粒子物理简介

第五节　量子色动力学

余钊焕

中山大学物理学院

http://yzhxxzxy.github.io

2020 年 8 月

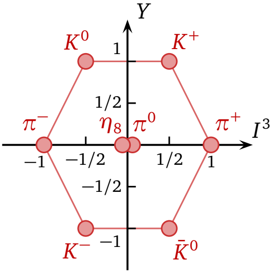
夸克模型

1964 年，盖尔曼和茨威格分别提出**夸克模型**，当时认为存在 3 种**味道**的夸克，u、d 和 s，属于 $\mathrm{SU(3)_F}$ 群的基础表示，强子具有 $\mathrm{SU(3)_F}$ **味对称性**

介子由一对正反夸克组成，构成**单态**和**八重态**

重子由三个夸克组成，构成**八重态**和**十重态**

u 和 d 的味对称性就是 SU(2) **同位旋**对称性，$\mathrm{SU(3)_F}$ 味对称性是进一步的推广；根据**群表示论**，$J^P = 0^-$ 的赝标量介子是 $\mathrm{SU(3)_F}$ 八重态，成分为



$\mathrm{SU(3)_F}$ 八重态的权图

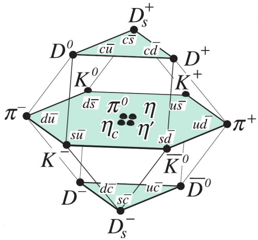
$$\pi^+ = u\bar{d}, \quad \pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}), \quad \pi^- = d\bar{u}, \quad \eta_8 = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}),$$

$$K^+ = u\bar{s}, \quad K^0 = d\bar{s}, \quad \bar{K}^0 = s\bar{d}, \quad K^- = s\bar{u}$$

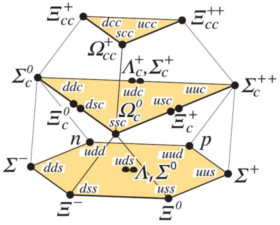
由于 s 夸克的质量大于 u 和 d 夸克的质量，$\mathrm{SU(3)_F}$ 味对称性不是严格成立的，同个多重态中的粒子存在不小的**质量差异**

$SU(4)_F$ 味对称性

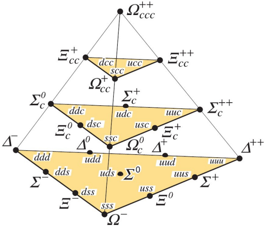
- 把 c 夸克也加入进来，上述对称性可以进一步推广为 $SU(4)_F$ 味对称性
- 由于 c 夸克很重，同个多重态中粒子的质量差异更大



$J^P = 0^-$ 介子 15 重态及单态



$J^P = \frac{1}{2}^+$ 重子 20 重态



$J^P = \frac{3}{2}^+$ 重子 20 重态

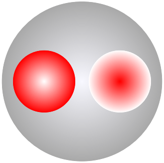
上述自旋为 3/2 的重子多重态中存在 $\Delta^{++} \sim uuu$、$\Delta^- \sim ddd$、$\Omega^- \sim sss$ 和 $\Omega_{ccc}^{++} \sim ccc$ 这样的重子。它们是 3 个同味夸克组成的 $L=0$ 的态，因而 3 个夸克的自旋取向必须相同才能得到 $J=3/2$。根据泡利不相容原理，全同费米子不能处于相同的状态，这预示着夸克具有额外的内部自由度——颜色。

颜色自由度

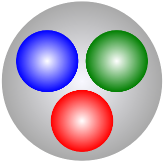
- 从实验上确立的强子态基本都可以用一个正夸克加一个反夸克（介子）、三个正夸克（正重子）和三个反夸克（反重子）组成的体系来描述
- 为什么两个正夸克或四个正夸克构成的强子态不存在呢?
- **颜色自由度**的引入解决了这个问题
- 夸克具有 $\mathrm{SU}(3)_\mathrm{C}$ **色对称性**，每味夸克具有 3 种颜色，构成 $\mathrm{SU}(3)_\mathrm{C}$ 群的基础表示，可记为

$$q^i \quad (i = 1, 2, 3;\ q = d, u, s, c, b, t)$$

- 强子都是**色单态**；介子中两个夸克的颜色必须相反，以组成色单态；重子中三个夸克的颜色各不相同，组成全反对称的色单态
- 两个正夸克或四个正夸克不能组成色单态，因而不构成强子态
- 用 $\mathrm{SU}(3)_\mathrm{C}$ 色对称性构建规范理论，得到**量子色动力学**



介子



重子

非阿贝尔规范理论

SU(3) 群是个非阿贝尔群，它的生成元彼此不对易，因而它的规范变换形式与 U(1) 群（阿贝尔群）不同。**非阿贝尔群的规范理论**由杨振宁和米尔斯于 1954 年提出，也称为**杨－米尔斯理论**，其规范场也称为**杨－米尔斯场**。

对于非阿贝尔李群，生成元 t^a 满足 $[t^a, t^b] = if^{abc}t^c$，依赖时空坐标的群变换为 $U(x) = \exp[i\theta^a(x)t^a]$；旋量场 ψ 和规范场 A^a_μ 的**规范变换**是

$$\psi(x) \to U(x)\psi(x), \quad A^a_\mu(x)t^a \to U(x)A^a_\mu(x)t^a U^\dagger(x) + \frac{i}{g}U(x)\partial_\mu U^\dagger(x)$$

