



中国科学院大学  
University of Chinese Academy of Sciences

## 博士学位论文

### 在高能对撞机上研究暗物质性质

作者姓名: 余钊煥

指导老师: 胡红波 研究员、毕效军 研究员

中国科学院高能物理研究所

学位类别: 博士

学科专业: 粒子物理与原子核物理

研究所: 中国科学院高能物理研究所

2015 年 4 月



# **Study on dark matter properties at high energy colliders**

By  
**Zhao-Huan Yu**

A thesis submitted to  
The University of Chinese Academy of Sciences  
In partial fulfillment of the requirement  
For the degree of Ph.D.  
In Particle Physics and Nuclear Physics

Institute of High Energy Physics  
Chinese Academy of Sciences

April, 2015



The everlasting universe of things  
Flows through the mind, and rolls its rapid waves,  
Now dark — now glittering — now reflecting gloom —  
Now lending splendour, where from secret springs  
The source of human thought its tribute brings  
Of waters, — with a sound but half its own,  
Such as a feeble brook will oft assume  
In the wild woods, among the mountains lone,  
Where waterfalls around it leap for ever,  
Where woods and winds contend, and a vast river  
Over its rocks ceaselessly bursts and raves.

—— Percy Bysshe Shelley, *Mont Blanc*, Stanza I

万物永无穷尽的宇宙，从心灵  
流过，翻卷着瞬息千里的波浪，  
时而阴暗，时而闪光，时而朦胧，  
时而辉煌，而人类的思想源头  
也从隐秘的深泉带来水的贡品，——  
带来只有一半是它自己的声音，  
就像清浅的小溪可能会有的那一种  
当它从旷野的林莽、荒凉的山峦  
之间穿过，周围有瀑布奔腾不歇，  
有风和树在争吵，有宽阔的大江  
冲过礁石无休无止地汹涌咆哮。

—— 珀西·比希·雪莱《勃朗峰》第一节（江枫译）



## 摘要

天体物理和宇宙学观测表明, 暗物质是宇宙中物质的主要成分. 然而, 除了引力之外, 我们还不了解暗物质的其它相互作用性质. 为了研究暗物质的微观粒子本质, 需要在实验中将暗物质粒子探测出来. 实验探测手段包括直接探测、间接探测和对撞机探测. 在本论文中, 我们主要研究对撞机上的暗物质唯象学. 由于对撞机上的探测器不能探测暗物质粒子, 暗物质产生过程表现为“丢失能量”信号. 通过蒙特卡洛模拟, 我们考查了对撞机搜寻暗物质的灵敏度, 并与直接和间接探测实验的灵敏度比较.

在有效算符框架下, 我们研究了未来正负电子对撞机上 monophoton 和 mono- $Z$  搜寻道的灵敏度. 我们发现, 采用适当的极化束流可以非常有效地提高灵敏度. 如果对撞能量达到 1 TeV 或 3 TeV, monophoton 搜寻道可以检验 Fermi-LAT 数据中的银心线谱疑似信号.

在超对称模型中, 通过共湮灭效应能够提高暗物质候选粒子  $\tilde{\chi}_1^0$  的有效湮灭截面, 从而得出正确的暗物质遗留密度. 我们考虑了 3 种可能的共湮灭图像, 并讨论它们对 LHC 搜寻标量顶夸克  $\tilde{t}_1$  的影响. 在这些图像中, LHC 对  $\tilde{t}_1$  的限制要比一般情况弱.

在一类  $\tau$  portal 暗物质简化模型中, 我们用暗物质湮灭到  $\tau^+\tau^-$  来解释 Fermi-LAT 数据中的银心 GeV 连续谱疑似超出信号. 在 LHC 上, 可以通过  $2\tau_h + \cancel{E}_T$ ,  $\tau_\ell\tau_h + \cancel{E}_T$  和  $2\tau_\ell + \cancel{E}_T$  这三个搜寻道来寻找模型里中介粒子的产生过程. 我们发现, 对于以费米子为中介粒子的模型, LHC 有能力检验这种解释.

