

对称性
○○○○

守恒量
○

群
○○○

同位旋
○○○

奇异数
○

夸克
○

轻子数
○

全同粒子交换
○

宇称
○○○○

小结
○

粒子物理简介

第三节 对称性和守恒定律

余钊煥

中山大学物理学院

<https://yzhxxzxy.github.io>



更新日期：2024 年 10 月 1 日



对称性



自然界中存在着各式各样的**对称性**

☀ 比如，太阳是一个球体，如果忽略细节结构，它就具有**球对称性**，也就是说，绕中心作任意旋转操作都不会显现出任何形状上的变化

☁ 然而太阳表面经常出现黑暗斑点——太阳黑子，把它们考虑进来，太阳就不再具有严格的球对称性

NSCoder 这是一种**对称性破缺**现象



太阳和太阳黑子

对称性



自然界中存在着各式各样的**对称性**

比如，太阳是一个球体，如果忽略细节结构，它就具有**球对称性**，也就是说，绕中心作任意旋转操作都不会显现出任何形状上的变化

然而太阳表面经常出现黑暗斑点——太阳黑子，把它们考虑进来，太阳就不再具有严格的球对称性

这是一种**对称性破缺**现象

在物理学中，如果某个现象或系统在某种变换下**不改变**，就说此现象或系统具有与这种变换相对应的**对称性**，也称为**不变性**

时空对称性：对时间或空间进行变换所对应的对称性



时间平移对称性



空间平移对称性



空间旋转对称性

内部对称性：对内部抽象空间进行变换所对应的对称性



U(1) 整体对称性



U(1) 规范对称性



全同粒子交换对称性



太阳和太阳黑子

连续对称性与诺特定理

若一种变换可用一组连续变化的参数来描述，则它是一种**连续变换**

连续变换对应的对称性称为**连续对称性**

旋转变换可用连续变化的转动角描述  上述球对称性属于连续对称性

诺特定理：如果一个系统具有某种不明显依赖于时间的连续对称性，就必然存在一种对应的守恒定律



Emmy Noether
(1882-1935)

连续对称性与诺特定理

若一种变换可用一组连续变化的参数来描述，则它是一种**连续变换**

连续变换对应的对称性称为**连续对称性**

旋转变换可用连续变化的转动角描述 上述球对称性属于连续对称性

诺特定理：如果一个系统具有某种不明显依赖于时间的连续对称性，就必然存在一种对应的守恒定律

对称性	守恒定律	守恒量
时间平移对称性	能量守恒	能量
空间平移对称性	动量守恒	动量
空间旋转对称性	角动量守恒	角动量
U(1) 整体对称性	荷数守恒	荷数

诺特定理首先是在**经典物理学**中给出的，但实际上对所有物理行为由**最小作用量原理**决定的系统都成立

将它推广到**量子物理学**中也得到了普遍证明



Emmy Noether
(1882-1935)

分立对称性

 不连续的变换称为**分立变换**，分立变换对应的对称性称为**分立对称性**

 在**经典物理学**中，分立对称性**不会导致守恒定律**

 在**量子物理学**中，情况有所不同，若哈密顿量在某个不含时的厄米分立变换下不变，则**变换本身是守恒量**

分立对称性

不连续的变换称为**分立变换**，分立变换对应的对称性称为**分立对称性**

在**经典物理学**中，分立对称性**不会导致守恒定律**

在**量子物理学**中，情况有所不同，若哈密顿量在某个不含时的厄米分立变换下不变，则**变换本身是守恒量**

例如，**空间反射变换（P 变换）** 是使空间坐标都反号而时间坐标不变的一种分立变换，即 $(t, \mathbf{x}) \rightarrow (t, -\mathbf{x})$ ，相应的分立对称性称为**空间反射对称性**

空间反射变换对态 $|\Psi(t, \mathbf{x})\rangle$ 的作用是 $\hat{P} |\Psi(t, \mathbf{x})\rangle = |\Psi(t, -\mathbf{x})\rangle$

从而 $\hat{P}^2 |\Psi(t, \mathbf{x})\rangle = |\Psi(t, \mathbf{x})\rangle$ ，即 $\hat{P}^2 = 1$

另外，可以证明 \hat{P} 算符是**厄米**的，故 $\hat{P} = \hat{P}^{-1} = \hat{P}^\dagger$

P 变换对其**本征态** $|\psi(\mathbf{x}, t)\rangle$ 的作用为

$$\hat{P} |\psi(t, \mathbf{x})\rangle = P |\psi(t, \mathbf{x})\rangle = |\psi(t, -\mathbf{x})\rangle, \text{ 其中 } P \text{ 是 } \hat{P} \text{ 的本征值}$$

宇称守恒定律

● P 变换作用两次，得 $\hat{P}^2 |\psi(t, \mathbf{x})\rangle = P^2 |\psi(t, \mathbf{x})\rangle = |\psi(t, \mathbf{x})\rangle$