定义协变导数 $D_\mu = \partial_\mu - igA^a_\mu t^a$，则可得 $D_\mu\psi(x) \to U(x)D_\mu\psi(x)$

从而，具有**非阿贝尔规范对称性**的拉氏量是

$$\mathcal{L}_{\text{YM}} = \bar{\psi}i\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - \frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{a,\mu\nu},$$

其中规范场的场强张量 $F^a_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + gf^{abc}A^b_\mu A^c_\nu$

量子色动力学

- **量子色动力学**（Quantum Chromodynamics）简称 **QCD**，是 $\mathrm{SU}(3)_\mathrm{C}$ **非阿贝尔规范理论**，规范场记作 G^a_μ，规范玻色子为 8 种胶子，拉氏量为

$$\mathcal{L}_{\mathrm{QCD}} = \sum_q \bar{q}(i\gamma^\mu D_\mu - m_q)q - \frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{a,\mu\nu}, \quad q = d,u,s,c,b,t, \quad a = 1,\cdots,8$$

- 协变导数 $D_\mu = \partial_\mu - ig_s G^a_\mu t^a$，$G^a_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu + g_s f^{abc} G^b_\mu G^c_\nu$
- g_s 称为**强耦合常数**，**结构常数** f^{abc} 对 3 个指标全反对称，独立分量为

$$f_{123} = 1, \quad f_{147} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = f_{516} = f_{637} = 1/2, \quad f_{458} = f_{678} = \sqrt{3}/2$$

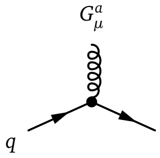
- $t^a = \lambda^a/2$ 是 $\mathrm{SU}(3)_\mathrm{C}$ 基础表示的生成元，其中 λ^a 是 8 个**盖尔曼矩阵**

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

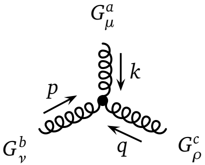
$$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

QCD 相互作用顶点

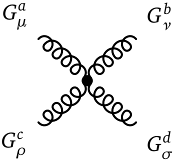
- $\mathcal{L}_{\text{QCD}}$ 中 $g_s G^a_\mu \bar{q}\gamma^\mu t^a q$ **项**的相互作用顶点如右图
- $-\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{a,\mu\nu}$ **项**带来非阿贝尔规范理论**特有**的以下**规范玻色子自相互作用顶点**——胶子的**三线性**和**四线性**自相互作用顶点



$$= i g_s \gamma^\mu t^a$$



$$= g_s f^{abc}\left[g^{\mu\nu}(k-p)^\rho + g^{\nu\rho}(p-q)^\mu + g^{\rho\mu}(q-k)^\nu\right]$$



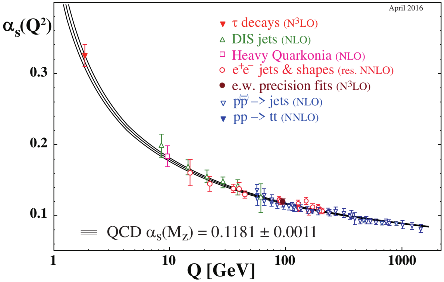
$$\begin{aligned}= -ig_s^2\big[&f^{abe}f^{cde}(g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma}g^{\nu\rho}) \\ &+f^{ace}f^{bde}(g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\sigma}g^{\nu\rho}) \\ &+f^{ade}f^{bce}(g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma})\big]\end{aligned}$$

渐近自由和夸克禁闭

受高阶量子修正的影响，耦合常数不完全是“常数”，而是会**“跑动”**的，即数值依赖于能标 Q

在量子电动力学中，**电磁耦合常数 $\alpha = e^2/(4\pi)$ 随能标升高而增大**

然而，QCD 的情况相反，**强耦合常数 $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$ 随能标升高而减小**



[PDG 2018]

由于高能标意味着短距离，这个特性被称为 **QCD 的渐近自由**

随着能标下降，α_s 越来越大，夸克间相互作用变得越来越强

夸克在低能区被强相互作用紧紧束缚在强子中，这个现象称为**夸克禁闭**

实验上从来没有发现自由夸克和自由胶子的存在，也没有发现色多重态

由于质量太大，**顶夸克**会在禁闭之前先衰变，因而不会被束缚在强子中

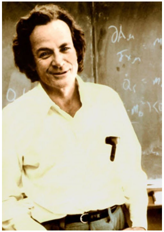
深度非弹性散射与部分子模型

💥 1960 年代末，在高能轻子与核子散射的实验中发现，出现**大动量转移**过程的概率很高，即常常发生**深度非弹性散射**

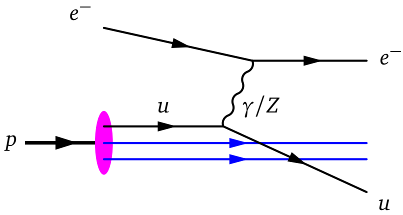
👉 这意味着核子内部存在**局域的散射中心**，类似于**卢瑟福散射实验**中 α 粒子与原子中局域的原子核发生散射的情况