作为 SppC 预研的一部分, 通过 monojet +  $\cancel{E}_T$  搜寻道, 我们研究了对撞能量分别为 33, 50 和 100 TeV 的未来  $pp$  对撞机对 3 种  $Z'$  portal 暗物质简化模型的探测能力. 对撞机搜寻灵敏度在一些情况下能够胜过直接探测, 也有可能探索遗留密度观测值允许的大部分参数空间.

**关键词:** 暗物质, 对撞机唯象学, 有效算符, 超对称模型, 简化模型.



## Abstract

Astrophysical and cosmological observations suggest that dark matter (DM) is the major component of matter in the Universe. However, interaction properties of dark matter other than gravity are still unknown. In order to understand the microscopic nature of dark matter, we need to experimentally detect DM particles. There are 3 kinds of DM detection methods, i.e., direct detection, indirect detection, and collider search. In this thesis, we focus on dark matter phenomenology at colliders. DM production processes will appear as “missing energy” signals at colliders, where detectors cannot detect DM particles. Using Monte Carlo simulation, we investigate the sensitivity of collider searches for DM particles, and compare it with the sensitivities of direct and indirect detection experiments.

Through the effective operator approach, we study the sensitivities of the monophoton and mono- $Z$  channels at future  $e^+e^-$  colliders. We find that appropriate polarized beams can effectively improve the sensitivity. With a collision energy of 1 TeV or 3 TeV, the potential Fermi-LAT Galactic Center gamma-ray line signal can be tested in the monophoton channel.

In supersymmetric models, the effective annihilation cross section of the DM candidate  $\tilde{\chi}_1^0$  can be enhanced by the coannihilation effect, and the correct DM relic density can be achieved. We consider 3 possible coannihilation scenarios and discuss their impact on stop searches at the LHC. In these scenarios, the LHC constraints on the stop are weaker than those in general cases.

In a class of  $\tau$  portal DM simplified models, we interpret the potential Fermi-LAT Galactic Center GeV excess by DM annihilations into  $\tau^+\tau^-$ .  $2\tau_h + \cancel{E}_T$ ,  $\tau_\ell\tau_h + \cancel{E}_T$ , and  $2\tau_\ell + \cancel{E}_T$  channels can be used to search for mediator productions in these models. In the models with fermionic mediators, LHC can test this interpretation.

As part of the SppC pre-CDR study, we investigate the sensitivities of future  $pp$  colliders to three  $Z'$  portal DM simplified models in the monojet +  $\cancel{E}_T$  channel.

In some cases, the sensitivities of collider searches can be better than those in direct searches. It is possible to cover most of the parameter space allowed by the relic density observation in collider searches.

**Keywords:** dark matter, collider phenomenology, effective operator, supersymmetric model, simplified model.

# 目录

摘要 .....	i
Abstract .....	iii
目录 .....	v
第一章 引言 .....	1
第二章 暗物质 .....	5
2.1 暗物质观测证据和基本性质 .....	5
2.2 暗物质的宇宙学遗留密度 .....	10
2.3 暗物质候选粒子 .....	18
2.3.1 WIMP .....	18
2.3.2 SuperWIMP .....	21
2.3.3 惰性中微子 (Sterile Neutrino) .....	22
2.3.4 轴子 .....	23
2.4 暗物质直接探测和间接探测 .....	24
2.4.1 直接探测 .....	25
2.4.2 间接探测 .....	28
2.4.3 在有效算符框架下比较直接和间接探测实验灵敏度 .....	31
第三章 高能对撞机物理 .....	35
3.1 对撞机参数 .....	35
3.2 过程和截面 .....	38
3.3 探测器和粒子重建 .....	41
3.4 运动学变量 .....	46

