



< 数学母题-考前突破.pdf



题型九 几何探究题



1. 综合与实践

课本再现

(1)下面是数学教材上的一道题:

如图①,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2$, $BC=4$, $\triangle ABC$ 的高 AD 与高 CE 的比是多少? (提示:利用三角形的面积公式)



第1题图①

请你写出求解过程;

方法迁移

(2)如图②,在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线.对于这一图形,芳芳同学提出 $\frac{AB}{AC}$ 与 $\frac{BD}{CD}$ 之间有什么数量关系呢? 为解决这一问题,芳芳同学进行了如下探究:

①当 $AB=AC$ 时, $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}$ (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”);

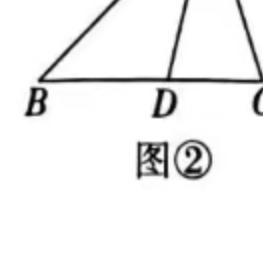
②当 $AB \neq AC$ 时,①中的结论还成立吗,写出你的猜想并证明;

结论应用

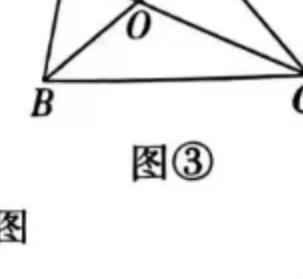
(3)如图③,在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$, $\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线 BE 与 CD 交于点 E ,连接 AC 交 BE 于点 O .

①求证: CA 平分 $\angle BCD$;

②若 $\angle BAD+\angle ADC=240^\circ$, $\frac{AO}{CO}=\frac{n}{m}$ ($m>n$),则 $\frac{BO}{CO}$ 的值为 _____. (用含 m,n 的式子表示)



图②



图③

第1题图

温馨提示:与角平分线有关的问题见主书 P102



< 数学母题-考前突破.pdf

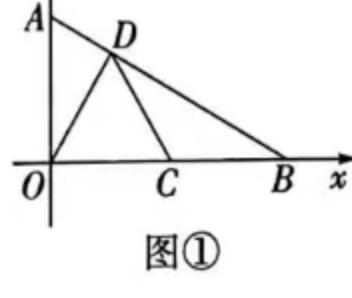


4. 如图,在平面直角坐标系中, $\text{Rt}\triangle AOB$ 的直角边 OA, OB 分别在 y 轴、 x 轴正半轴上, $\angle ABO = 30^\circ$, $B(8, 0)$, C 是 OB 上一点,以 OC 为边向上作等边 $\triangle OCD$.

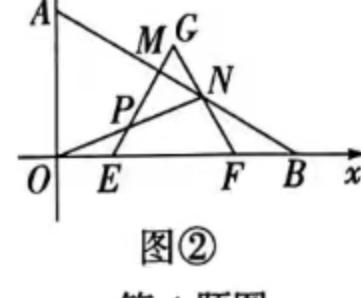
- (1) 如图①,若点 D 正好在边 AB 上,求点 C 的坐标;
- (2) 如图②,将(1)中的等边 $\triangle OCD$ 沿 x 轴正方向平移得到 $\triangle EFG$,点 O, C, D 的对应点分别是点 E, F, G , EG, FG 分别与 AB 交于点 M, N ,连接 ON 交 EG 于点 P .

①求 PM 的长;

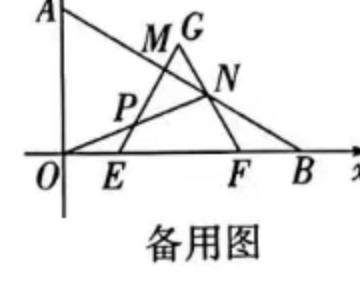
②设 $\triangle PMN$ 与四边形 $PEFN$ 的面积分别为 S_1 与 S_2 , $OE = t$ ($0 < t < 4$), 求当 $S_1 = S_2$ 时, t 的值.



图①



图②



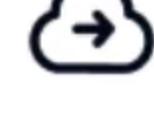
备用图

第4题图

温馨提示: 与平移有关的几何探究见主书 P167, 平面直角坐标系中的面积问题见主书 P46



< 数学母题-考前突破.pdf



5. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点坐标为 $A(3, -4)$, 且图象经过点 $(0, 5)$.
- (1) 求该抛物线的函数表达式;
 - (2) 若当 $2 \leq x \leq t$ 时, 该二次函数最大值与最小值的差是 9, 求 t 的值;
 - (3) 已知点 $M(2, m), N(5, -4)$, 若抛物线与线段 MN 只有一个公共点, 求 m 的取值范围.

6. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2+bx(a \neq 0)$ 过点 $(4, 0)$.
- (1) 用含 a 的代数式表示 b ;
 - (2) 已知点 $A(0, a)$, 将点 A 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到点 B , 再将点 B 向右平移 2 个单位长度得到点 C , 求点 C 的坐标(用含 a 的代数式表示);
 - (3) 在(2)的条件下, 若线段 AC 与抛物线有公共点, 求 a 的取值范围.

16

17 / 33



目录

预览模式

pdf转word

翻译

云打印

5分/张

百度网盘分享

数学母题-考前突破.pdf



AB 运动, 同时点 Q 从点 B 出发, 以每秒 2 个单位长度的速度沿折线 $BC-CD-DA$ 运动. 且点 P 运动到点 B 时, 点 P, Q 同时停止运动, 连接 PQ , 设点 P 的运动时间为 t 秒, 当 $AP = \frac{3}{2}CQ$ 时, PQ 的长为 _____.

温馨提示 含 60° 角的菱形见主书 P134

3

4/33

题型三 函数的实际应用



1. 某楼盘有一栋 23 层的楼房在售, 销售价格按照: 第 8 层楼房每平方米售价为 8 000 元, 从第 8 层往上每上升一层, 每平方米的售价提高 100 元; 从第 8 层往下每下降一层, 每平方米的售价降低 60 元. 设楼层为 x ($1 \leq x \leq 23$, 且 x 取整数) 时, 对应售价为 y 元/平方米.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 若购买者一次性付清所有房款, 开发商有如下优惠: 购房款减免 5%, 另外每套楼房当场减免 a 元装修基金. 老王要一次性付款购买第 16 层的一套 100 平方米的住房, 按照优惠方案, 他实际支付购房款 812 000 元, 求 a 的值.

温馨提示 分段函数的应用问题见主书 P62

2. 为了让学生了解更多的珍稀海洋物种, 某校开展海洋物种展示活动, 需要制作 A, B 两种类型的宣传广告牌, 已知制作 A 型广告牌的费用为 50 元/个, B 型广告牌的费用为 80 元/个.

(1) 若 A 型广告牌的数量是 B 型广告牌数量的 2 倍, 制作 A 型广告牌所需的费用比 B 型广告牌多 500 元, 求分别制作 A, B 两种类型的宣传广告牌多少个?

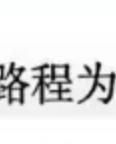
(2) 若需要制作 A, B 两种类型的宣传广告牌共 50 个, 每个 A 型广告牌的制作费用比原来提高了 8%, 每个 B 型广告牌的制作费用比原来降低了 10%, 其中 A 型广告牌的数量不少于 20 个且不多于 24 个, 求制作多少个 A 型广告牌可使制作所需的总费用最少? 最少费用是多少元?

温馨提示 费用最少、利润最大问题见主书 P66

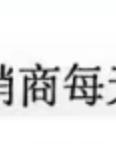
4



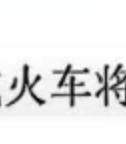
目录



预览模式



pdf转word



翻译



云打印



< 数学母题-考前突破.pdf



5. 综合与实践

在数学探究课上,王宇同学通过作辅助图形的方法,计算动点条件下线段和的最小值.

(1)【观察发现】

如图①,在等边 $\triangle ABC$ 中, $AC=2\sqrt{3}$, $CD=\frac{1}{2}BC$, E , F 分别是 AB 和 AC 上的动点,且总有 $BE=AF$,连接 AD , DE , DF .阅读下面作辅助图形的方法及推理过程并填空,理解确定 $DE+DF$ 最小值的方法.

解: \because 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AC=2\sqrt{3}$, $CD=\frac{1}{2}BC$,

\therefore 点 D 为 BC 边上的中点, $\angle B=\angle ACB$.

$\therefore AD \perp BC$.

过点 A 作 $AG \perp AD$,使 $AG=BD$,连接 GF .

$\therefore AG \parallel BC$. $\therefore \angle GAC=\angle ACB=\angle B$.