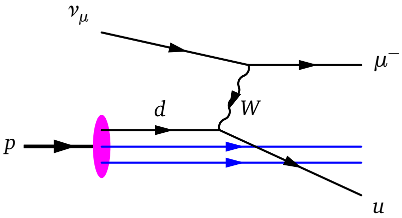
💡 据此，费曼于 1969 年提出**部分子模型**，假设强子由一些在深度非弹性散射中**几乎自由**的**部分子**组成

✨ 进一步实验数据和理论分析表明，有些部分子与夸克具有相同的量子数，它们就是**夸克**；其它部分子是电中性的，后来证实是**胶子**

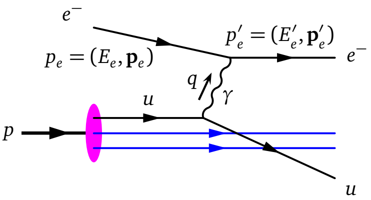


R. Feynman
(1918-1988)





$e^- + p \to e^- + X$ 深度非弹性散射



- 动量转移很大时，忽略电子质量，有

$$q^2 = (p_e - p'_e)^2 = 2m_e^2 - 2p_e \cdot p'_e$$
$$\simeq -2E_e E'_e + 2|\mathbf{p}_e||\mathbf{p}'_e| \cos\theta \simeq -4E_e E'_e \sin^2(\theta/2)$$

- 定义 $Q^2 \equiv -q^2 \geq 0$，$Q \equiv \sqrt{Q^2}$ 即**动量转移**
- 具有**大动量转移**的散射过程可以探测靶粒子的**微小结构**，尺度 $\Delta x \sim 1/Q$
- 在**部分子模型**中，$e^- + p \to e^- + X$ **单举微分截面**表达为

$$\frac{d\sigma}{dy} = \sum_i \int_0^1 \left\{ \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4} x s [(1-y)^2 + 1] \right\} Q_i^2 f_{i/p}(x)\, dx, \quad x = \frac{p_i^\mu}{p_p^\mu}, \quad y = \frac{E_e - E'_e}{E_e}$$

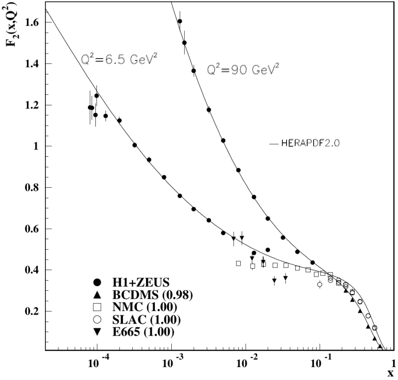
- x 是部分子 i 动量占质子 p 动量的**分数**，y 是电子的**非弹性度**
- 花括号内的因子是 QED 领头阶**电子与单位点电荷的散射截面**
- $f_{i/p}(x)$ 称为**部分子分布函数** (parton distribution function，**PDF**)，描述在质子 p 中找到动量分数为 x 的部分子 i 的数量

Bjorken 标度律

- 从上述公式抽取**结构函数** $F_2(x) = \sum_i Q_i^2\, x\, f_{i/p}(x)$ 来描述**质子的夸克结构**
- $F_2(x)$ 不依赖于 Q^2，这个现象称为 **Bjorken 标度律**(scaling)
- Bjorken 标度律是**近似**的，它在 Q^2 变化范围较大时遭到**破坏**

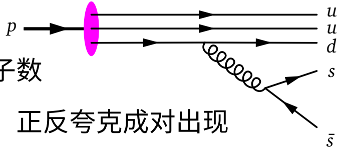
- 部分子可以通过 **QCD 耦合**辐射出更多部分子；Q 越大，辐射部分子的数量越多
- **虚度**为 $\mu^2 = p^\mu p_\mu > 0$ 的部分子能够**自由**地参与空间尺度 $\Delta x \sim 1/\mu$ 的散射过程
- μ 是能够**分辨**自由部分子的**因子化能标**，受到动量转移 Q 的限制，$\mu < Q$
- 受 QCD 耦合影响，PDF 实际上依赖于能标 μ，结构函数依赖于动量转移 Q

$$f_{i/p}(x) \to f_{i/p}(x,\mu^2), \quad F_2(x) \to F_2(x,Q^2)$$



[PDG 2018]

部分子分布函数



强子的部分子包括**胶子**和两种来源的夸克

价夸克：构成强子的组分夸克，贡献各种量子数

海夸克：来自**真空极化**，即由胶子分裂而来，正反夸克成对出现

质子的价夸克为 uud，反映为

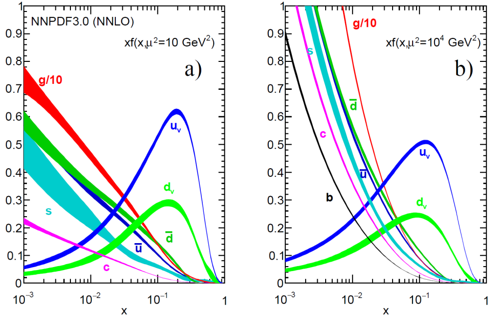
$$\int_0^1 dx[f_{u/p}(x,\mu^2)-f_{\bar{u}/p}(x,\mu^2)]=2$$

$$\int_0^1 dx[f_{d/p}(x,\mu^2)-f_{\bar{d}/p}(x,\mu^2)]=1$$

$$f_{s/p}(x,\mu^2)=f_{\bar{s}/p}(x,\mu^2)$$

$$f_{c/p}(x,\mu^2)=f_{\bar{c}/p}(x,\mu^2)$$

$$f_{b/p}(x,\mu^2)=f_{\bar{b}/p}(x,\mu^2)$$



[PDG 2018]