3.5 蒙特卡洛模拟 .....	50
3.5.1 蒙特卡洛积分和模拟 .....	50
3.5.2 高能物理蒙特卡洛工具 .....	52
<b>第四章 正负电子对撞机上的暗物质有效相互作用研究 .....</b>	<b>55</b>
4.1 Monophoton 搜索道 .....	55
4.1.1 实验灵敏度 .....	57
4.1.2 极化束流 .....	61
4.1.3 暗物质与正负电子的相互作用 .....	64
4.2 Mono-Z 搜索道 .....	65
4.2.1 有效算符和模拟设定 .....	66
4.2.2 带电轻子道 .....	68
4.2.3 强子道 .....	71
4.2.4 实验灵敏度 .....	73
4.2.5 极化束流 .....	77
<b>第五章 强子对撞机上的暗物质简化模型研究 .....</b>	<b>81</b>
5.1 超对称模型共湮灭图像与标量顶夸克搜寻 .....	81
5.1.1 $\tilde{t}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像 .....	83
5.1.2 $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像 .....	87
5.1.3 $\tilde{\tau}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像 .....	93
5.2 $\tau$ portal 暗物质简化模型 .....	94
5.2.1 模型描述 .....	95
5.2.2 直接探测 .....	98
5.2.3 对撞机搜寻 .....	100
5.3 $Z'$ portal 暗物质简化模型 .....	107
5.3.1 模型概述 .....	108
5.3.2 Monojet 搜索道 .....	111
5.3.3 不同类型实验灵敏度比较 .....	114

第六章 总结 .....	123
附录 A 离散对称性 $P, T, C$ .....	125
A.1 标量场 .....	125
A.2 旋量场 .....	128
A.3 电磁场 .....	132
A.4 电弱规范场 .....	133
A.5 小结 .....	136
附录 B 极化振幅 .....	139
B.1 旋量的螺旋态 .....	139
B.2 矢量的极化态 .....	141
B.3 费米子矢量流耦合 .....	142
B.4 正负电子湮灭到双光子 .....	146
B.5 旋量双线性型的螺旋态表达式 .....	148
参考文献 .....	155
发表文章目录 .....	183
致谢 .....	185



## 表格

2.1	暗物质密度分布模型 .....	9
2.2	几类暗物质候选粒子特性 .....	24
3.1	一些高能对撞机的参数 .....	37
3.2	$\eta$ 与 $\theta$ 的对应关系 .....	42
4.1	$\sqrt{s} = 500$ GeV 时, 各次事例筛选过后背景和信号的截面 $\sigma$ 及信号显著性 $S/\sqrt{B}$ .....	60
4.2	$\sqrt{s} = 500$ GeV 时, 各个有效算符的基准点参数 .....	68
4.3	带电轻子道的事例筛选条件 .....	69
4.4	$\sqrt{s} = 500$ GeV 时, 在带电轻子道中, 各次事例筛选过后背景和信号的截面 $\sigma$ 及信号显著性 $\mathcal{S}$ .....	71
4.5	强子道的事例筛选条件 .....	72
4.6	$\sqrt{s} = 500$ GeV 时, 在强子道中, 各次事例筛选过后背景和信号的截面 $\sigma$ 及信号显著性 $\mathcal{S}$ .....	74
4.7	$\sqrt{s} = 500$ GeV 时, 不同束流极化构型下主要背景和信号的截面 .....	78
4.8	$\sqrt{s} = 500$ GeV 时, 采用最优极化束流后的信号显著性与不采用极化束流时的对比 .....	78
5.1	monojet + $\cancel{E}_T$ 搜索道中, ATLAS 和 CMS 的 7 TeV 数据分析采用的事例筛选条件 .....	84
5.2	$\sqrt{s} = 7$ TeV 时, 积分亮度为 $2.05 \text{ fb}^{-1}$ 和 $4.7 \text{ fb}^{-1}$ 的 ATLAS $b$ -jets + $\cancel{E}_T$ 数据分析采用的事例筛选条件, 以及对 $\sigma_{\text{vis}}^{\text{BSM}}$ 限制 ..	88
5.3	$\sqrt{s} = 7$ TeV 时 CMS $b$ -jets + $\cancel{E}_T$ 数据分析采用的事例筛选条件, 以及我们假设 $\sqrt{s} = 8$ TeV 和 $20 \text{ fb}^{-1}$ 数据量进行 $b$ -jets + $\cancel{E}_T$ 模拟分析时采用的事例筛选条件 .....	89
5.4	3 个搜索道中各次事例筛选过后背景和信号的截面 $\sigma$ (单位为 fb) 和信号显著性 $\mathcal{S}$ .....	103