👉 因此 P 的取值必为 ± 1 ，称为相应本征态的**宇称 (或 P 宇称)**

🎏 $P = +1$ 称为**偶宇称**，而 $P = -1$ 称为**奇宇称**

宇称守恒定律

 P 变换作用两次，得 $\hat{P}^2 |\psi(t, \mathbf{x})\rangle = P^2 |\psi(t, \mathbf{x})\rangle = |\psi(t, \mathbf{x})\rangle$

 因此 P 的取值必为 ± 1 ，称为相应本征态的**宇称 (或 P 宇称)**

 $P = +1$ 称为**偶宇称**，而 $P = -1$ 称为**奇宇称**

 若哈密顿量 \hat{H} 在 P 变换不变，即 $\hat{P}^{-1} \hat{H} \hat{P} = \hat{H}$ ，亦即 $[\hat{P}, \hat{H}] = 0$ ，则利用 \hat{P} 的不含时性质 $\frac{\partial \hat{P}}{\partial t} = 0$ 和薛定谔方程 $i \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\psi\rangle$ 可得

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \langle \psi | \hat{P} | \psi \rangle &= \frac{\partial \langle \psi |}{\partial t} \hat{P} | \psi \rangle + \langle \psi | \hat{P} \frac{\partial | \psi \rangle}{\partial t} \\ &= \frac{1}{-i} \langle \psi | \hat{H} \hat{P} | \psi \rangle + \frac{1}{i} \langle \psi | \hat{P} \hat{H} | \psi \rangle \\ &= \frac{1}{i} \langle \psi | [\hat{P}, \hat{H}] | \psi \rangle = 0\end{aligned}$$

 可见， \hat{P} 算符在任意态下的平均值都不随时间改变，故 \hat{P} 是个**守恒量**

 在量子力学中，空间反射对称性导致**宇称守恒定律**

守恒量分类



从数学角度看，守恒量可以分为两大类

- **相加性守恒量**: 复合体系的总守恒量是各组成部分贡献守恒量的**代数和**
例如，能量，动量，角动量，电荷，同位旋，奇异数，轻子数，重子数
 - **相乘性守恒量**: 复合体系的总守恒量是各组成部分贡献守恒量的**乘积**
例如， P 宇称， C 宇称， CP 宇称， G 宇称
- 🍿 有**经典对应**的守恒量都是**相加性**的，**相乘性守恒量**都没有**经典对应**

守恒量分类



从数学角度看，守恒量可以分为两大类

- **相加性守恒量**: 复合体系的总守恒量是各组成部分贡献守恒量的**代数和**
例如，能量，动量，角动量，电荷，同位旋，奇异数，轻子数，重子数
- **相乘性守恒量**: 复合体系的总守恒量是各组成部分贡献守恒量的**乘积**
例如， P 宇称， C 宇称， CP 宇称， G 宇称

🍿 有**经典对应**的守恒量都是**相加性**的，**相乘性守恒量**都没有**经典对应**

🌾 守恒定律是否成立与相互作用有关，从这个角度可以对守恒定律分类

- **严格守恒定律**: 对各种相互作用都成立的守恒定律
- **近似(或部分)守恒定律**: 对某些相互作用成立，对另一些相互作用不成立，但在运动过程中后者的影响是次要的

🥜 能量、动量、角动量和电荷是有**经典对应的相加性严格守恒量**，同位旋和奇异数是无**经典对应的相加性近似守恒量**， P 宇称、 C 宇称和 CP 宇称是无**经典对应的相乘性近似守恒量**，反粒子所有内部相加性量子数与正粒子相反

群

对称性在数学上由**群论**描述；对称变换的集合称为**群**，群元素具有**乘法**

- 两个群元的乘积就是两次变换相继作用，乘法满足**结合律**
- 群中任意两个群元的乘积仍属于此群（**封闭性**）
- 群中必有一个**恒元** E ，即恒等变换，它与任一群元的乘积仍为此群元
- 任一群元 R 都可以在群中找到**逆元** R^{-1} ，两者之积为恒元 ($R^{-1}R = E$)

若两个群元的乘积与次序无关，即两次对称变换的结果与次序无关，则称该群是一个**阿贝尔群（交换群）**，否则是一个**非阿贝尔群（非交换群）**

群

对称性在数学上由**群论**描述；对称变换的集合称为**群**，群元素具有**乘法**

- 两个群元的乘积就是两次变换相继作用，乘法满足**结合律**
- 群中任意两个群元的乘积仍属于此群（**封闭性**）
- 群中必有一个**恒元** E ，即恒等变换，它与任一群元的乘积仍为此群元
- 任一群元 R 都可以在群中找到**逆元** R^{-1} ，两者之积为恒元 ($R^{-1}R = E$)