又 $\because AF=BE$, $\therefore \triangle AGF \cong \triangle BDE$ (SAS).

$\therefore GF=DE$.

连接 DG , $\therefore DE+DF=GF+DF \geq DG$,当 D , F , G 三点共线时, $DE+DF$ 的最小值等于线段 DG 的长.

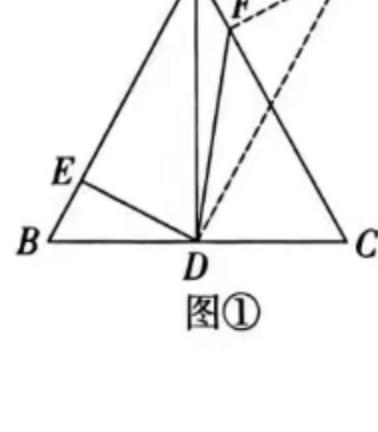
$\therefore DE+DF$ 的最小值为_____.

(2)【类比应用】

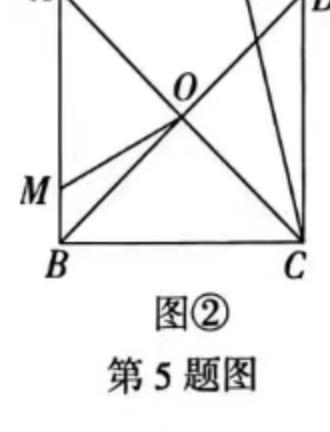
如图②,已知正方形 $ABCD$ 的边长为6, O 为对角线的交点, M , N 分别是 AB , AD 上的动点,且总有 $BM=DN$,连接 OM , CN ,求 $OM+CN$ 的最小值;

(3)【拓展延伸】

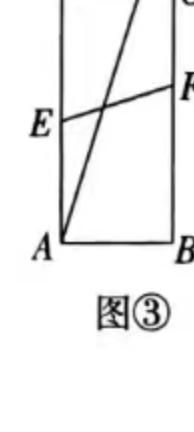
如图③,矩形 $ABCD$ 中, $AB=\sqrt{2}$, $AD=2\sqrt{2}$, E 是 AD 的中点, F , G 分别是 BC 和 DC 上的动点,且总有 $BF=2DG$,连接 EF , AG ,求 $EF+2AG$ 的最小值.



图①



图②



图③

第5题图

温馨提示:动点产生的线段最值问题见主书 P173



< 数学母题-考前突破.pdf



3. 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 为大小不一的等腰直角三角形, $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$, 连接 AD, P, M, N 分别为 AD, DE, AB 的中点, 连接 PM, PN, MN .

【问题提出】

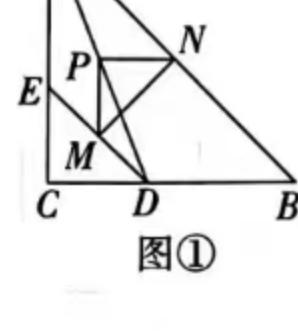
- (1) 如图①, 当点 D, E 分别在边 BC, AC 上时, 试判断: $\triangle PMN$ 的形状为_____;

【问题探究】

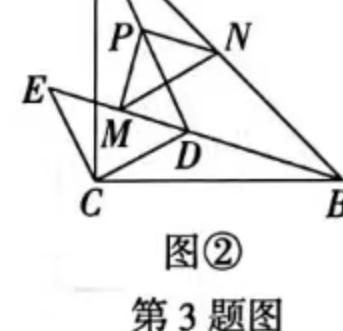
- (2) 将 $\triangle CDE$ 绕点 C 逆时针旋转, 旋转角为 $\alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$, 连接 BD , 已知 $AB = 10, DE = 4$.

①如图②, 当 B, D, E 三点共线时, 求 MN 的长;

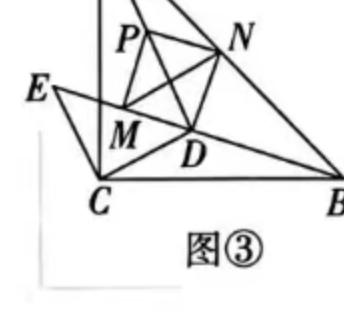
②如图③, 连接 DN , 当 $\triangle ABD$ 的面积取得最小值时, 求四边形 $PMDN$ 的面积.



图①



图②



图③

第3题图

温馨提示“手拉手”模型见主书P111, 线圆最值问题见主书P159



< 数学母题-考前突破.pdf



2. 综合与实践

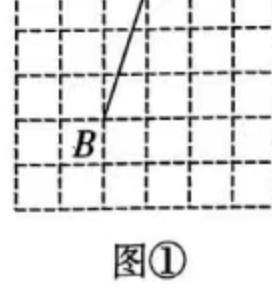
学习几何时,通常是先用几何的眼光去观察,再用代数的方法去验证. 网格是研究几何图形的一种工具,也是培养几何直观的一种方式. 如图是正方形网格,每一个小正方形的边长为1,其顶点称为格点.

(1) ①如图①,点A,B均在格点上,仅用无刻度的直尺找出线段AB的中点P(不写画法,保留画图痕迹);

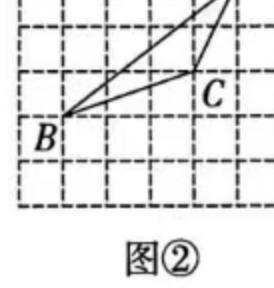
②如图②,点A,B,C均在格点上,求 $\tan \angle BAC$ 的值;

(2) 如图③,仅用无刻度的直尺找出 $\triangle ABC$ 的内心O的位置,并说明点O的位置是如何找到的;

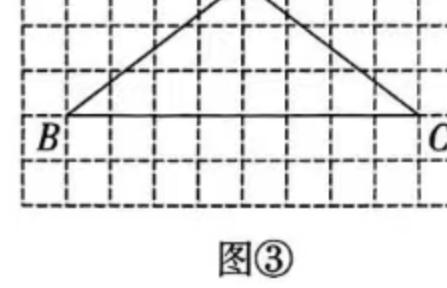
(3) 如图④,在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 中,点A在边DE上,且 $DE = 3AE$,连接BD. 若 $\angle ACB = \angle CED = 90^\circ$, $AC = BC = \sqrt{10}$, $EC = ED$,求BD的长.



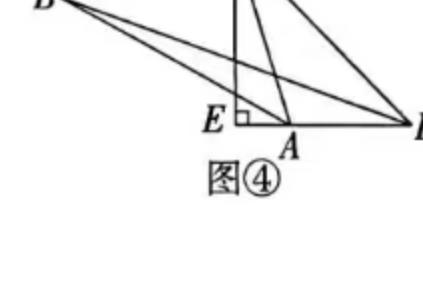
图①



图②



图③



图④

第2题图

温馨提示:无刻度直尺作图题见主书 P163



< 数学母题-考前突破.pdf



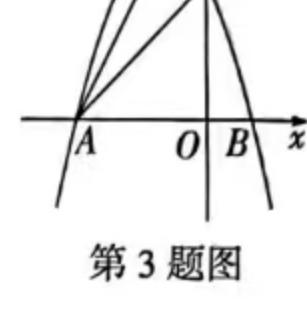
类型 2 与面积有关的问题

温馨提示 本题型解法见主书 P77

3. 如图,抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3$ 与 x 轴交于 A, B 两点(点 A 在点 B 的左侧),与 y 轴交于点 C , D 为抛物线的顶点.

(1) 求点 A, B, C 的坐标;

(2) 连接 AC, AD, CD ,在抛物线上是否存在点 M (不与点 D 重合),使 $S_{\triangle ACM} = S_{\triangle ACD}$? 若存在,求出点 M 的坐标;若不存在,请说明理由.



第 3 题图

4. 如图,已知抛物线的顶点坐标为 $(-1, 4)$,且与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ 和点 B ,与 y 轴交于点 C .

(1) 求抛物线的表达式和点 C 的坐标;

(2) 若点 M 是抛物线第二象限内一点,连接 AM ,过点 C 作 $CN \parallel AM$ 交 x 轴于点 N ,连接 MN ,是否存在点 M ,使得 $\triangle AMN$ 的面积存在最大值? 若存在,求出点 M 的坐标;若不存在,请说明理由.



第 4 题图



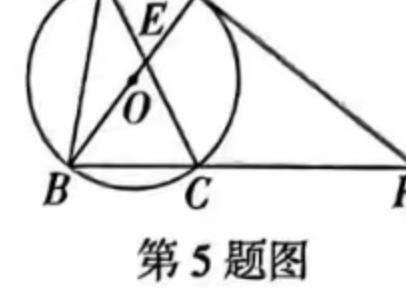
< 数学母题-考前突破.pdf



5. 如图, $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的内接三角形, 直径 BD 与 AC 交于点 E , 过点 D 作 $\odot O$ 的切线, 与 BC 的延长线交于点 F .