5.5 应用事例筛选条件之后, 背景和信号的可见截面, 以 fb 为单位	112
A.1 一些算符的 $P, T, C$ 变换性质	137
B.1 旋量双线性型螺旋态表达式小结	152

## 插图

2.1	旋涡星系 M33 的旋转曲线 .....	6
2.2	Bullet 星系团的光学图像、 $X$ 射线图像和弱引力透镜重建图像 .....	6
2.3	暗物质退耦示意图 .....	16
2.4	满足暗物质遗留密度的 CMSSM 模型参数空间 .....	20
2.5	满足暗物质遗留密度的最简 UED 模型参数区域 .....	21
2.6	暗物质相互作用与三类探测方法的关系 .....	25
2.7	直接探测实验对自旋无关散射的探测结果 .....	27
2.8	直接探测实验对自旋相关散射的探测结果 .....	27
2.9	宇宙线正电子比例能谱及其暗物质解释和脉冲星解释 .....	29
2.10	Fermi-LAT 6 年矮星系观测对暗物质湮灭到 $b\bar{b}$ 和 $\tau^+\tau^-$ 截面的限制 .....	30
2.11	在有效算符框架下, 直接和间接探测实验排除限及遗留密度测量值对应的相互作用强度 .....	32
3.1	$e^+e^-$ 对撞机和 $pp$ 对撞机上的标准模型过程截面 .....	39
3.2	质子 PDF .....	40
3.3	强子对撞过程示意图 .....	41
3.4	粒子动量 $\mathbf{p}$ 的横向投影和纵向投影 .....	43
3.5	CMS 探测器示意图 .....	44
3.6	利用 $m_{T2}$ 变量测量 $t$ 夸克质量 .....	49
3.7	模拟出来的微分截面随光子能量的分布 .....	52
4.1	银心疑似线谱信号的能谱 (左) 和空间分布 (右) .....	56
4.2	$e^+e^-$ 对撞机上 monophoton 过程 $e^+e^- \rightarrow \chi\chi\gamma$ 的费曼图 .....	56
4.3	标准模型过程 $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ 费曼图示例 .....	58