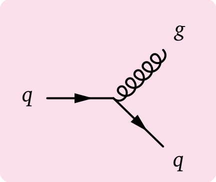
能动量守恒体现为

$$\int_0^1 dx\sum_i xf_{i/p}(x,\mu^2)=1,\quad i=g,d,u,s,c,b,\bar{d},\bar{u},\bar{s},\bar{c},\bar{b}$$

部分子分布函数的演化

强子 h 中部分子 i 的 **PDF 随能标的演化**由 Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (**DGLAP**) **方程**描述

$$\frac{\partial f_{i/h}(x,\mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \sum_j P_{i\leftarrow j}(z)\, f_{j/h}\left(\frac{x}{z},\mu^2\right)$$

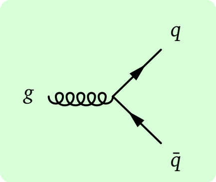


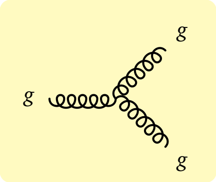
在 **QCD 领头阶**，**分裂函数** $P_{i\leftarrow j}(z)$ 为

$$P_{q\leftarrow q}(z) = \frac{4}{3}\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + 2\delta(1-z)$$

$$P_{g\leftarrow q}(z) = \frac{4}{3}\frac{1+(1-z)^2}{z}$$

$$P_{q\leftarrow g}(z) = \frac{1}{2}[z^2+(1-z)^2]$$





$$P_{g\leftarrow g}(z) = 6\left[\frac{1-z}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + z(1-z)\right] + \left(\frac{11}{2} - \frac{n_f}{3}\right)\delta(1-z)$$

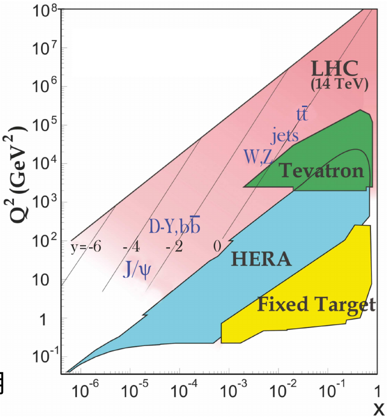
n_f 是满足 $m_q < \mu$ 的**有效轻夸克味数**

部分子分布函数的确定

✏️ 假设 PDF 具有一定的**参数化**形式，用 DGLAP 方程将 PDF **演化**到不同能标以联系多个实验，再对实验数据进行**全局拟合**来确定参数

- 各个实验有各自敏感的 x 和 Q^2 范围
- **固定靶**实验的 $\ell^{\pm}N$、NN、νN $(N = p, n)$ 深度非弹性散射数据
- $e^{\pm}p$ 对撞机 **HERA** 深度非弹性散射数据
- $p\bar{p}$ 对撞机 **Tevatron** 硬散射数据
- pp 对撞机 **LHC** 硬散射数据
- 常用的 PDF 集包括 CT (CTEQ)、MSTW、NNPDF、MMHT、HERAPDF、ABMP、JR 等
- 这些 PDF 集可以通过软件包 LHAPDF 调用

  https://lhapdf.hepforge.org



[PDG 2018]

中微子—核子散射

- 由于同位旋对称性，质子 p 和中子 n 的 PDF 有一定的联系

$$f_{u/n}=f_{d/p},\quad f_{d/n}=f_{u/p},\quad f_{\bar{u}/n}=f_{\bar{d}/p},\quad f_{\bar{d}/n}=f_{\bar{u}/p}$$

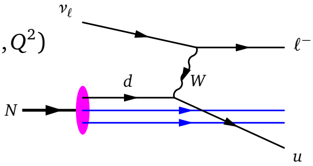
- **反强子** PDF 与正强子 PDF 也有关联，$f_{q/\bar{p}}=f_{\bar{q}/p}$，$f_{g/\bar{p}}=f_{g/p}$

- 如果固定靶上有**等量**的质子和中子，设**同位旋单态核子** $N=(p+n)/2$，则高能中微子**带电流**打靶过程 $\nu N\to\ell^- X$ 的微分截面可表达为

$$\frac{d^2\sigma}{dx\,dy}=\frac{2G_F^2E_\nu m_N}{\pi}\left(\frac{m_W^2}{m_W^2+Q^2}\right)^2 x[q(x,Q^2)+(1-y)^2\bar{q}(x,Q^2)]$$

$$q(x,Q^2)=\frac{1}{2}[f_{u/p}(x,Q^2)+f_{d/p}(x,Q^2)]+f_{s/p}(x,Q^2)+f_{b/p}(x,Q^2)$$

$$\bar{q}(x,Q^2)=\frac{1}{2}[f_{\bar{u}/p}(x,Q^2)+f_{\bar{d}/p}(x,Q^2)]+f_{\bar{c}/p}(x,Q^2)+f_{\bar{t}/p}(x,Q^2)$$