若两个群元的乘积与次序无关，即两次对称变换的结果与次序无关，则称该群是一个**阿贝尔群（交换群）**，否则是一个**非阿贝尔群（非交换群）**

如果一些 $m \times m$ 矩阵的乘法关系与群元完全相同，就可以用来表示群

这些矩阵构成了群的 m 维**线性表示**

利用线性表示，将对称变换视作**矩阵**，将变换所操作的态视作**列矢量**

在粒子物理中，经常见到有 m 种粒子集体满足某种对称性，构成 m 重态

从**群表示论**角度看，这里每种粒子对应于 m 维表示的一个列矢量基底

分立群和连续群

分立对称性对应于**分立群**，连续对称性对应于**连续群**

由一个群元 R 和它的幂次构成的分立群称为循环群，是一种阿贝尔群；如果 $R^n = E$ ，该群就称为 n 阶循环群 Z_n ， R 称为**生成元**。 P 变换满足 $\hat{P}^2 = 1$ ，因而与恒等变换构成了一个 Z_2 群。所以，空间反射对称性是一种 Z_2 对称性。

分立群和连续群

分立对称性对应于**分立群**，连续对称性对应于**连续群**

由一个群元 R 和它的幂次构成的分立群称为循环群，是一种阿贝尔群；如果 $R^n = E$ ，该群就称为 n 阶循环群 Z_n ， R 称为**生成元**。 P 变换满足 $\hat{P}^2 = 1$ ，因而与恒等变换构成了一个 Z_2 群。所以，空间反射对称性是一种 Z_2 对称性。

李群是一类常见的连续群，具有一定的解析性质（微分流形）

维李群的群元 R 可用 n 个独立实参数 θ^a 描写，恒元邻域的群元可表达为指数形式 $R = \exp(i\theta^a t^a)$ ， n 个厄米算符 t^a 称为**生成元**，满足**李代数关系**

$$[t^a, t^b] = if^{abc}t^c, \quad a, b, c = 1, \dots, n$$

实数 f^{abc} 称为**结构常数**，满足 $f^{abc} = -f^{bac}$ 。在李群的么正表示中，生成元表达为**厄米矩阵**，不同维表示具有**不同阶生成元**，但结构常数总是一样的。

（注意：上述表达式采用爱因斯坦求和约定，对重复的指标从 1 至 n 求和）

典型的李群： $U(n)$ 群和 $SU(n)$ 群

 在线性代数中，矩阵具有乘法，因而可逆方阵可依照自身乘法关系构成群

 用来定义矩阵群的方阵构成该群的基础表示，表示维数与方阵阶数一致

 值得注意的是，矩阵群可以拥有维数不同于基础表示的其它表示

典型的李群：U(n) 群和 SU(n) 群

 在线性代数中，矩阵具有乘法，因而可逆方阵可依照自身乘法关系构成群

 用来定义矩阵群的方阵构成该群的基础表示，表示维数与方阵阶数一致

 值得注意的是，矩阵群可以拥有维数不同于基础表示的其它表示

 么正群 U(n) 由 $n \times n$ 么正矩阵 U 构成，是维数为 n^2 的李群，群元满足

$$U^\dagger U = UU^\dagger = 1, \quad |\det(U)| = 1$$

 最简单的么正群是 U(1) 群，群元在一维表示里表达为 $e^{iQ\theta}$ ，其中有理数 Q 是生成元（荷）。电磁相互作用具有 U(1) 对称性，从而导致电荷守恒定律。

典型的李群：U(n) 群和 SU(n) 群

在线性代数中，矩阵具有乘法，因而可逆方阵可依照自身乘法关系构成群

用来定义矩阵群的方阵构成该群的基础表示，表示维数与方阵阶数一致

值得注意的是，矩阵群可以拥有维数不同于基础表示的其它表示

么正群 U(n) 由 $n \times n$ 么正矩阵 U 构成，是维数为 n^2 的李群，群元满足

$$U^\dagger U = UU^\dagger = 1, \quad |\det(U)| = 1$$

最简单的么正群是 U(1) 群，群元在一维表示里表达为 $e^{iQ\theta}$ ，其中有理数 Q 是生成元（荷）。电磁相互作用具有 U(1) 对称性，从而导致电荷守恒定律。

特殊么正群 SU(n) 由 $\det(U) = 1$ 的么正矩阵 U 构成，是 $n^2 - 1$ 维李群

SU(2) 群基础表示的生成元 $t^a = \sigma^a/2$ ，其中 σ^a 为泡利矩阵

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

李代数关系为 $[t^a, t^b] = i\varepsilon^{abc}t^c$ ，结构常数是 Levi-Civita 符号 ε^{abc}

对称性
○○○○守恒量
○群
○○○同位旋
●○○奇异数
○夸克
○轻子数
○全同粒子交换
○宇称
○○○○小结
○

同位旋

实验表明，质子和中子质量相近，强相互作用性质相似。在强相互作用中互换质子和中子，系统性质不会改变。类比于自旋，海森堡在 1932 年提出同位旋的概念加以解释。 π 介子也有类似性质。