(1) 求证: $\angle A = \angle F$;

(2) 若 $BD = 5$, $\tan F = \frac{3}{4}$, $BC = BE$, 求 AE 的长.

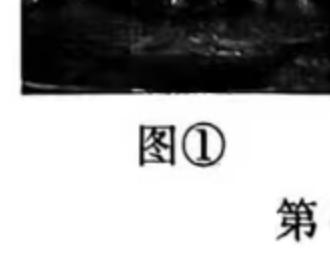


第 5 题图

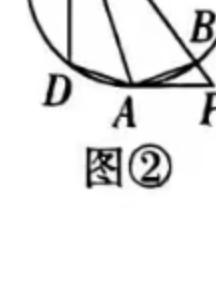
6. (新考法·数学与生活融合项目化学习) 如图①是直径为 40 m 的室内游泳池, 如图②, $\odot O$ 是该泳池的俯视图, A, B, C, D 均为泳池边缘的扶梯. 小明与小亮从入口 P 处分别沿两条路径 PA, PB 进入泳池, 小明从 A 处匀速游向 C 处, 小亮从 B 处匀速游向 A 处, 再从 A 处匀速游向 D 处. 已知入口 P 在直径 CB 的延长线上, PA 与 $\odot O$ 相切于点 A , $\widehat{AD} = \widehat{AB}$, 连接 CD ,

(1) 求证: $\angle BAP = \angle ACD$;

(2) 小明与小亮分别从扶梯 A, B 处同时下水游泳且分别同时到达 C, D 处, 测得点 C 和点 D 相距 32 m, 若小亮的游泳速度为 0.6 m/s, 求小明的游泳速度.



图①



图②

第 6 题图





< 数学母题-考前突破.pdf



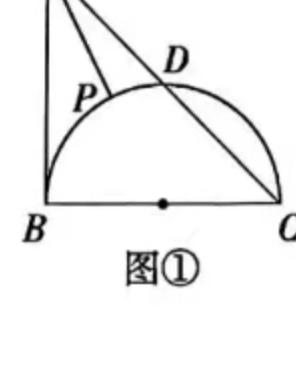
4. 综合与实践

问题提出

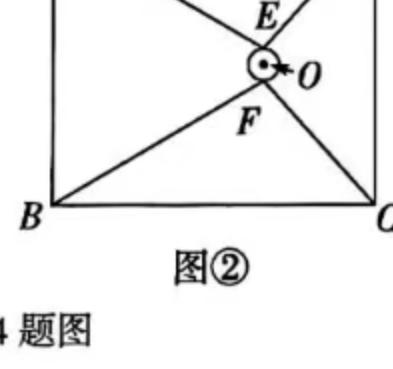
- (1) 如图①,在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 以 BC 为直径的半圆交 AC 于点 D , P 是 \widehat{BD} 上一动点, 连接 AP , 若 $S_{\triangle ABC}=8$, 则 AP 的最小值是_____;

问题解决

- (2) 如图②, 某商场的管理部门规划在矩形商场 $ABCD$ 中设计一个半径为 5 米的圆形音乐喷泉 $\odot O$, E, F 为喷泉外围 $\odot O$ 上两点, AE, DE, BF, CF 为地下输水管道, 将 $\triangle ADE$, $\triangle CBF$ 区域铺上草坪, 且草坪的面积之和为 3 750 平方米, 并给管道 AE 的上方铺设一条灯带. 已知 $AB=85$ 米, $AD=100$ 米, 灯带的铺装费用为每米 12 元. 若该管理部门想在输水管道 DE, BF 之和最短的情况下, 使得铺装灯带的费用最低, 求铺装灯带的最低费用.



图①



图②

第 4 题图

温馨提示: 造桥选址模型见主书 P176, 点圆最值问题见本书 P155



< 数学母题-考前突破.pdf



3. 阅读以下材料,并按要求完成相应的问题.

将军饮马

唐朝诗人李颀的诗《古从军行》中说:“白日登山望烽火,黄昏饮马傍交河”,诗中隐含着一个有趣的数学问题,我们称之为——将军饮马问题,其大意为:军士白天需登山瞭望有无燃起的烽火,傍晚还要到交河使马饮水后再返回军营,问:军士怎么走能使得路程最短?可以用数学的思维思考这个问题.

如图①,直线 l 表示交河,点 A 表示山峰,点 B 表示军营,已知 A, B 的位置固定,在直线 l 上找一点 P 使得 $PA+PB$ 最小,并确定 $PA+PB$ 的最小值.

解决方法:作点 A 关于直线 l 的对称点 A' ,连接 PA' ,

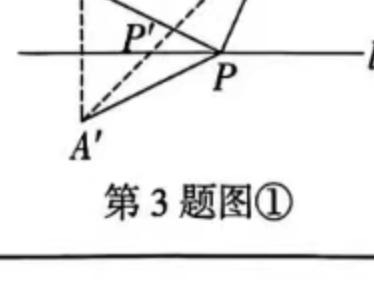
$$\therefore PA' = PA,$$

$$\therefore PA+PB=PA'+PB,$$

连接 $A'B, A'B$ 交直线 l 于点 P' ,则 $PA'+PB \geq A'B$,

\therefore 线段 $A'B$ 的长度即为 $PA+PB$ 的最小值(依据_____),

\therefore 点 P' 即为所求作的点.

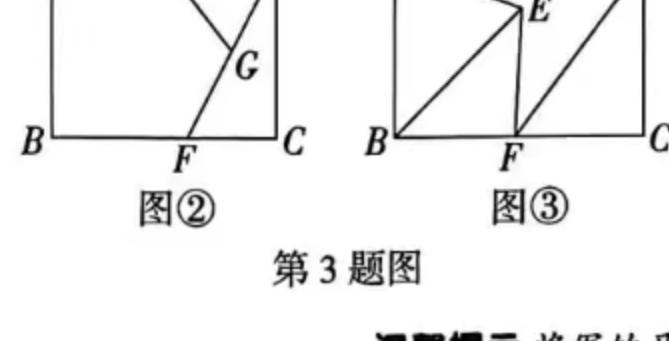


第3题图①

(1)填空:材料中的依据是指_____;

(2)如图②,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3, BC=4$,点 E 是 AD 的中点,点 F 是 BC 边上任意一点,连接 DF ,取 DF 的中点 G ,连接 EG ,求 $DG+EG$ 的最小值;

(3)如图③,在矩形 $ABCD$ 中 $AB=4, BC=6$,点 E 是矩形 $ABCD$ 内部一点, $\cos \angle AEB=\frac{\sqrt{5}}{5}$,点 F 是 BC 边上一点,连接 EF, DF ,求 $EF+DF$ 的最小值.



第3题图

温馨提示:将军饮马模型求线段和最值见主书 P174

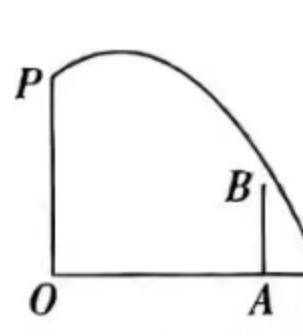


< 数学母题-考前突破.pdf



5

4. (新考法·数学与生活融合项目化学习)根据表格素材,完成下列任务.

探究固定位置发球如何让羽毛球恰好过网		
素材 1	如图①是小亮与小红一次击打羽毛球的线路分析,小亮在地面的 O 点正上方击球,击球点 P 到点 O 的垂直距离为 2.8 米,羽毛球在距离小亮水平距离 1 米的位置达到最高点,最高点距地面的高度为 3.2 米,羽毛球的飞行高度 y (米)与水平距离 x (米)近似满足二次函数关系.	6/33  第 4 题图①
素材 2	如图②,在离 O 点水平距离 3 米的位置有一球网 AB , $AB=1.55$ 米,点 A 在地面上.	 第 4 题图②
素材 3	小红站在球网 AB 右侧某位置,小亮发球过网后,羽毛球飞行到离地面 0.7 米处被小红接球成功.	
问题解决		
任务 1	确定羽毛球轨迹的形状	在图中建立合适的平面直角坐标系,求抛物线的函数表达式;
任务 2	判断小红接球的位置	求小红接到球时,羽毛球与点 O 的水平距离;
任务 3	探究击球方案	若击球轨迹和最高点距 OP 的水平距离不变,只改变击球点的高度,要使羽毛球恰好经过球网上端 B 点,求击球点 P 距地面的高度 OP 为多少米?

