

参考线

需要先将导航给出的不平滑、距离长的路径进行平滑和截断，以符合实际的车道线情况。

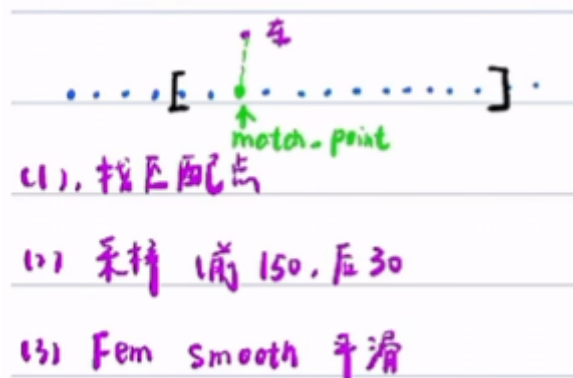
做出来不难，做好很难

期望：快，节省计算量

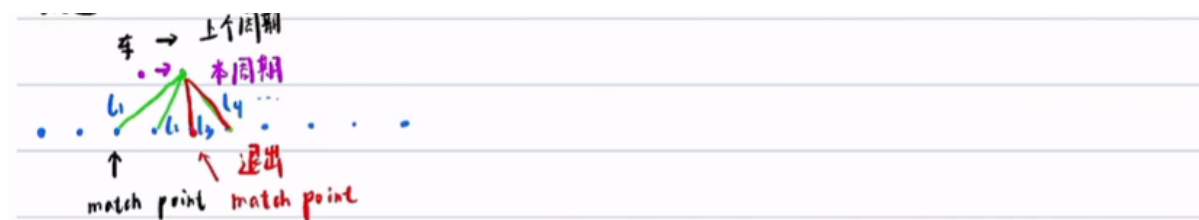
原因：决策规划流程

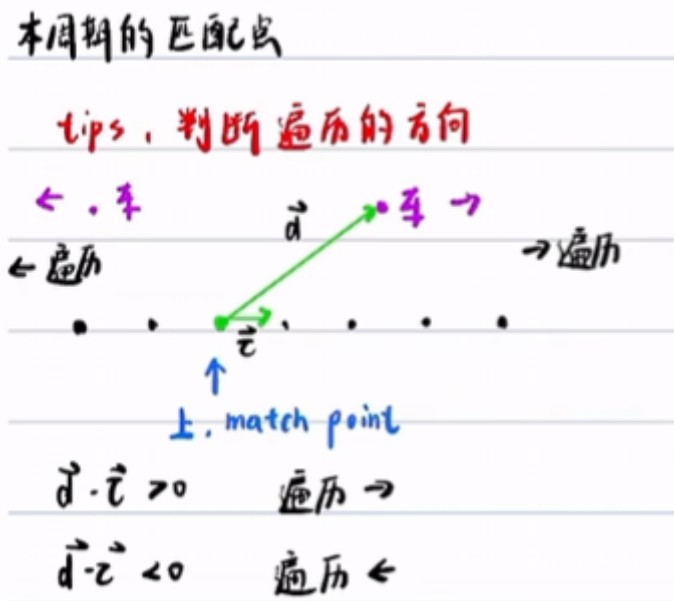
全局路径 } \Rightarrow 参考线 \Rightarrow 障碍物投影 \Rightarrow 决策，开辟凸空间 \Rightarrow 规划，搜索出最优路径
定位

参考线是决策规划的基础和前提，必须要快



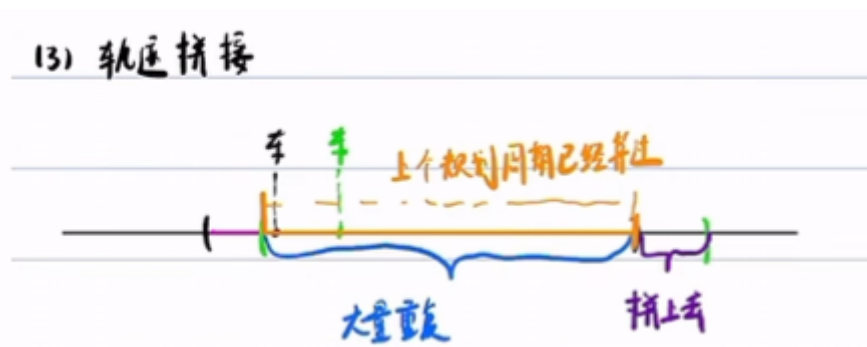
找到与当前位置匹配的导航点





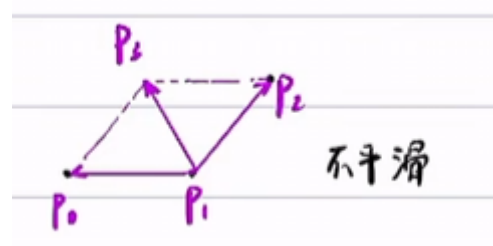
轨迹拼接

由于当前段和上一段的参考线一定会有重叠，因此需要做轨迹拼接。并且如果当前段比上一段向前进了 n 个点，那么需要加上上一段的最后两个点一起平滑，一共 $n+2$ 个点。因为Fem Smoother算法要求这样（至少3个点），当前段的第一个点与上一段的最后两个点应该是相关联的。