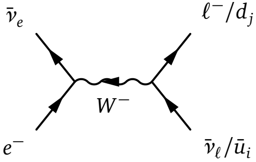
- $q(x,Q^2)\longleftrightarrow\bar{q}(x,Q^2)$ 👉 $\bar{\nu}N\to\ell^+X$ 微分截面

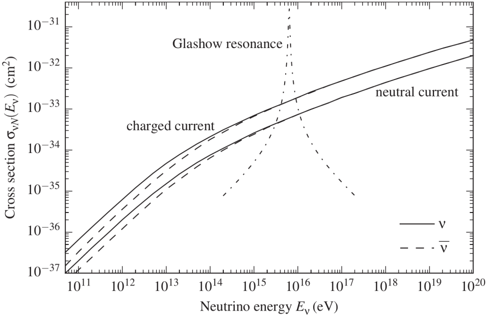
- **中性流**过程 $\nu N\to\nu X$ 也有类似表达式

中微子深度非弹性散射

- 中微子深度非弹性散射具有下列特点
- 在中微子－核子散射过程中，**带电流**截面比**中性流**截面**大**
- 弱相互作用**破坏宇称** ☞ 当 $E_\nu \lesssim 1\ \mathrm{PeV} = 10^{15}\ \mathrm{eV}$ 时，**反中微子**截面**偏小**
- 当中微子与**原子**散射时，中微子与**电子**的散射截面通常可以**忽略**
- 例外的是，**反电子型中微子** $\bar{\nu}_e$

在 $E_{\bar{\nu}_e} = \dfrac{m_W^2}{2m_e} \simeq 6.3\ \mathrm{PeV}$ 处通过 W^- 共振峰发生散射 $\bar{\nu}_e e^- \to W^- \to X$，截面**非常大**，这就是**格拉肖共振**





[Gaisser *et al.*, 2016]

强子—强子硬散射

- 对于**大动量转移**，强子 A 与 B 的 **QCD 硬散射**微分截面可用 PDF 表达为

$$\frac{d\sigma_{\mathrm{hard}}(s)}{d^2p_{\mathrm{T}}} = \int dx_1\, dx_2 \sum_{ijkl} \frac{1}{1+\delta_{kl}}\, f_{i/A}(x_1,\mu^2)\, f_{j/B}(x_2,\mu^2)\, \frac{d\hat{\sigma}_{ij\to kl}(\hat{s})}{d^2p_{\mathrm{T}}}$$

- $\hat{\sigma}_{ij\to kl}(\hat{s})$ 是部分子散射过程 $ij\to kl$ 的截面，可通过**微扰 QCD** 计算
- 部分子层面上的质心能为 $\hat{s} = x_1x_2s = (p_i+p_j)^2 = (p_k+p_l)^2$
- p_{T} 是任一末态部分子的**横向动量**，$\hat{s}$ 受到 p_{T} 的限制，$\hat{s}\geq 4p_{\mathrm{T}}^2$
  - 可以用 p_{T} 的大小衡量散射过程的**软硬程度**
- 质心能很高时胶子 PDF 很大，$gg\to gg$ **主导**，$\dfrac{d\hat{\sigma}_{gg\to gg}(\hat{s})}{d^2p_{\mathrm{T}}} \sim \dfrac{\alpha_s^2(\mu^2)}{2\pi}\dfrac{1}{p_{\mathrm{T}}^4}$
- QCD 硬散射截面随 $\sqrt{s}$ 增长的趋势为

$$\sigma_{\mathrm{hard}}(s) \sim \int_{4p_{\mathrm{T}}^2/s}^{1} \frac{dx_1}{x_1}\, x_1^{-\lambda} \int_{4p_{\mathrm{T}}^2/(x_1 s)}^{1} \frac{dx_2}{x_2}\, x_2^{-\lambda} \sim s^{\lambda}\ln s$$

软过程

🎈 强子相互作用中的**软过程**具有很小的动量转移，$Q^2 \lesssim \Lambda_{\text{QCD}}^2$

✨ $\Lambda_{\text{QCD}} \sim 200$ MeV 是 α_s 跑动到**无穷大**的低能标度，因此处理软过程时关于 $\alpha_s(Q^2)$ 的**微扰展开失效**，**非微扰效应**主导