温馨提示:抛物线型应用问题见主书 P68



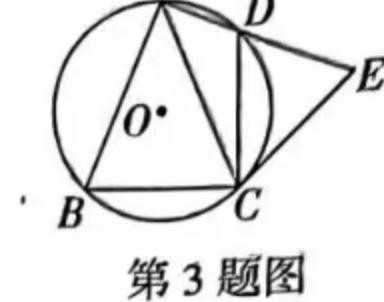
< 数学母题-考前突破.pdf



7

如图,四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $BC=CD$,延长 AD 至点 E ,使得 $AE=AB$,连接 AC,CE .

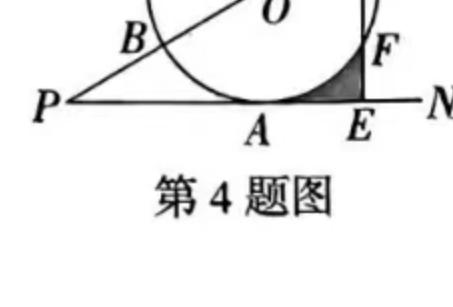
- (1)求证: $CD=CE$;
- (2)若 $AB=AC,\angle BAD=90^\circ$,求证: CE 是 $\odot O$ 的切线.



第3题图

4. 如图, $\angle MPN=30^\circ$,点 O 在 PM 上, $\odot O$ 与 PN 相切于点 A ,与 PM 的交点分别为 B,C .作 $CD//PN$,与 $\odot O$ 交于点 D ,作 $CE\perp PN$,垂足为 E ,交 $\odot O$ 于点 F .

- (1)求证: $CD=PA$;
- (2)若 $PA=6$,求阴影部分的面积.



第4题图

5. 如图, $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的内接三角形,直径 BD 与 AC 交于点 E ,过点 D 作 $\odot O$ 的切线,与 BC 的延长线交于点 F .

- (1)求证: $\angle A=\angle F$;



< 数学母题-考前突破.pdf



题型八 阅读理解题



1. 阅读下列材料,完成相应任务.

海伦——秦九韶公式

古希腊的几何学家海伦在他的著作《度量》一书中,给出了如果一个三角形的三边长分别为 a, b, c ,记 $p = \frac{a+b+c}{2}$,那么三角形的面积为 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ①,这一公式称为海伦公式.

我国南宋时期数学家秦九韶曾提出利用三角形的三边求面积的秦九韶公式 $S =$

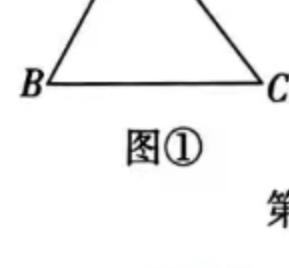
$$\sqrt{\frac{1}{4} [a^2b^2 - (\frac{a^2+b^2-c^2}{2})^2]} \quad ②.$$

(1)请说明海伦公式与秦九韶公式实质上是同一个公式;

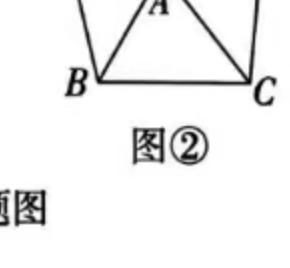
(2)如图①,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=9, AC=10, BC=11$.

①求 $\sin A$ 的值;

②如图②,分别以 AB, AC 为边作等腰直角三角形,得到 $\triangle ABD, \triangle ACE$,其中 $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$,连接 DE .求 $\triangle ADE$ 的面积.



图①



图②

第1题图

温馨提示:求三角函数值见主书 P119,倍长中线模型见主书 P107



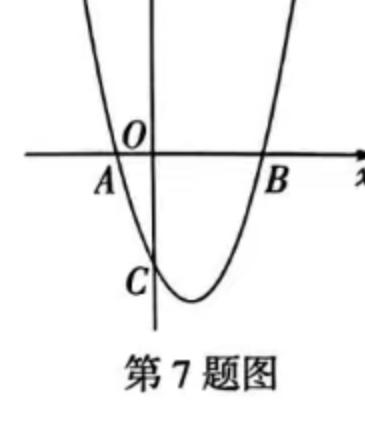
< 数学母题-考前突破.pdf

**类型4 与特殊图形存在性有关的问题**7. 如图,抛物线 $y=ax^2+bx-3(a\neq 0)$ 与 x 轴交于点 $A(-1,0)$, 点 $B(3,0)$, 与 y 轴交于点 C .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点 P 是抛物线对称轴上的一点, 点 M 是对称轴左侧抛物线上的一点, 当 $\triangle PMB$ 是以 PB 为腰的等腰直角三角形时, 求出所有点 M 的坐标.

温馨提示: 二次函数与三角形存在性问题见主书 P83



第7题图

8. 如图,在平面直角坐标系中,抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 交 x 轴于 A, B 两点(点 A 在点 B 左侧), 交 y 轴正半轴于点 C , 且 $OC=OB=3$, 抛物线的顶点为 D .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) M 是直线 BC 上方抛物线上一点, 连接 OM 交 BC 于点 N , 求 $\frac{MN}{ON}$ 的最大值及此时点 M 的坐标;(3) 将抛物线向右平移后交原抛物线对称轴于点 E , 交原抛物线于点 P , 且点 P 在第一象限内, 过点 P 作 $PQ \perp x$ 轴于点 Q , 设点 P 的横坐标为 m . 点 F 为原抛物线上一点, 当以 P, Q, E, F 为顶点的四边形是平行四边形时, 求 m 的值.

温馨提示: 二次函数与四边形存在性问题见主书 P88



第8题图



备用图



< 数学母题-考前突破.pdf



如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = kx + b$ 上， $\triangle \alpha_1 \beta_1 \gamma_1, \triangle \alpha_1 \beta_2 \gamma_2, \triangle \alpha_2 \beta_3 \gamma_3, \dots, \triangle \alpha_{n-1} \beta_n \gamma_n$ 依次排列，

等腰直角三角形，则点 A_6 的横坐标为 _____.

2

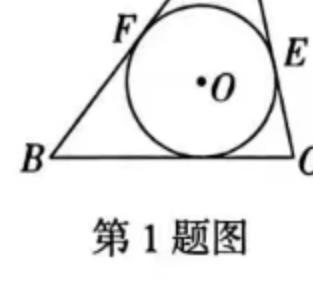
3/33

题型二 填空多解题

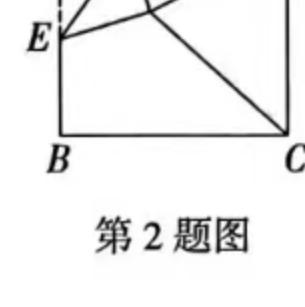


1. 如图， $\triangle ABC$ 的内切圆 $\odot O$ 和边 AC, AB 分别相切于点 E, F , $\angle A=50^\circ$, 若点 D 是 $\odot O$ 上一点，则 $\angle EDF$ 的度数为 _____.

温馨提示 与圆基本性质有关的计算见主书 P139



第 1 题图



第 2 题图

2. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=10, BC=12$, 点 E 是 AB 的中点，点 F 是 AD 边上的一个动点，将 $\triangle AEF$ 沿 EF 所在直线翻折，得到 $\triangle A'EF$, 连接 $A'C, A'D$, 则当 $\triangle A'DF$ 是直角三角形时， FD 的长为 _____.

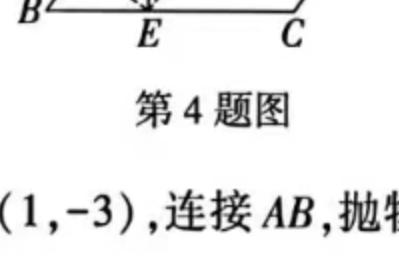
温馨提示 与折叠有关的几何探究见主书 P169

3. 正方形 $ABCD$ 的边长为 8, 点 E 在 AB 边上，且 $AE=6$, 点 P 是正方形边上的一个动点，连接 PA 交 DE 于点 F , 若 $PA=DE$, 则 AF 的长为 _____.

