^{-6} \text{ mol}$$

$$\frac{4.17 \times 10^{-6} \times 6.025 \times 10^{23}}{257.5} = 9.76 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_A = 9.76 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$\rho = \frac{1}{pq\mu_p} = 1.28 \Omega \cdot \text{cm}$$

3、一硅突变 pn 结

n 区的 $\rho_p = 0.1 \Omega \cdot \text{cm}$, $\tau_n = 10 \mu\text{s}$, $N_A = 5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_n = 550 \text{ cm}^2 / \text{V}$;

p 区的 $\rho_n = 5 \Omega \cdot \text{cm}$, $\tau_p = 5 \mu\text{s}$, $N_D = 9 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_p = 460 \text{ cm}^2 / \text{V}$, 求

(1) 求室温下的饱和电流密度

$$J_s = \frac{qD_n n_{p0}}{L_n} + \frac{qD_p p_{n0}}{L_p}$$

由爱因斯坦关系可得

$$D_n = \frac{k_0 T}{q} \mu_n = 14.3 \text{ cm}^2 / \text{s}$$

$$D_p = \frac{k_0 T}{q} \mu_p = 11.96 \text{ cm}^2 / \text{s}$$

$$n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A} = 450 \text{ cm}^{-3}$$

$$p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D} = 2.5 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 11.96 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 7.73 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

代入得

$$J_s = 6.2 \times 10^{-11} \text{ A/cm}^2$$

(2) 求正向偏压 0.7 V 下流过 pn 结的电流密度

$$J = J_s \left[\exp\left(\frac{qV}{k_b T}\right) - 1 \right] = 30.54 A/cm^2$$

4、已知 n 型硅样品的电阻率为 $5 \Omega \cdot \text{cm}$, 空穴寿命 $\tau_p = 10 \mu\text{s}$, 在表面处稳定注入空穴, 过剩空穴浓度(Δp)= $4 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, 已知 $\mu_p = 800 \text{ cm}^2/V \cdot \text{s}$ 。

(1) 计算过剩空穴从表面扩散到内部满足的函数关系

满足题意的电流连续性方程为

$$D_p \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \frac{\Delta p}{\tau} = 0$$

边界条件

$$x = 0, \Delta p = 4 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

$$x = \infty, \Delta p = 0$$

\therefore 微分方程的解为

$$\Delta p(x) = \Delta p_0 e^{-\frac{x}{L_p}}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

由爱因斯坦关系得

$$D_p = \frac{k_b T}{q} \mu_p = 20.8 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\therefore L_p = 0.014 \text{ cm}$$

$$\Delta p(x) = 4 \times 10^{12} e^{-\frac{x}{0.014}}$$

(2) 计算距离半导体表面多远处过剩空穴浓度衰减为原来的四分之一

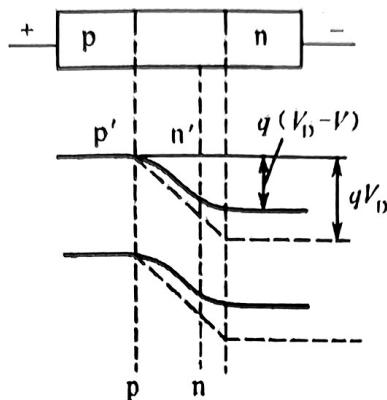
$$\frac{1}{4} \Delta p_0 = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

$$4 \times 10^{12} e^{-\frac{x}{0.014}} = 10^{12}$$

$$x = 0.019 \text{ cm}$$

电场强度成正比; 当电场强度增强到 10^3V/cm 以上时, J 与 σ 不再成正比, 偏离了欧姆定律, 平均漂移速度与电场强度不再成正比; 当电场强度 $> 5 \times 10^3 \text{V/cm}$, 平均漂移速度达到饱和, 不再随电场强度变化。

2、画出正向偏压时 PN 结势垒的变化并简要分析。



PN 结加正向偏压 V 时, 因势垒区内载流子浓度很小电阻很大, 势垒区外的 p 区和 n 区中载流子浓度很大, 电阻很小, 所以外加正向偏压基本降落在势垒区。正向偏压在势垒区中产生了与内建电场方向相反的电场, 因而减弱了势垒区中的电场强度, 空间电荷相应减少。故势垒区的宽度也减小, 同时势垒高度从 qV_D 下降为 $q(V_D-V)$ 。

四、计算题 (50 分)

1、已知室温下 Si 的 $N_c = 2.8 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$ 。

(1) 若在室温下掺入施主杂质的电离能为 0.55 eV, 且 $E_F = (E_c + E_D)/2$, 求掺入杂质的浓度。

由于室温下 E_F 并未下降到 E_D 下方

故此时并不是强电离区, 则有

$$n_0 = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_b T}\right) = n_D^+ = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{k_b T}\right)}$$

带入 $E_F = \frac{E_c + E_D}{2}$ 得

$$N_c \exp\left(-\frac{\Delta E_D}{2k_0 T}\right) = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(\frac{\Delta E_D}{2k_0 T}\right)}$$

解得 $N_D = 5.60 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

(2) 若在室温下掺入施主杂质且只电离了一半, 求此时的费米能级位置

$$n_0 = \frac{N_D}{2} = n_D^+ = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right)}$$

$$\therefore 1 + 2 \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right) = 2$$

$$E_D - E_F = 0.02 \text{ eV}$$

2、已知室温下一块 P 型硅半导体的电阻率为 $0.5 \Omega \cdot \text{cm}$, $\mu_n = 1450 \text{ cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}$,

$$\mu_p = 500 \text{ cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}, n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}.$$

(1) 求电子和空穴的浓度

$$\sigma = nq\mu_n + pq\mu_p = \frac{1}{\rho}$$

$$np = n_i^2$$

联立可解得

$$n = 9.00 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = 2.5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

(2) 若经过光照后产生非平衡载流子浓度为 $2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, 求此时电阻率

$$\begin{aligned} \rho' &= \rho + \Delta\rho \\ &= 0.5 + \frac{1}{2 \times 10^{16} \times 1.6 \times 10^{-19} \times (1450 + 500)} \\ &= 0.66 \Omega \cdot \text{cm} \end{aligned}$$

3、室温下, n型硅半导体中少子寿命为 $8\mu s$, 少子迁移率为 $500cm^{-2}/(V\cdot s)$

求少子扩散长度。

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

由爱因斯坦关系 $\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{k_0 T}{q}$

可得 $D_p = 13cm^2/s, L_p = 0.01cm$

4、若室温下 $N_A = N_D = 5 \times 10^{15} cm^{-3}$

已知硅的 $n_i = 1.5 \times 10^{10} cm^{-3}, \epsilon_r = 11.6, \epsilon_s = 8.85 \times 10^{-14} F/cm$

(1) 求内建电势 V_D

$$V_D = \frac{k_0 T}{q} \left(\ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) = 0.66V$$

(2) 求势垒宽度 X_D

$$X_D = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \epsilon_r}{q} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} V_D} = 5.82 \times 10^{-5} cm$$