🌏 由于**夸克禁闭**，软过程中的部分子**不是自由的**

☀️ **可微扰过程**

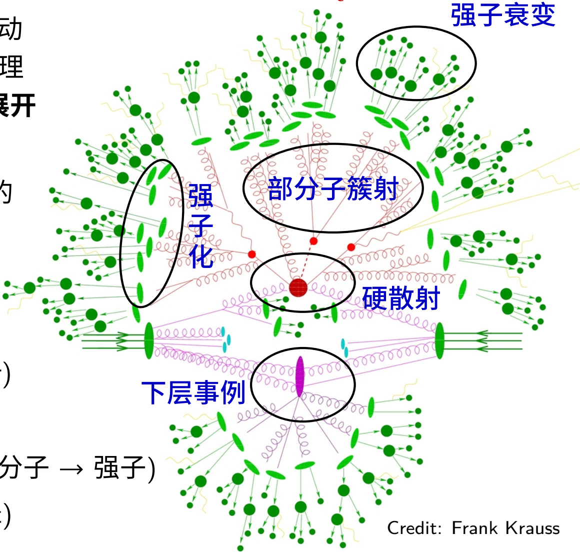
🌘 硬散射 (hard scattering)

🌔 部分子簇射 (parton shower)

⭐ **非微扰软过程**

🌕 强子化 (hadronization，部分子 → 强子)

🌓 下层事例 (underlying event)



Credit: Frank Krauss

碎裂函数

在**单举截面**的因子化微扰计算框架中，**强子化**过程可用**普适**的**碎裂函数** (fragmentation function) 描述

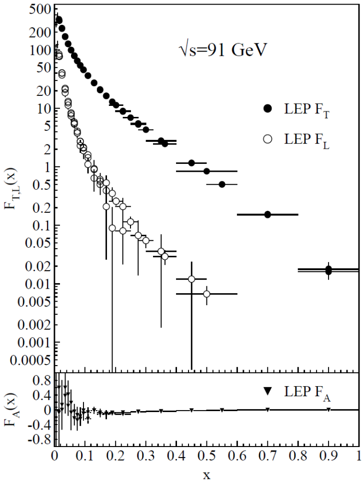
正负电子对撞过程 $e^+e^- \to \gamma/Z \to h + X$ 中**强子** h 的微分单举截面可以表达为

$$\frac{1}{\sigma_0}\frac{d^2\sigma}{dx\,d\cos\theta} = \frac{3}{8}(1+\cos^2\theta)\,F_{\mathrm{T}}^h(x,s) + \frac{3}{4}\sin^2\theta\,F_{\mathrm{L}}^h(x,s) + \frac{3}{4}\cos\theta\,F_{\mathrm{A}}^h(x,s)$$

σ_0 是归一化因子，$x = 2E_h/\sqrt{s} \le 1$ 是 h 的能量分数，θ 是质心系中 h 运动方向与电子束流方向的夹角

横向碎裂函数 F_{T}^h 和**纵向碎裂函数** F_{L}^h 分别对应于 γ/Z 的**横向极化**和**纵向极化**

不对称碎裂函数 F_{A}^h 描述**宇称破坏**效应



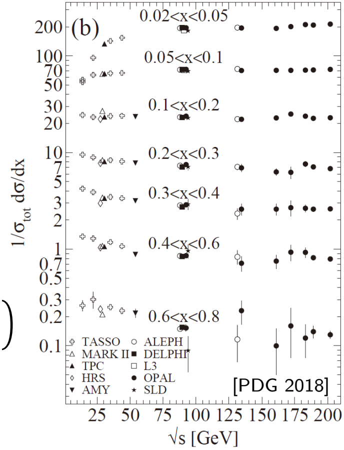
[PDG 2018]

部分子碎裂函数

- 上述微分截面对 θ 积分，就得到**总碎裂函数** $F^h(x,s) = F^h_{\mathrm{T}}(x,s) + F^h_{\mathrm{L}}(x,s)$

$$\frac{1}{\sigma_0}\frac{d\sigma}{dx} = F^h(x,s) = \sum_i \int_x^1 \frac{dz}{z} C_i\left(z, \alpha_s(\mu^2), \frac{s}{\mu^2}\right) D_i^h\left(\frac{x}{z}, \mu^2\right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\sqrt{s}}\right)$$

- 系数函数 C_i 依赖于部分子类型
- **部分子碎裂函数** $D_i^h(z,\mu^2)$ 描述部分子 i 碎裂出具有动量分数 z 的强子 h 的数量
- 能动量守恒要求 $\int_x^1 dz \sum_h z\, D_i^h(z,\mu^2) = 1$



- $D_i^h(z,\mu^2)$ 的演化由**微扰 QCD** 给出

$$\frac{\partial D_i^h(x,\mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \sum_j \int_x^1 \frac{dz}{z} \tilde{P}_{i\leftarrow j}(z, \alpha_s(\mu^2))\, D_j^h\left(\frac{x}{z}, \mu^2\right)$$

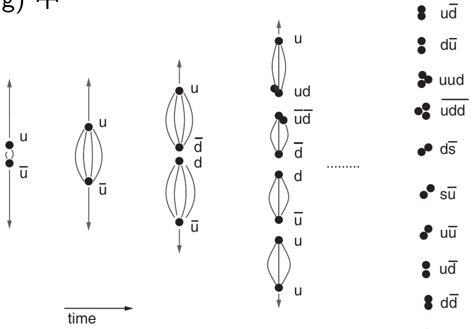
- 在 QCD 领头阶，$\tilde{P}_{i\leftarrow j}(z,\alpha_s) = \dfrac{\alpha_s}{2\pi} P_{i\leftarrow j}(z)$