W. Heisenberg
(1901-1976)

粒子	质子 p	中子 n	π^+ 介子	π^0 介子	π^- 介子
质量 (MeV)	938.27	939.57	139.57	134.98	139.57
电荷 Q	+1	0	+1	0	-1

对称性
○○○○守恒量
○群
○○○同位旋
●○○奇异数
○夸克
○轻子数
○全同粒子交换
○宇称
○○○○小结
○

同位旋

实验表明，质子和中子质量相近，强相互作用性质相似。在强相互作用中互换质子和中子，系统性质不会改变。类比于自旋，海森堡在 1932 年提出同位旋的概念加以解释。 π 介子也有类似性质。



W. Heisenberg
(1901-1976)

粒子	质子 p	中子 n	π^+ 介子	π^0 介子	π^- 介子
质量 (MeV)	938.27	939.57	139.57	134.98	139.57
电荷 Q	+1	0	+1	0	-1

同位旋 I 由 $SU(2)$ 群描述，生成元记为 I^a ；在 $SU(2)$ 的 2 维和 3 维表示中， I^3 分别为 $\text{diag}(1/2, -1/2)$ 和 $\text{diag}(1, 0, -1)$ ，对角元是态的 I^3 本征值

质子和中子的同位旋为 $I = \frac{1}{2}$ ，构成二重态 $\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}$ ， $I^3(p) = +\frac{1}{2}$ ， $I^3(n) = -\frac{1}{2}$

π 介子的同位旋为 $I = 1$ ，构成三重态 $\begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix}$ ， $I^3(\pi^\pm) = \pm 1$ ， $I^3(\pi^0) = 0$

同位旋守恒

强作用同位旋 $SU(2)$ 对称性引起同位旋 I 和同位旋第三分量 I^3 的守恒

在强相互作用过程中，初态与末态的 (I, I^3) 相同： $\Delta I = \Delta I^3 = 0$

对于 π 介子与核子散射，电荷守恒定律允许下列过程存在

弹性散射	截面	弹性散射	截面	弹性散射	截面	准弹性散射	截面
$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$	σ_1	$\pi^0 p \rightarrow \pi^0 p$	σ_3	$\pi^- p \rightarrow \pi^- p$	σ_5	$\pi^+ n \leftrightarrow \pi^0 p$	σ_7
$\pi^+ n \rightarrow \pi^+ n$	σ_2	$\pi^0 n \rightarrow \pi^0 n$	σ_4	$\pi^- n \rightarrow \pi^- n$	σ_6	$\pi^- p \leftrightarrow \pi^0 n$	σ_8

在同位旋 $SU(2)$ 空间绕第 2 轴转 180° ，即

$$p \leftrightarrow n, \quad \pi^+ \leftrightarrow \pi^-, \quad \pi^0 \leftrightarrow \pi^0,$$

得到的强相互作用散射截面应该不变，故

$$\sigma_1 = \sigma_6, \quad \sigma_2 = \sigma_5, \quad \sigma_3 = \sigma_4, \quad \sigma_7 = \sigma_8$$

这在实验中得到证实

同位旋破坏

强相互作用同位旋对称性破坏

- 在强相互作用中，**同位旋量子数严格守恒**，但同位旋对称性不是严格的
- 由于同个多重态中不同分量具有**微小质量差**，各分量在运动学上有微小差异，导致同位旋对称性引起的截面关系式存在微小破坏

同位旋破坏

强相互作用同位旋对称性破坏

- 在强相互作用中，**同位旋量子数严格守恒**，但同位旋对称性不是严格的
- 由于同个多重态中不同分量具有**微小质量差**，各分量在运动学上有微小差异，导致同位旋对称性引起的截面关系式存在微小破坏

电磁相互作用同位旋破坏

- 同个同位旋多重态中各分量带有**不同电荷**，导致电磁相互作用性质不同
- 在电磁相互作用中同位旋不守恒
 - 比如， $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 电磁衰变就不满足同位旋守恒（光子同位旋为 0）
 - 不过，电磁相互作用过程中同位旋的改变比较有限：

$$\Delta I = 0 \text{ 或 } \pm 1, \quad \Delta I^3 = 0 \quad (I^3 \text{ 仍然是守恒的})$$

同位旋破坏

强相互作用同位旋对称性破坏

- 在强相互作用中，**同位旋量子数严格守恒**，但同位旋对称性不是严格的
- 由于同个多重态中不同分量具有**微小质量差**，各分量在运动学上有微小差异，导致同位旋对称性引起的截面关系式存在微小破坏

电磁相互作用同位旋破坏

- 同个同位旋多重态中各分量带有**不同电荷**，导致电磁相互作用性质不同
- 在电磁相互作用中同位旋不守恒
 - 比如， $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 电磁衰变就不满足同位旋守恒（光子同位旋为 0）
 - 不过，电磁相互作用过程中同位旋的改变比较有限：

$$\Delta I = 0 \text{ 或 } \pm 1, \quad \Delta I^3 = 0 \quad (I^3 \text{ 仍然是守恒的})$$