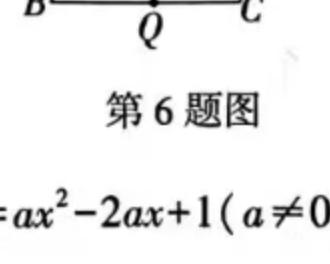
温馨提示 “十字架”模型见主书 P128

4. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB=5, AD=7$, 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E , 且 $AE=4$, 将 $\triangle AEB$ 绕点 E 顺时针旋转得到 $\triangle A'EB'$, 点 A, B 旋转后的对应点分别为点 A', B' . 在旋转过程中，当 $A'B' \perp BC$ 交 BC 于点 F 时， CF 的长为 _____.

温馨提示 与旋转有关的几何探究见主书 P171



第 4 题图



第 6 题图

5. 已知点 $A(-4, -3), B(1, -3)$, 连接 AB , 抛物线 $y=ax^2-2ax+1(a \neq 0)$ 与线段 AB 有交点，则 a 的取值范围为 _____.

温馨提示 抛物线与直线(线段)的交点问题见主书 P70

6. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle B=60^\circ, AB=4$, 点 P 从点 A 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿 AB 运动，同时点 Q 从点 B 出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿折线 $BC-CD-DA$ 运动. 当点 P 运动到点 B 时，点 P, Q 同时停止运动，连接 PQ , 设点 P 的运动时间为 t 秒，当 $AP=\frac{3}{2}CQ$ 时， PQ 的长为 _____.

温馨提示 含 60° 角的菱形见主书 P134

3

题型三 函数的实际应用



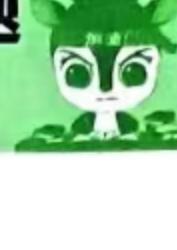


< 数学母题-考前突破.pdf



9

题型五 新函数图象与性质探究题



类型 1 新函数图象性质探究

1. 在函数学习过程中,我们经历了“确定函数表达式、画函数图象、利用函数图象研究函数性质”的过程. 请你借鉴以往学习函数的经验, 探究函数 $y = \frac{4}{x-1}$ 的图象与性质.

(1) 列表如下, 得到了 x 与 y 的几组对应值:

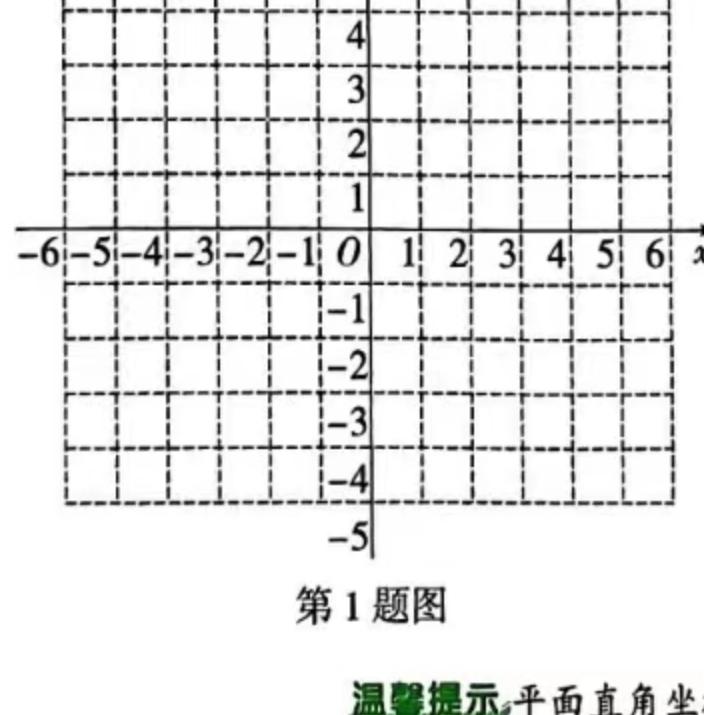
x	...	-3	-2	-1	0	2	3	4	5	...
y	...	-1	a	-2	-4	4	2	$\frac{4}{3}$	1	...

请计算出 $a = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 描点、连线: 在网格中描出表中各组数值所对应的点 (x, y) , 并画出函数图象;

(3) 写出这个函数的一条性质;

(4) 函数 $y = \frac{4}{x-1}$ 与直线 $y = x - 1$ 交于点 A, B (点 A 在点 B 左侧), 求 $\triangle AOB$ 的面积.



第 1 题图

温馨提示: 平面直角坐标系中的面积问题见主书 P46

10

类型 2 与几何图形结合的函数图象性质探究

2. 综合与实践

问题提出



目录

预览模式

pdf转word

翻译

云打印

5分/张



< 数学母题-考前突破.pdf



1/33

主编 武泽涛 研发 万唯中考千人研究院(2024年7月)



题型一 规律探索



类型 1 数式规律探索

温馨提示 本题型解法见主书 P9

1. 有一个运算程序如下表:

x	...	1	2	3	4	5	...
y	...	$\frac{3}{2}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{12}{17}$	$\frac{15}{26}$...

当 $x=7$ 时, y 的值为 ()

A. $\frac{21}{47}$ B. $\frac{21}{49}$ C. $\frac{21}{50}$ D. $\frac{21}{53}$

2. 若一组数排列为: $\sqrt{3}, -\sqrt{6}, 3, -2\sqrt{3}, \sqrt{15}, -3\sqrt{2}, \dots$, 观察数据并寻找规律, 则第 18 个数是 ()

A. $-3\sqrt{6}$ B. $3\sqrt{6}$ C. $-6\sqrt{2}$ D. $6\sqrt{2}$

3. 按一定规律排列的多项式: $2a+b, 4a+b^3, 6a+b^5, 8a+b^7, 10a+b^9, \dots$, 其中第 n 个多项式是 ()

A. $2na-b^{2n+1}$ B. $2na+b^{2n-1}$ C. $na-b^{2n+1}$ D. $na+b^{2n-1}$

4. 观察下列等式:

第 1 个等式: $\frac{2^2}{1\times 3}-1=\frac{1}{1\times 3}$; 第 2 个等式: $\frac{3^2}{2\times 4}-1=\frac{1}{2\times 4}$;

第 3 个等式: $\frac{4^2}{3\times 5}-1=\frac{1}{3\times 5}$; 第 4 个等式: $\frac{5^2}{4\times 6}-1=\frac{1}{4\times 6}$; ...

按照以上规律, 解决问题.

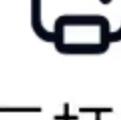
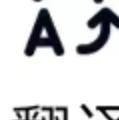
(1) 写出第 5 个等式: _____;

(2) 写出第 n 个等式(用含 n 的式子表示), 并说明等式成立的理由;

(3) 计算: $(1+\frac{1}{1\times 3})\times(1+\frac{1}{2\times 4})\times(1+\frac{1}{3\times 5})\times\dots\times(1+\frac{1}{98\times 100})$.

1

类型 2 图形规律探索



目录

预览模式

pdf转word

翻译

云打印

百度网盘分享

< 数学母题-考前突破.pdf



2/33

1



类型2 图形规律探索

温馨提示 本题型解法见主书 P12

5. 如图是由一些火柴搭建的图案,图①共需6根火柴棒,图②共需11根火柴棒,图③共需16根火柴棒, ..., 依次类推,则图⑧共需火柴 ()



图①



图②



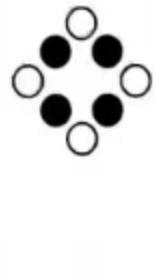
图③

...

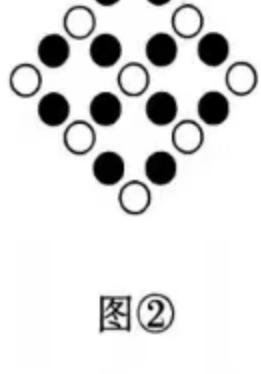
第5题图

- A. 31根 B. 36根 C. 41根 D. 46根

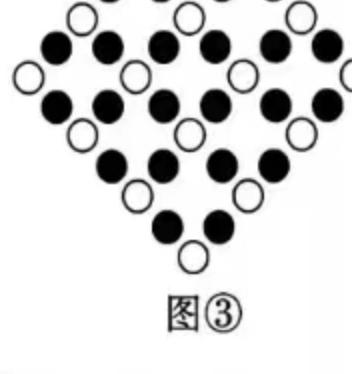
6. 一组有规律的图案由若干个大小相同的小球组成. 图①中有4个白色小球,4个黑色小球,图②中有9个白色小球,12个黑色小球,图③中有16个白色小球,24个黑色小球, ..., 按此规律排列下去,图⑦中黑球比白球多_____个.



图①



图②



图③

...