4.4	$\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$ 时, $\gamma + \not{E}$ 搜寻道中背景和信号在各个运动学变量上的微分截面分布	59
4.5	$m_\chi$ - $\Lambda$ 平面上的 $3\sigma$ 灵敏度曲线	61
4.6	$m_\chi$ - $\langle\sigma_{\text{ann}}v\rangle$ 平面上的 $3\sigma$ 灵敏度曲线	61
4.7	$\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$ 时, 背景和信号的极化截面等值线	62
4.8	采用极化束流之后 $m_\chi$ - $\langle\sigma_{\text{ann}}v\rangle$ 平面上的 $3\sigma$ 灵敏度曲线与未采用极化束流时的比较	63
4.9	暗物质与 $e^\pm$ 相互作用引起的 $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}\gamma$ 过程	64
4.10	$\sqrt{s} = 250 \text{ GeV}$ 时, 对于暗物质与 $e^\pm$ 的相互作用, $m_\chi$ - $\Lambda$ 平面 (左) 和 $m_\chi$ - $\langle\sigma_{\text{ann}}v\rangle$ 平面 (右) 上的 $3\sigma$ 灵敏度曲线	65
4.11	暗物质产生过程 $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}Z$ 的两种形式	66
4.12	$\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$ 时, $\ell\ell + \not{E}$ 搜寻道中背景和信号在各个运动学变量上的分布	70
4.13	$\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$ 时, $jj + \not{E}$ 搜寻道中背景和信号在各个运动学变量上的分布	73
4.14	$m_\chi$ - $\Lambda$ 平面上的 $3\sigma$ 灵敏度曲线	75
4.15	$m_\chi$ - $\langle\sigma_{\text{ann}}v\rangle$ 平面上的 $3\sigma$ 灵敏度曲线	76
4.16	$\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$ 时, $\Lambda_1$ 与 $\Lambda_2$ 的不同关系对 $m_\chi$ - $\Lambda$ 平面上强子道灵敏度的影响	77
4.17	$\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$ 时, 使用极化束流前后, $m_\chi$ - $\Lambda$ 平面上的 $3\sigma$ 灵敏度曲线	80
5.1	$\tilde{t}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像中的 $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$ 产生过程	83
5.2	$\tilde{t}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像中, $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ 平面上的实验限制和预期灵敏度	85
5.3	$\tilde{t}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像中, $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ 时背景和信号的 $\not{E}_T$ 和领头喷注 $p_T$ 分布	86
5.4	$\tilde{t}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像中, $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ 时 $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ 平面上的 $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$ 预期可见截面	87
5.5	$\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像中的 $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$ 产生过程	87
5.6	$\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像中, $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$ 平面上的实验限制和预期灵敏度	89

5.7 $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像中, 在 $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$ 平面上, $\sqrt{s} = 7$ TeV 时 $4.7 \text{ fb}^{-1}$ ATLAS 数据分析 SR2 信号区域里的 $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$ 预期可见截面	90
5.8 $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像中, 在 $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$ 平面上, $\sqrt{s} = 7$ TeV 时 $4.98 \text{ fb}^{-1}$ CMS 数据分析 1BL 信号区域里的 $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$ 预期可见截面	91
5.9 $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像中, $\sqrt{s} = 8$ TeV 时背景和信号的 $m_{jjj}$ 和 $\cancel{E}_T$ 分布	92
5.10 $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像中, $\sqrt{s} = 8$ TeV 时 $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$ 平面上的 $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$ 预期可见截面	92
5.11 $\tilde{\tau}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像中的 $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$ 产生过程	93
5.12 $\tilde{\tau}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像中, $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\tau}_1}$ 平面上的实验限制和预期灵敏度	94
5.13 各个 $\tau$ portal 暗物质简化模型的参数空间	98
5.14 单圈水平上费米子暗物质与原子核散射示意图	99
5.15 $\sqrt{s} = 8$ TeV 和 14 TeV 时, LHC 上 $pp \rightarrow \phi\phi^*/\psi\bar{\psi} + \text{jets}$ 过程的产生截面	100
5.16 3 个搜寻道中背景和信号的归一化 $m_{\text{T}_2}$ 分布	104
5.17 在 3 个搜寻道中, 应用所有事例筛选条件之后的信号可见截面	106
5.18 monojet + $\cancel{E}_T$ 搜寻道中, CMS 实验组给出的排除限转换到暗物质与原子核散射截面上的结果	107
5.19 $Z'$ 粒子的宽度 $\Gamma_{Z'}$ 随耦合系数和质量的变化关系	110
5.20 背景和信号的归一化 $\cancel{E}_T$ 分布	112
5.21 $m_\chi$ - $g_q$ 平面上的对撞机 90% 置信度预期排除限	113
5.22 $m_\chi$ - $\sigma_{\chi N}$ 平面上的对撞机 90% 置信度预期排除限	116
5.23 在 FV 模型中, $m_\chi$ - $\langle\sigma_{\text{ann}}v\rangle$ 平面上的对撞机 90% 置信度预期排除限	118
5.24 $\sqrt{s} = 50$ TeV 时, $m_{Z'}-m_\chi$ 平面上的对撞机 90% 置信度预期排除限与直接探测实验排除限	119
5.25 $\sqrt{s} = 50$ TeV 时, $m_{Z'}-m_\chi$ 平面上的对撞机 90% 置信度预期排除限与暗物质遗留密度	122
B.1 两体散射示意图	140