Lund 弦碎裂模型

- 在蒙特卡洛产生子中，强子化过程通常用一些唯象学模型来描述
- 蒙特卡洛产生子 PYTHIA 采用著名的 **Lund 弦碎裂模型**

  http://home.thep.lu.se/~torbjorn/Pythia.html

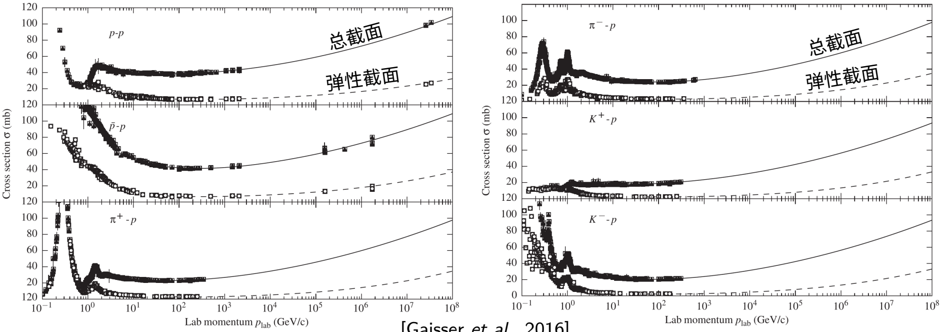
- 假设在高能对撞中产生一对正反夸克，构成色单态系统，认为夸克的动能储存在一根两端连接着它们的弦 (string) 中
- 当弦储存的能量密度足够高时，量子涨落导致出现一对正反夸克或双夸克 (diquark)，将弦断开成两根弦
- 这些弦持续断裂，直到每根弦储存的能量密度过低，不足以提供给进一步的量子涨落
- 按照夸克成分和不变质量将每个色单态系统辨识为相应的强子



[Gaisser *et al.*, 2016]

强子—强子散射截面

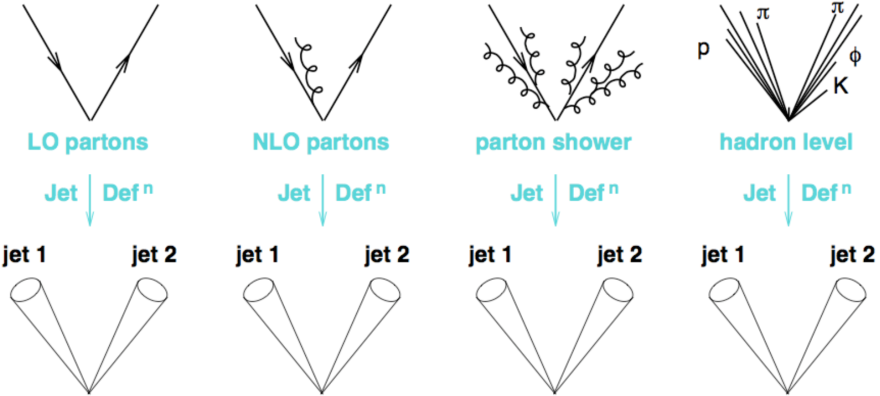
- 😨 非微扰效应很大 👉 微扰 QCD **不能够**准确地计算强子—强子散射截面
- ☀️ **加速器**上的截面测量 + **唯象学**模型 👉 **高能区散射截面**
- 🌓 粒子产生阈能以下，如果没有湮灭道，则总截面与弹性截面**相同**
- 🌗 粒子产生阈能以上，非弹性道打开，总截面**大于**弹性截面
- 🌙 共振区域以上，πp 与 pp **总截面之比** $\sim 2/3$，反映**价夸克**数目差异
- ✨ 高能处，以 $\ln^2 s$ 关系将截面**外推**



[Gaisser *et al.*, 2016]

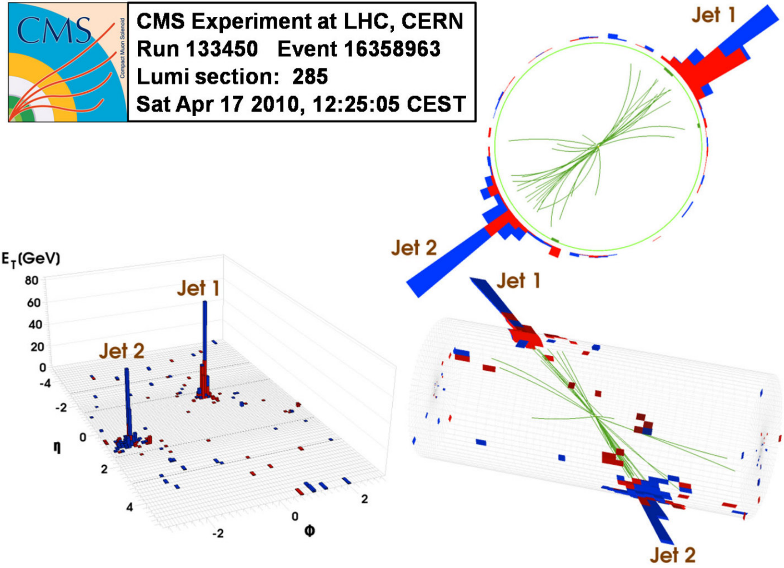
部分子与喷注

一个**高能部分子**产生之后，将经历**末态辐射**、**部分子簇射**和**强子化**过程，形成一串几乎从同一个方向出射的粒子（主要是强子），称为**喷注 (jet)**