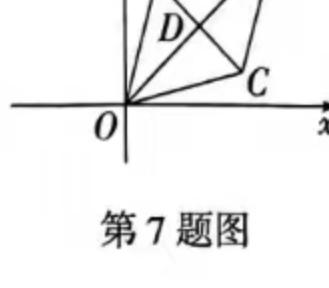
第6题图

类型3 点坐标的规律探索

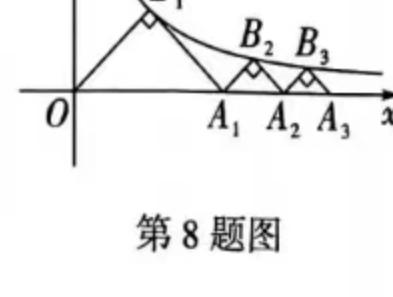
温馨提示 本题型解法见主书 P37

7. 如图,已知菱形 $OABC$ 的顶点 $O(0,0)$, $B(2,2)$,若菱形绕点 O 逆时针旋转,每秒旋转 45° , 则第 20 秒时,菱形的对角线交点 D 的坐标为 ()

- A. $(1, -1)$ B. $(-1, -1)$ C. $(\sqrt{2}, 0)$ D. $(0, -\sqrt{2})$



第7题图



第8题图

8. 如图,在平面直角坐标系中,点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 在 x 轴的正半轴上,点 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ 在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象上,且 $\triangle OB_1A_1, \triangle A_1B_2A_2, \triangle A_2B_3A_3, \dots, \triangle A_{n-1}B_nA_n$ 均为等腰直角三角形,则点 A_6 的横坐标为_____.

2



目录

预览模式

pdf转word

翻译

云打印

百度网盘分享

< 数学母题-考前突破.pdf

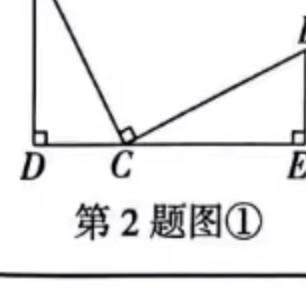


2. 下面是数学老师在课堂上讲解“一线三垂直”全等模型的教学片段,请仔细阅读,并完成相应任务.

老师:“一线三垂直”指的是一条线段上,存在三个直角,当有一组对应边相等时,则考虑根据平角的性质、三角形内外角性质进行等角代换判定三角形全等来解决问题.

例题:如图①, $AC \perp BC$ 且 $AC=BC$, 由点 A 和点 B 向过点 C 所在的直线 DE 作垂线, 求证: $\triangle ADC \cong \triangle CEB$.

小娟的证明如下: $\because AD \perp CD, AC \perp BC, \therefore \angle D = \angle ACB = 90^\circ, \therefore \cdots$

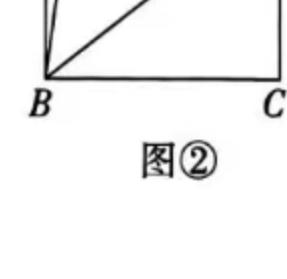


第 2 题图①

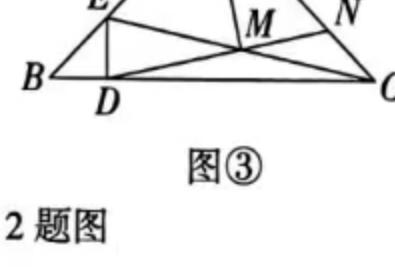
(1)【问题探究】请你帮小娟补全剩余证明过程;

(2)【问题解决】如图②, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=9$, $\tan \angle ADB=\frac{3}{4}$, 点 E 在边 DA 上, 连接 BE , 将线段 BE 绕点 E 逆时针旋转 90° 后, 点 B 的对应点 F 恰好落在 BD 上, 求线段 DF 的长;

(3)【拓展应用】如图③, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$, D 为边 BC 上一点, $DE \perp BC$ 交 AB 于点 E , 连接 CE , M 是 CE 的中点, 连接 AM, DM , 延长 DM 交 AC 于点 N , 若 E 为 AB 的三等分点, $AB=6$, 请直接写出 AN 的长.



图②



图③

第 2 题图

温馨提示: 一线三垂直全等模型见本书 P110, 一线三等角相似模型见本书 P114



< 数学母题-考前突破.pdf



题型十 综合与实践



1. 综合与实践

数学活动课上,同学们开展了以折叠为主题的探究活动,如图①. 已知矩形纸片 $ABCD$, 其中 $AB=6$, $AD=11$.

(1) 操作判断

将矩形纸片 $ABCD$ 按图①折叠,使点 B 落在 AD 边上的点 E 处,可得到一个 45° 的角,请你写出一个 45° 的角:_____;

(2) 探究发现

将图①的纸片展平,把四边形 $EFCD$ 剪下来如图②,取边 FC 的中点 M , 将 $\triangle EFM$ 沿 EM 折叠得到 $\triangle EF'M$, 延长 EF' 交 CD 于点 N , 求 $\triangle EDN$ 的周长;

(3) 拓展应用

改变图②中点 M 的位置,令点 M 为射线 FC 上一动点,按照(2)中方式将 $\triangle EFM$ 沿 EM 折叠得到 $\triangle EF'M$, EF' 所在直线交 CD 于点 N , 若点 N 为 CD 的三等分点,请直接写出此时 NF' 的长.



图①



图②



备用图

第 1 题图

温馨提示: 与折叠有关的几何探究见主书 P169



< 数学母题-考前突破.pdf



题型四 圆的相关证明与计算



类型 1 圆基本性质的证明与计算

温馨提示 此题型解法见主书 P139

- 如图,AB 是 $\odot O$ 的直径,弦 $CD \perp AB$,垂足为 E,点 F 在 $\odot O$ 上,连接 AF 并延长交 CD 的延长线于点 G,连接 BC,DF.
- (1)求证: $\angle ABC = \angle DFG$;
- (2)若 $BE=2$, $CE=4$, $BC=DF$,求 DG 的长.



第 1 题图

类型 2 与切线有关的证明与计算

温馨提示 此题型解法见主书 P143

- 如图,AB 是 $\odot O$ 的直径,点 C 是 \widehat{AB} 的中点,连接 AC,点 D 是 AB 上一点, $BD=3AD$,连接 CD 并延长至点 E,使得 $DE=CD$,连接 AE,BE.
- (1)求证:AE 是 $\odot O$ 的切线;
- (2)若 $AC=2$,求 BE 的长.



第 2 题图



< 数学母题-考前突破.pdf



3. 已知二次函数 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 的图象经过原点 O 和点 $A(8+t, 0)$, 其中 $t \geq 0$.

(1) 当 $t=0$ 时,

- ①求 y 关于 x 的函数表达式, 并求出当 x 为何值时, y 有最大值, 最大值为多少?
 ②当 $x=m$ 和 $x=n$ 时 ($m \neq n$), 函数值相等, 求 m, n 之间的关系式.

(2) 当 $t>0$ 时, 在 $0 \leq x \leq 8$ 范围内, y 是否存在最大值 18? 若存在, 求出相应的 t 和 x 的值, 若不存在, 请说明理由.

温馨提示: 二次函数最值问题见主书 P57

类型 2 交点问题

温馨提示: 本题型解法见主书 P70

4. 抛物线 $C_1: y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴的交点坐标为 $(1, 0), (3, 0)$.

(1) 求 b, c 的值和抛物线顶点 M 的坐标;

(2) 若点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 都在此抛物线上, 且 $x_1 < 2 < x_2, x_1 + x_2 < 4$, 比较 y_1 与 y_2 的大小, 并说明理由;

(3) 若抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 y 轴交于点 D , 与 x 轴的交点为点 E, F (点 E 在点 F 的左侧), 记抛物线在 D, F 之间的部分为图象 G (包含 D, F 两点), 若一次函数 $y = kx + k - 1 (k \neq 0)$ 与图象 G 仅有一个公共点, 求直线 $y = kx + k - 1 (k \neq 0)$ 与抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的对称轴交点的纵坐标 t 的取值范围.



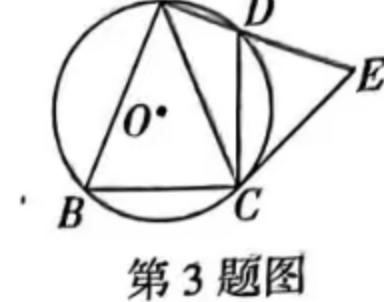
< 数学母题-考前突破.pdf



7

如图,四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $BC=CD$,延长 AD 至点 E ,使得 $AE=AB$,连接 AC,CE .