弱相互作用同位旋破坏

- 在弱相互作用中， **I 和 I^3 都不守恒**
- 不过，大量实验结果表明，大多数弱作用过程满足 $|\Delta I| \leq 1$

对称性
○○○○守恒量
○群
○○○同位旋
○○○奇异数
●夸克
○轻子数
○全同粒子交换
○宇称
○○○○小结
○

奇异数

 1947 年，宇宙线实验观测到由两种中性粒子引起的 V 型事例，它们是后来称为 K^0 介子和 Λ^0 重子的 **奇异粒子**

 50 年代，加速器上产生大量奇异粒子，才得以系统研究，它们具有以下两个特征

 **奇异粒子** 在强相互作用中**成对产生**，再分别**衰变为非奇异粒子**

例如： $\pi^- p \rightarrow \pi^0 K^+ \Sigma^-$, $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$, $\Sigma^- \rightarrow n \pi^-$
 $pp \rightarrow p K^+ \Lambda^0$, $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$, $\Lambda^0 \rightarrow n \pi^0$

 **奇异粒子** 以**强相互作用典型时间** $t \sim 10^{-23}$ s **快速产生**，再以**弱相互作用典型时间** $\tau \sim 10^{-8} - 10^{-10}$ s **缓慢衰变**

例如： K^\pm 寿命为 $\tau_{K^\pm} = 1.2 \times 10^{-8}$ s, Λ^0 寿命为 $\tau_{\Lambda^0} = 2.6 \times 10^{-10}$ s

奇异数

 1947 年，宇宙线实验观测到由两种中性粒子引起的 V 型事例，它们是后来称为 K^0 介子和 Λ^0 重子的 **奇异粒子**

 50 年代，加速器上产生大量奇异粒子，才得以系统研究，它们具有以下两个特征
 **奇异粒子** 在强相互作用中**成对产生**，再分别**衰变为非奇异粒子**

例如： $\pi^- p \rightarrow \pi^0 K^+ \Sigma^-$, $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$, $\Sigma^- \rightarrow n \pi^-$
 $pp \rightarrow p K^+ \Lambda^0$, $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$, $\Lambda^0 \rightarrow n \pi^0$

 **奇异粒子** 以**强相互作用典型时间** $t \sim 10^{-23}$ s **快速产生**，再以**弱相互作用典型时间** $\tau \sim 10^{-8} - 10^{-10}$ s **缓慢衰变**

例如： K^\pm 寿命为 $\tau_{K^\pm} = 1.2 \times 10^{-8}$ s, Λ^0 寿命为 $\tau_{\Lambda^0} = 2.6 \times 10^{-10}$ s

 有些奇异粒子成对产生过程，如 $nn \rightarrow \Lambda^0 \Lambda^0$ ，虽然阈能很低，却始终没有在实验中发现。这促使西岛和彦在 1953 年提出 **奇异数 S** 的概念，指定 K^+ 和 K^0 的奇异数为 +1， K^- 、 Σ^- 和 Λ^0 的奇异数为 -1。在**强相互作用** 中，**奇异数守恒**，因此 $nn \rightarrow \Lambda^0 \Lambda^0$ 过程被严格禁戒。在**弱相互作用** 中**奇异数不守恒**，因而奇异粒子可以**缓慢衰变** 成非奇异粒子。

对称性
○○○○守恒量
○群
○○○同位旋
○○○奇异数
○夸克
●轻子数
○全同粒子交换
○宇称
○○○○小结
○

夸克

 建立**夸克模型**之后，**奇异数 S** 得到了合理的解释：奇异数是由**奇夸克**导致的，正奇夸克 s 的奇异数为 -1 ，反奇夸克 \bar{s} 的奇异数为 $+1$

 同理可定义**粲数 C** 、**底数 B** 和**顶数 T** ；这些相加性量子数各自对应于一种 $U(1)$ 整体对称性，在强和电磁相互作用中守恒，在弱相互作用中不守恒

夸克	I	I^3	S	C	B	T	B	Q	质量 (GeV)
d	$1/2$	$-1/2$	0	0	0	0	$+1/3$	$-1/3$	~ 0.3
u	$1/2$	$+1/2$	0	0	0	0	$+1/3$	$+2/3$	~ 0.3
s	0	0	-1	0	0	0	$+1/3$	$-1/3$	~ 0.5
c	0	0	0	$+1$	0	0	$+1/3$	$+2/3$	~ 1.6
b	0	0	0	0	-1	0	$+1/3$	$-1/3$	~ 4.6
t	0	0	0	0	0	$+1$	$+1/3$	$+2/3$	173 (极点质量)