Fem Smoother

对于三个点来说，衡量他们是否平滑的方法是计算 P_3 ， P_3 越小，则越平滑，因此在目标函数中应该尽可能缩小 P_3 的值



平滑代价

$$(x_1 + x_3 - 2x_2)^2 + (y_1 + y_3 - 2y_2)^2$$

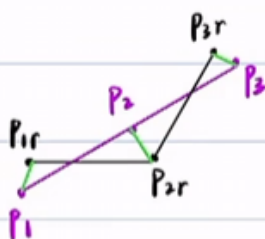
$$= (x_1 + x_3 - 2x_2, y_1 + y_3 - 2y_2) (x_1 + x_3 - 2x_2, y_1 + y_3 - 2y_2)^T$$

$$(x_1 + x_3 - 2x_2, y_1 + y_3 - 2y_2) = (x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -2 & 0 \\ 0 & -2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{记 } x = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} \quad A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(x_1 + x_3 - 2x_2)^2 + (y_1 + y_3 - 2y_2)^2 = x^T A_1^T A_1 x$$

但如果仅考虑P3的大小，很可能会将原路径的几何形状改动很大，因此还要与原路径的几何尽可能接近



虽然平滑了，但是几何形状差距太大

$|P_1 P_{1r}| + |P_2 P_{2r}| + |P_3 P_{3r}|$ 越小，越接近原路径几何

几何相似代价

$$\text{cost} = \sum_{i=1}^n (x_i - x_{ir})^2 + (y_i - y_{ir})^2$$

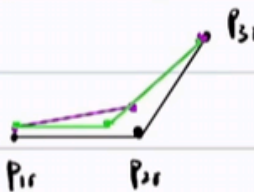
$$= \sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2) + \sum_{i=1}^n (-2x_{ir}x_i - 2y_{ir}y_i) + \sum_{i=1}^n (x_{ir}^2 + y_{ir}^2)$$

$\because x_{ir}, y_{ir}$ 已知, $\therefore \sum_{i=1}^n (x_{ir}^2 + y_{ir}^2)$ 为常数, 不受 x_i, y_i 影响

$$= (x_1, y_1, \dots) \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \vdots \\ x_n \\ y_n \end{pmatrix} + (-2)(x_{1r}, y_{1r}, \dots) \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \vdots \\ x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

$A_3^T \quad (2n \times 2n)$

同时中间的点与另外两个点的距离应该尽可能均匀，也就是要整体更紧凑，由于整个问题要转化为一个QP问题，所以构造以下式子，根据均值不等式，当两段路径长度相等时取到极小值。



长度尽可能均匀，紧凑

$$|P_1 P_2| = a \quad |P_2 P_3| = a \quad \text{紧凑} \Rightarrow 2a^2$$

$$|P_1 P_2| = a+b \quad |P_2 P_3| = a-b \quad \text{分散} \Rightarrow (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2a^2 + 2b^2$$

$$|P_1 P_2|^2 + |P_2 P_3|^2$$

$$|P_1 P_2|^2 + |P_2 P_3|^2 \text{ 越小, 越均匀, 紧凑}$$

n 个点

$$\sum_{i=1}^{n-1} (x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2$$

$$= (x_1 - x_2, y_1 - y_2, x_2 - x_3, y_2 - y_3, \dots) \cdot (x_1 - x_2, y_1 - y_2, x_2 - x_3, y_2 - y_3, \dots)^T$$

$$= (x_1, y_1, \dots) \begin{pmatrix} 1 & 0 & & & \\ 0 & 1 & & & \\ -1 & 0 & 1 & 0 & \\ 0 & -1 & 0 & 1 & \\ & & -1 & 0 & \ddots \\ 0 & & 0 & -1 & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ x_3 - x_2 \\ y_3 - y_2 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

$1 \times 2n$

$2n \times 2n - 2$

最终目标函数构成QP问题：

综上，cost function = $x^T (W_{smooth} A_1^T A_1 + W_{length} A_2^T A_2 + W_{ref} A_3^T A_3) x + W_{ref} \cdot h^T x$

二次规划 $\frac{1}{2} x^T H x + f^T x$

$$= x^T \left(\frac{H}{2} \right) x + f^T x$$

$$H = 2 (W_{smooth} A_1^T A_1 + W_{length} A_2^T A_2 + W_{ref} A_3^T A_3)$$

$$f^T = W_{ref} \cdot h^T \quad (\text{GitHub: } f = 2 W_{ref} \cdot h^T \text{ 有可能有误})$$

约束: $x = (x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)^T$ (列向量)

$$x_{ref} = (x_{1r}, y_{1r}, \dots, x_{nr}, y_{nr})$$

x 与 x_{ref} 不要太远