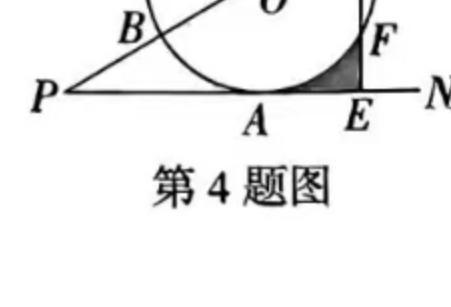
- (1)求证: $CD=CE$;
- (2)若 $AB=AC,\angle BAD=90^\circ$,求证: CE 是 $\odot O$ 的切线.



第3题图

4. 如图, $\angle MPN=30^\circ$,点 O 在 PM 上, $\odot O$ 与 PN 相切于点 A ,与 PM 的交点分别为 B,C .作 $CD//PN$,与 $\odot O$ 交于点 D ,作 $CE\perp PN$,垂足为 E ,交 $\odot O$ 于点 F .

- (1)求证: $CD=PA$;
- (2)若 $PA=6$,求阴影部分的面积.



第4题图

8

5. 如图, $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的内接三角形,直径 BD 与 AC 交于点 E ,过点 D 作 $\odot O$ 的切线,与 BC 的延长线交于点 F .

- (1)求证: $\angle A=\angle F$;



< 数学母题-考前突破.pdf



2. 【问题情境】

如图①,在正方形ABCD中,E为AB边上一点(不与点A重合),F为BC边上一点(不与点B重合),连接DE,AF交于点O,且 $DE \perp AF$.

【初步感知】

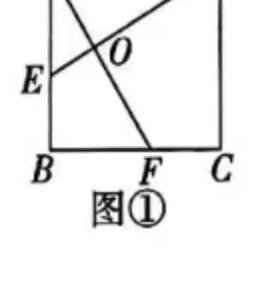
(1)求证: $\triangle DAE \cong \triangle ABF$;

【拓展应用】

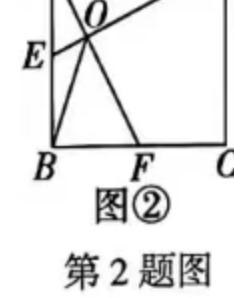
(2)若F恰好为BC的中点.

①如图②,连接OB,试探究线段OE,OF,OB之间的数量关系,并说明理由;

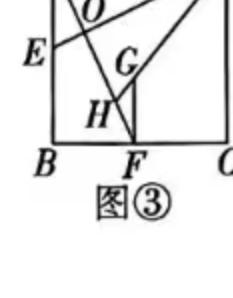
②如图③,H是AF上一点(不与点A,F重合),连接DH,过点F作 $FG \parallel AB$ 交DH于点G,若 $AB=5$, $DH=DC$,求 $\tan \angle HGF$ 的值.



图①



图②



图③

第2题图

温馨提示“十字架”模型见主书 P128



< 数学母题-考前突破.pdf



3. 综合与实践

张老师善于通过合适的主题整合教学内容,帮助同学们用整体、联系、发展的眼光看问题,形成科学的思维习惯.下面是张老师在“利用角的对称性构造全等模型”主题下设计的问题,请你解答.

(1)【观察发现】

①如图①, AP 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $AB < AC$, 在 AC 上截取 $AQ = AB$, 连接 PQ , 则线段 PB 与 PQ 的数量关系是_____;

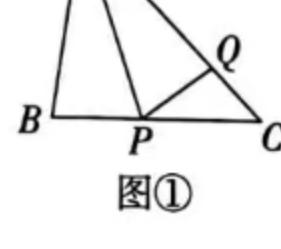
②如图②, $\triangle ABC$ 的角平分线 AE, BF 相交于点 P , 当 $\angle C = 60^\circ$ 时, 线段 PE 与 PF 的数量关系是_____;

(2)【探究迁移】

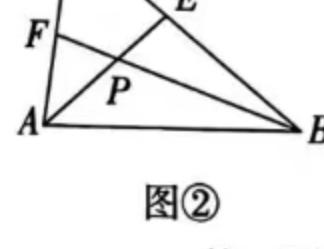
如图③,在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD + BC$, $\angle DAB$ 的平分线与 $\angle ABC$ 的平分线恰好交于 CD 边上的点 P , 试判断 PD 与 PC 的数量关系,并说明理由;

(3)【拓展应用】

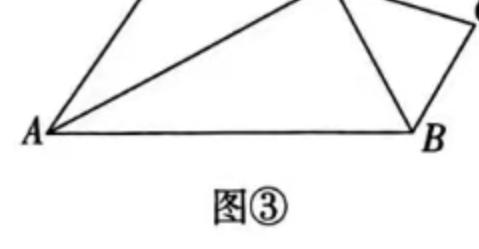
在(2)的条件下,若 $AB = 10$, $\tan \angle PAB = \frac{1}{2}$, 当 $\triangle PBC$ 有一个内角是 45° 时, 请直接写出边 AD 的长.



图①



图②



图③

第3题图

温馨提示:与角平分线有关的问题见主书 P102

百度网盘分享

< 数学母题-考前突破.pdf



类型 2 与几何图形结合的函数图象性质探究

2. 综合与实践

问题提出

某兴趣小组开展综合与实践活动:如图①,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6 \text{ cm}$, $AD=8 \text{ cm}$, 动点 E 以每秒 1 cm 的速度从点 A 出发, 在矩形边上沿 $A \rightarrow D \rightarrow C$ 匀速运动到点 C , 以线段 AE 为边, 在 AE 左侧作正方形 $AEFG$ (A, E, F, G 四个顶点按逆时针排列). 设点 E 的运动时间为 $t \text{ s}$, $\triangle CEF$ 的面积为 S , 探究 S 与 t 的关系.

操作发现

在点 E 由点 A 运动到点 D 的过程中, 结合实际操作和计算得到下表所示的数据:

$t(\text{s})$	0	1	2	3	4	5	6
$S(\text{cm}^2)$	0	3.5	6	7.5	8	7.5	6

(1) 请你在图②中描出表格中的点, 并用平滑的曲线依次连接各点;

问题解决

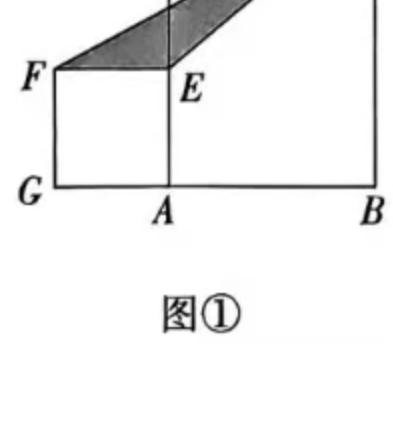
(2) 当点 E 由点 A 运动到点 D 的过程中.

11/33

① S 关于 t 的函数关系式为 _____;

② 若 $\triangle CEF$ 的面积为 4 cm^2 , 求动点 E 运动的时间;

(3) 当点 E 由点 A 运动到点 C 的过程中, 若仅有三个时刻使 $\triangle CEF$ 面积相等时, 求运动的时间分别为多少?



图①



图②

第 2 题图

温馨提示: 动点的函数图象问题见主书 P43

11

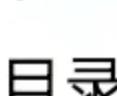
类型 3 与实际问题结合的函数图象性质探究

3. 汽车研发人员对某款汽车燃油消耗量的变化情况进行了测试, 部分内容如下:

资料一: 燃油消耗量简称耗油量, 指的是行驶一定里程时消耗燃油的升数;

资料二: 该款汽车油箱的最大储存量为 47 L ;

资料三: 在不同行驶速度下, 小组成员每 100 km 记录一次该款汽车的耗油量, 部分实验数据如下:



百度网盘分享

< 数学母题-考前突破.pdf



类型3 与实际问题结合的函数图象性质探究

3. 汽车研发人员对某款汽车燃油消耗量的变化情况进行了测试,部分内容如下:

资料一:燃油消耗量简称耗油量,指的是行驶一定里程时消耗燃油的升数;

资料二:该款汽车油箱的最大储存量为 47 L;

资料三:在不同行驶速度下,小组成员每 100 km 记录一次该款汽车的耗油量,部分实验数据如下:

车速(km/h)	30	40	50	60	70	80	90	100	110
耗油量(L/100 km)	8.5	7.1	5.9	5.2	4.8	4.7	4.8	5.1	5.6

资料四:设车速为 x ,耗油量为 y , y 是关于 x 的函数.