 B 是**重子数**，介子的重子数为 0 ，重子的重子数为 ± 1

 强子相加性量子数是价夸克相加性量子数之和，满足**盖尔曼—西岛关系**

$$\text{电荷 } Q = I^3 + \frac{1}{2}(B + S + C + B + T)$$

轻子数

 电子、 μ 子、 τ 子及相应中微子统称为**轻子**，它们不参与强相互作用

 1962 年，Lederman、Schwartz 和 Steinberger 在中微子束流实验中发现，中微子具有不同味道，存在 μ 子型中微子 ν_μ ，它与电子型中微子 ν_e 不同。他们在中微子与原子核 N 的散射中探测到反应 $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$ (X 代表不包含带电轻子的其它所有粒子)，但没有探测到反应 $\nu_\mu + N \rightarrow e^- + X$ 。

 这表明不同代轻子在反应过程中不会混合

轻子数

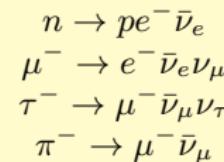
电子、 μ 子、 τ 子及相应中微子统称为**轻子**，它们不参与强相互作用

1962 年，Lederman、Schwartz 和 Steinberger 在中微子束流实验中发现，中微子具有不同味道，存在 μ 子型中微子 ν_μ ，它与电子型中微子 ν_e 不同。他们在中微子与原子核 N 的散射中探测到反应 $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$ (X 代表不包含带电轻子的其它所有粒子)，但没有探测到反应 $\nu_\mu + N \rightarrow e^- + X$ 。

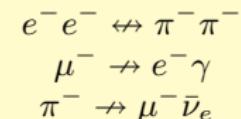
这表明不同代轻子在反应过程中不会混合，按下表方式指定三种**轻子数** L_e 、 L_μ 和 L_τ ，则它们**在电磁和弱相互作用中守恒**

轻子	L_e	L_μ	L_τ	Q	质量	寿命
e^-	+1	0	0	-1	0.511 MeV	稳定
μ^-	0	+1	0	-1	105.7 MeV	2.2×10^{-6} s
τ^-	0	0	+1	-1	1.777 GeV	2.9×10^{-13} s
ν_e	+1	0	0	0	< 1 eV	稳定
ν_μ	0	+1	0	0	< 1 eV	稳定
ν_τ	0	0	+1	0	< 1 eV	稳定

轻子数守恒允许



轻子数守恒禁戒



全同粒子交换对称性

 对于含有全同粒子的系统，把交换全同粒子 i 和 j 的分立变换记作 \hat{P}_{ij}

 根据量子力学**全同性原理**，交换全同粒子不会改变系统状态，运动规律对于全同粒子不可分辨  $[\hat{P}_{ij}, \hat{H}] = 0$ ，即 \hat{P}_{ij} 是系统的守恒量

 由 $\hat{P}_{ij}^2 = 1$ 得 $|j, i\rangle = \hat{P}_{ij} |i, j\rangle = \pm |i, j\rangle$ ，即 \hat{P}_{ij} 的本征值只能取 $P_{ij} = \pm 1$

● $P_{ij} = +1$ ：波函数对于交换 i 和 j 是**对称的**，相应全同粒子是**玻色子**

● $P_{ij} = -1$ ：波函数对于交换 i 和 j 是**反对称的**，相应全同粒子是**费米子**

 全同粒子交换对称性对所有相互作用成立， \hat{P}_{ij} 是相乘性严格守恒量

全同粒子交换对称性

对于含有全同粒子的系统，把交换全同粒子 i 和 j 的分立变换记作 \hat{P}_{ij}

根据量子力学**全同性原理**，交换全同粒子不会改变系统状态，运动规律对于全同粒子不可分辨 $[\hat{P}_{ij}, \hat{H}] = 0$ ，即 \hat{P}_{ij} 是系统的守恒量

由 $\hat{P}_{ij}^2 = 1$ 得 $|j, i\rangle = \hat{P}_{ij} |i, j\rangle = \pm |i, j\rangle$ ，即 \hat{P}_{ij} 的本征值只能取 $P_{ij} = \pm 1$

- $P_{ij} = +1$ ：波函数对于交换 i 和 j 是**对称的**，相应全同粒子是**玻色子**

- $P_{ij} = -1$ ：波函数对于交换 i 和 j 是**反对称的**，相应全同粒子是**费米子**

全同粒子交换对称性对所有相互作用成立， \hat{P}_{ij} 是相乘性严格守恒量

对于**两个全同粒子构成的系统**，可以证明，波函数 $|i, j\rangle$ 满足

$$\hat{P}_{ij} |i, j\rangle = (-)^{L+S-2s} |i, j\rangle$$

s 为粒子的自旋， L 为系统的轨道角动量， S 为系统的总自旋；**玻色子**的自旋 s 为整数，有 $(-)^{2s} = +1$ ；**费米子**的自旋 s 为半奇数，有 $(-)^{2s} = -1$