[From M. Cacciari's talk (2013)]

LHC 上的双喷注事例

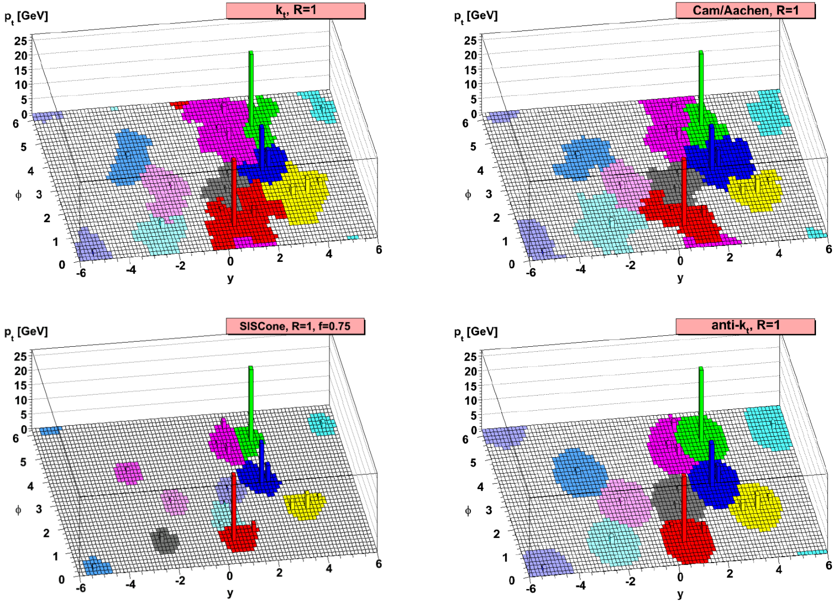

CMS Experiment at LHC, CERN
Run 133450 Event 16358963
Lumi section: 285
Sat Apr 17 2010, 12:25:05 CEST
Jet 1
Jet 2
Jet 1
Jet 2
E_T(GeV)
80
60
40
20
0
-4
-2
0
2
4
η
-2
0
2
φ
Jet 1
Jet 2

喷注聚团算法

- 红外—共线稳定：观测量在 QCD 无穷软辐射和共线分裂极限下**不变**
- 将粒子结合成喷注，需要采取一定的喷注聚团算法
- **Cone 算法**：给定角半径 R，组合满足 $\Delta R < R$ 的粒子，寻找稳定圆锥
- **从种子开始的 Cone 算法**：只能找到部分稳定圆锥，红外—共线不稳定
- **SISCone 算法**：不需要种子，能找到所有稳定圆锥，红外—共线稳定
- 依序重组算法：用粒子的横向动量 $k_{\mathrm{T},i}$ 和 $k_{\mathrm{T},j}$ 定义“距离”

$$d_{ij} = \min\left(k_{\mathrm{T},i}^{2p}, k_{\mathrm{T},j}^{2p}\right)\left(\frac{\Delta R_{ij}}{R}\right)^2$$，从“距离”最近的粒子逐步重组

- k_T 算法: $p = 1$，从最软的粒子开始，红外—共线稳定
- 剑桥—亚琛算法: $p = 0$，从方向最接近的粒子开始，红外—共线稳定
- **Anti-**k_T 算法: $p = -1$，从最硬的粒子开始，红外—共线稳定

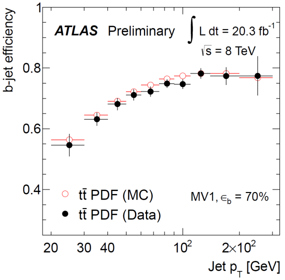


[Cacciari, Salam, Soyez, arXiv:0802.1189, JHEP]

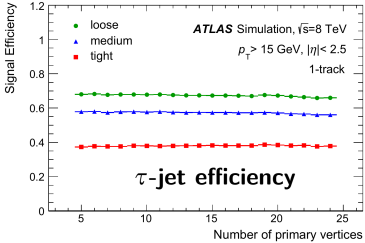
b 喷注和 τ 喷注

通过多种运动学变量发展**喷注标记技术**，能够区分来自 b **夸克**和 τ **轻子**的喷注与来自**轻夸克**和**胶子**的喷注

- b **喷注**: 标记效率约为 60–80%
  - B 介子（如 B^0 和 $B^\pm$）衰变引起偏移的**第二顶点**
  - b 喷注中的**软电子**和**软 μ 子**数量多于其它喷注
- τ **喷注**来自衰变到强子末态的 τ 轻子
  - **单叉 (1-prong) 模式** (分支比 50%)：衰变产物中的 1 个带电介子，中等标准的标注效率约为 60%
  - **三叉 (3-prong) 模式** (分支比 15%)：衰变产物中的 3 个带电介子，中等标准的标注效率约为 40%



[ATLAS coll., CONF-2014-004]



[ATLAS coll., arXiv:1412.7086, EPJC]