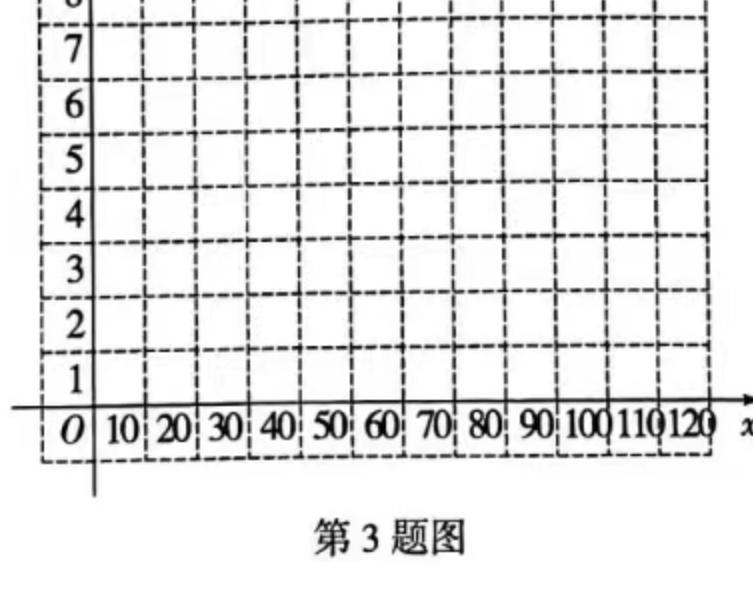
根据以上实验数据,解决下列问题:

(1)在如图所示的平面直角坐标系 xOy 中,画出资料中数据所确定的函数图象;

(2)市区某路段限速 60 km/h,由(1)中图象可知,驾驶该车辆在该路段匀速行驶,在不超速的情况下,速度越快,耗油量越 _____ (填“高”或“低”);

(3)若该款汽车在出发时加满油箱,并保持 86 km/h 的车速匀速行驶,则最大行驶里程 _____ 1 000 km(填“>”“=”或“<”).

13/33



第 3 题图

温馨提示 实际生活中的函数图象问题见主书 P40

12

4. 某数学实验小组在学习了力的知识后,计划通过实验探究图①弹簧在不同伸长量下对外界的弹力大小,具体过程如下(实验均在弹簧弹性范围内进行):

【知识背景】弹簧是一种具有弹性的物体,它能够在外力作用下发生形变并具有恢复原状的能力,且弹簧在不同伸长量下对外界的弹力大小不同.

【收集数据】实验数据如下表:

弹簧长度 L/cm	22	23	24	25	26	27	28	29
弹力 F/N	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5





< 数学母题-考前突破.pdf



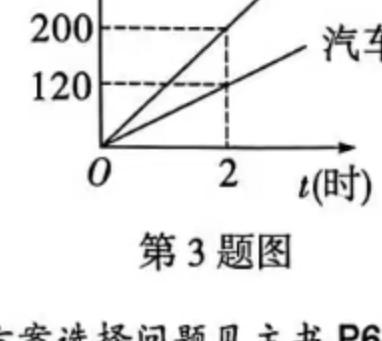
4

3. 已知 A, B 两地的路程为 240 千米, 某经销商每天都要用汽车或火车将 x 吨保鲜品一次性由 A 地运往 B 地, 受各种因素限制, 每天只能采用汽车或火车中的一种进行运输, 且需提前预订, 现有行驶路程 s (千米)与行驶时间 t (时)的图象(如图)和货运收费标准表等信息如下:

货运收费标准表

运输工具	运输费单价: 元/(吨·千米)	冷藏费单价: 元/(吨·时)	固定费用:元/次
汽车	2	5	200
火车	1.6	5	2 280

- (1) 汽车的速度为 _____ 千米/时, 火车的速度为 _____ 千米/时;
 (2) 设每天用汽车和火车运输的总费用分别为 $y_{汽}$ (元)和 $y_{火}$ (元), 分别求 $y_{汽}, y_{火}$ 与 x 的关系式;(不必写出 x 的取值范围, 总费用=运输费+冷藏费+固定费用)
 (3) 若下周一的货运量为 21 吨, 则应选用汽车运输还是火车运输? 请说明理由.



第 3 题图

温馨提示 方案选择问题见主书 P64

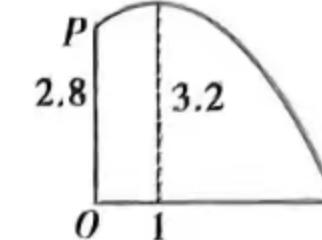
5

4. (新考法·数学与生活融合项目化学习) 根据表格素材, 完成下列任务.

探究固定位置发球如何让羽毛球恰好过网

素材 1

如图①是小亮与小红一次击打羽毛球的线路分析, 小亮在地面的 O 点正上方击球, 击球点 P 到点 O 的垂直距离为 2.8 米, 羽毛球在距离小亮水平距离 1 米的位置达到最高点, 最高点距地面的高度为 3.2 米, 羽毛球的飞行高度 y (米)与水平距离 x (米)近似满足二次函数关系.



第 4 题图①



< 数学母题-考前突破.pdf



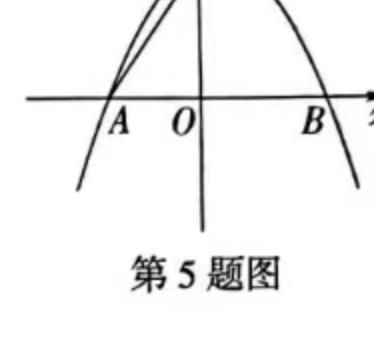
类型 3 与角度有关的问题

温馨提示:本题型解法见主书 P80

5. 如图,抛物线 $y=ax^2+bx+4$ 与 x 轴交于 A, B 两点(点 A 在点 B 的左侧),与 y 轴交于点 C ,对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$.

(1)求证: $a+b=0$;

(2)若 $AC=5$,点 P 是第一象限内抛物线上的一个动点,连接 AP ,当 AP 平分 $\angle BAC$ 时,求点 P 的坐标.



第 5 题图

6. 如图,在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点 A 的坐标为 $(-4, 0)$, 点 B 的坐标为 $(1, 0)$, 点 C 在 y 轴负半轴上,且 $OC^2=OA \cdot OB$.

(1)求经过 A, B, C 三点的抛物线的函数表达式;

(2)在(1)的条件下,点 P 是第三象限抛物线上一点,是否存在点 P ,使得 $\angle PCA$ 和 $\triangle ABC$ 中的一个内角相等? 若存在,请求出点 P 的坐标;若不存在,请说明理由.



第 6 题图

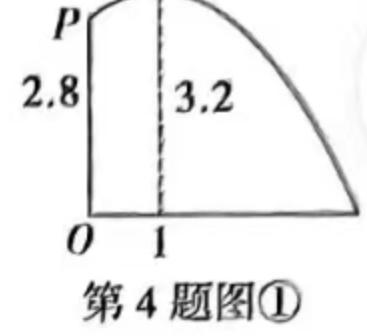
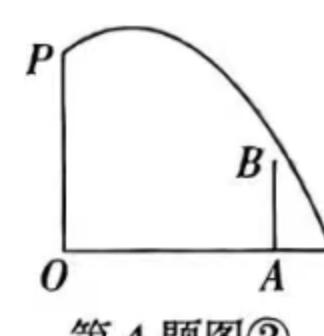


< 数学母题-考前突破.pdf



5

4. (新考法·数学与生活融合项目化学习)根据表格素材,完成下列任务.

探究固定位置发球如何让羽毛球恰好过网		
素材 1	如图①是小亮与小红一次击打羽毛球的线路分析,小亮在地面的 O 点正上方击球,击球点 P 到点 O 的垂直距离为 2.8 米,羽毛球在距离小亮水平距离 1 米的位置达到最高点,最高点距地面的高度为 3.2 米,羽毛球的飞行高度 y (米)与水平距离 x (米)近似满足二次函数关系.	 第 4 题图①
素材 2	如图②,在离 O 点水平距离 3 米的位置有一球网 AB , $AB=1.55$ 米,点 A 在地面上.	 第 4 题图②
素材 3	小红站在球网 AB 右侧某位置,小亮发球过网后,羽毛球飞行到离地面 0.7 米处被小红接球成功.	
问题解决		
任务 1	确定羽毛球轨迹的形状	在图中建立合适的平面直角坐标系,求抛物线的函数表达式;
任务 2	判断小红接球的位置	求小红接到球时,羽毛球与点 O 的水平距离;
任务 3	探究击球方案	若击球轨迹和最高点距 OP 的水平距离不变,只改变击球点的高度,要使羽毛球恰好经过球网上端 B 点,求击球点 P 距地面的高度 OP 为多少米?

温馨提示:抛物线型应用问题见主书 P68