因此 $L + S$ 必定为偶数

对称性
○○○○守恒量
○群
○○○同位旋
○○○奇异数
○夸克
○轻子数
○全同粒子交换
○宇称
●○○○小结
○

C 宇称



电荷共轭变换 (C 变换) 是一个分立变换，将正粒子态与反粒子态互换



纯中性粒子在 C 变换下不变，是 C 变换本征态，相应本征值称为 C 宇称



C 宇称在强和电磁作用中守恒，在弱作用中不守恒



C 变换使电荷和电流反号，因而电磁场也要反号才符合麦克斯韦方程组



电磁场的激发态光子的 C 宇称为奇，即 $C(\gamma) = -1$

C 宇称



电荷共轭变换 (C 变换) 是一个分立变换，将正粒子态与反粒子态互换



纯中性粒子 在 C 变换下不变，是 C 变换本征态，相应本征值称为 **C 宇称**



C 宇称在强和电磁作用中守恒，在弱作用中不守恒



C 变换使电荷和电流反号，因而电磁场也要反号才符合麦克斯韦方程组

👉 电磁场的激发态 **光子的 C 宇称为奇**，即 $C(\gamma) = -1$

⌚ 如果一个多粒子系统各组分内部相加性守恒量之和均为零，且在 C 变换下不变，则称为**纯中性系统**，比如 $\gamma\gamma$ 系统、 e^+e^- 系统和 $e^+e^-\gamma$ 系统

👉 可以证明，一对正反粒子组成的纯中性系统的 C 宇称为 $C = (-)^{L+S}$ ，其中 L 为轨道角动量， S 为总自旋

🍦 在 π^0 电磁衰变过程 $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ 中，末态是由两个光子组成的纯中性系统，故 C 宇称为 $(-)^{L+S}$ ，另由全同粒子交换对称性可知该系统 $L + S$ 为偶数



C 宇称在电磁作用中守恒意味着 π^0 介子的 C 宇称为偶，即 $C(\pi^0) = +1$

P 宇称

🚒 在 P 变换下，位置 \hat{x} 和动量 \hat{p} 反号，即 $\hat{P}^{-1}\hat{x}\hat{P} = -x$, $\hat{P}^{-1}\hat{p}\hat{P} = -p$

🍔 $\hat{P}^{-1}\hat{\mathbf{L}}\hat{P} = (\hat{P}^{-1}\hat{x}\hat{P}) \times (\hat{P}^{-1}\hat{p}\hat{P}) = \hat{\mathbf{L}}$ 🤝 轨道角动量算符 $\hat{\mathbf{L}} \equiv \hat{\mathbf{x}} \times \hat{\mathbf{p}}$ 不变

🍪 也就是说， $[\hat{P}, \hat{\mathbf{L}}] = 0$ ，故 $\hat{\mathbf{L}}$ 和 \hat{P} 具有共同的本征态，可以同时测量

🍭 轨道宇称：轨道角动量为 L 时轨道波函数由球谐函数 $|LM\rangle = Y_{LM}(\theta, \phi)$ 描述，可得 $\hat{P}|LM\rangle = (-)^L|LM\rangle$ ，故轨道宇称为 $P = (-)^L$

P 宇称

在 P 变换下，位置 \hat{x} 和动量 \hat{p} 反号，即 $\hat{P}^{-1}\hat{x}\hat{P} = -x$, $\hat{P}^{-1}\hat{p}\hat{P} = -p$

$\hat{P}^{-1}\hat{L}\hat{P} = (\hat{P}^{-1}\hat{x}\hat{P}) \times (\hat{P}^{-1}\hat{p}\hat{P}) = \hat{L}$ 轨道角动量算符 $\hat{L} \equiv \hat{x} \times \hat{p}$ 不变

也就是说， $[\hat{P}, \hat{L}] = 0$ ，故 \hat{L} 和 \hat{P} 具有共同的本征态，可以同时测量

轨道宇称：轨道角动量为 L 时轨道波函数由球谐函数 $|LM\rangle = Y_{LM}(\theta, \phi)$ 描述，可得 $\hat{P}|LM\rangle = (-)^L|LM\rangle$ ，故轨道宇称为 $P = (-)^L$

内禀宇称：粒子的内部波函数具有的宇称。纯中性粒子具有绝对的内禀宇称，其它粒子只有相对的内禀宇称，需要约定。实验测得如下绝对内禀宇称：

$$P(\gamma) = P(\pi^0) = P(\rho^0) = P(J/\psi) = -1$$

总宇称是轨道宇称和内禀宇称之积，在强和电磁相互作用中守恒

对于一对正反粒子组成的纯中性系统，可以证明，若它由正反费米子对组成，则宇称为 $P = (-)^{L+1}$ ；若它由正反玻色子对组成，则宇称为 $P = (-)^L$

扣除轨道宇称的贡献之后，可以看出，正反费米子的内禀宇称符号相反，而正反玻色子的内禀宇称符号相同

弱相互作用中宇称不守恒

 **θ - τ 疑难：**1947 年，宇宙线实验观测到两个弱衰变粒子 τ^+ 和 θ^+ ，两者的质量几乎相同，但是衰变末态具有**不同的宇称**： $\theta^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ （偶宇称）和 $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+$ （奇宇称）。当时普遍认为宇称是守恒的，因而 τ^+ 和 θ^+ 看起来不是同一种粒子，却又具有相同的质量。

弱相互作用中宇称不守恒

Θ-τ 疑难：1947年，宇宙线实验观测到两个弱衰变粒子 τ^+ 和 θ^+ ，两者的质量几乎相同，但是衰变末态具有不同的宇称： $\theta^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ （偶宇称）和 $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+$ （奇宇称）。当时普遍认为宇称是守恒的，因而 τ^+ 和 θ^+ 看起来不是同一种粒子，却又具有相同的质量。

1956年，李政道和杨振宁仔细分析各种实验，发现没有证据表明弱作用过程中宇称是守恒的，提出宇称只在弱相互作用中不守恒的观点

这样一来， τ^+ 和 θ^+ 被认作同一种粒子，后来称为 K^+ 介子



李政道 (1926-)



杨振宁 (1922-)

弱相互作用中宇称不守恒

 **θ - τ 疑难：**1947 年，宇宙线实验观测到两个弱衰变粒子 τ^+ 和 θ^+ ，两者的质量几乎相同，但是衰变末态具有**不同的宇称**： $\theta^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ （偶宇称）和 $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+$ （奇宇称）。当时普遍认为宇称是守恒的，因而 τ^+ 和 θ^+ 看起来不是同一种粒子，却又具有相同的质量。

 1956 年，李政道和杨振宁仔细分析各种实验，发现没有证据表明弱作用过程中宇称是守恒的，提出**宇称只在弱相互作用中不守恒**的观点

 这样一来， τ^+ 和 θ^+ 被认作**同一种粒子**，后来称为 **K^+ 介子**

 随后，吴健雄在钴 60 衰变 ($^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e$) 实验中发现电子优先选择反平行于原子核自旋方向出射，从而证实**弱作用没有空间反射对称性**

 李政道和杨振宁因而获得 1957 年诺贝尔奖



李政道 (1926-)



杨振宁 (1922-)



吴健雄 (1912-1997)

CP 宇称

 P 变换和 C 变换相继作用，就得到 CP 变换

 作为 P 变换和 C 变换的共同本征态，**纯中性粒子**和**纯中性系统**必定是 CP 变换的本征态，相应的本征值是 P 宇称与 C 宇称之积，称为 CP 宇称

 对于**一对正反粒子组成的纯中性系统**， CP 宇称为 $CP = (-)^{S-2s}$ ，与系统的轨道角动量无关，只由系统的总自旋 S 和粒子的自旋 s 决定

CP 宇称

P 变换和 C 变换相继作用，就得到 **CP 变换**

作为 P 变换和 C 变换的共同本征态，**纯中性粒子**和**纯中性系统**必定是 CP 变换的本征态，相应的本征值是 P 宇称与 C 宇称之积，称为 **CP 宇称**

对于**一对正反粒子组成的纯中性系统**， CP 宇称为 $CP = (-)^{S-2s}$ ，与系统的轨道角动量无关，只由系统的总自旋 S 和粒子的自旋 s 决定

CP 宇称在强和电磁相互作用中**守恒**；虽然在弱相互作用中 P 宇称和 C 宇称都不守恒，但 **CP 宇称在大多数弱作用过程中守恒**；有一小部分弱作用过程存在 **CP 破坏效应**，根源在于三代夸克混合矩阵 (CKM 矩阵) 中的复相位

CP 变换将弱衰变过程 $K_L^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu$ 变换为 $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu$

如果 CP 对称性在弱相互作用中**严格成立**，这两个过程应该具有**相同的**衰变分宽度，即 $\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu) = \Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu)$ ；然而实验测得

$$A_L(\mu) \equiv \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu) - \Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu)}{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu) + \Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = (0.304 \pm 0.025)\%$$

说明 K_L^0 介子衰变过程存在**千分之几的 CP 破坏效应**

小结

 能量 E 、动量 p 、角动量 J 、角动量第三分量 J^3 、电荷 Q 、重子数 B 、轻子数 $L_{e,\mu,\tau}$ 、同位旋 I 、同位旋第三分量 I^3 、奇异数 S 、粲数 C 、底数 B 和顶数 T 的守恒情况：

相加性守恒量	E, p, J, J^3	Q, B, L_e, L_μ, L_τ	I	I^3	S, C, B, T
强相互作用	✓	✓	✓	✓	✓
电磁相互作用	✓	✓	✗	✓	✓
弱相互作用	✓	✓	✗	✗	✗

 全同粒子交换 P_{ij} 、 C 宇称、 P 宇称和 CP 宇称的守恒情况：

相乘性守恒量	P_{ij}	C	P	CP
强相互作用	✓	✓	✓	✓
电磁相互作用	✓	✓	✓	✓
弱相互作用	✓	✗	✗	✓✗

 ✓ 表示守恒； ✗ 表示不守恒； ✓✗ 表示基本守恒，但少数过程有微小破坏