B.2 费米子  $f$  释放一个虚粒子  $X$  的示意图 ..... 152

# 第一章 引言

暗物质是上个世纪遗留下来的重要物理谜题。在矮星系、星系、星系团、大尺度结构乃至可观测宇宙尺度上，均有确切的暗物质存在证据。观测表明，宇宙中的暗物质含量占全部物质的  $5/6$  以上。然而，这些证据都是从引力效应推断出来的，暗物质的粒子本质尚不明确。当前实验和理论的主要问题，是了解暗物质除引力之外的微观相互作用性质。

粒子物理标准模型 [1–3] 在描述基本粒子相互作用方面非常成功。但是，模型中没有合适的暗物质候选粒子。另一方面，为了解决标准模型的一些问题，人们提出了许多超出标准模型的新物理模型，如超对称模型和额外维模型等，这些模型常常含有暗物质粒子候选者。因此，暗物质研究是了解新物理模型的一个入口。

暗物质研究属于天体物理、宇宙学和粒子物理这三个物理学分支的交叉领域。因此，为了探索暗物质的性质，我们需要充分利用各个分支学科自身的特点和优势，以一个综合全面的角度来审视研究问题。实验上有 3 种暗物质探测途径。第一种途径称为直接探测，在实验中寻找暗物质粒子与靶原子核的散射信号；第二种途径称为间接探测，从来自太空的伽马射线、宇宙线和中微子中搜索暗物质湮灭产物或衰变产物引起的信号；第三种途径称为对撞机探测，搜寻在高能粒子对撞中产生的暗物质粒子信号。前两种途径的灵敏度除了依赖于暗物质相互作用性质之外，还依赖于暗物质在地球邻域或天体中的丰度和运动速度。第三种途径要在实验中产生出暗物质粒子，因而灵敏度主要依赖于暗物质与标准模型粒子的耦合。

新世纪以来，新一代高精度实验的运行大大地推进了暗物质研究进程。WMAP 和 Planck 等实验非常精确地测量了宇宙中各个组分的丰度，标志着宇宙学进入精确测量阶段。暗物质间接探测实验发展迅速，Fermi-LAT 等伽马射线观测实验，PAMELA 和 AMS-02 等宇宙线测量实验，以及 IceCube 和 Super-K 等中微子实验，对暗物质湮灭和衰变过程给出了较强的限制，而且也发现了一些疑似信号迹象。此外，各种类型的直接探测实验在世界各地相继搭建起来，包括 DAMA, XENON, LUX, CDMS 和 CoGeNT 等，灵敏度在十年间提高了好几个量级，我国实验 CDEX 和 PandaX 也已进入取数阶段。

从 2009 年开始运行的 LHC 是目前人类建造出来的能量最高的对撞机, 在未来十几年中将以  $13 - 14 \text{ TeV}$  的对撞能量进行实验. 它的第一阶段实验在  $7 \text{ TeV}$  处采集了  $\sim 5 \text{ fb}^{-1}$  的数据, 在  $8 \text{ TeV}$  处采集了  $\sim 20 \text{ fb}^{-1}$  的数据. 实验组利用这些数据发现了 Higgs 粒子, 却未见任何确实的新物理迹象. 人们对它的下一阶段实验寄予厚望.

另一方面, 下一代对撞机正处在规划进程中, 其中包括我国主导的对撞机计划 CEPC/SppC. 在计划的第一阶段, 正负电子对撞机 CEPC 将作为 Higgs 工厂, 精确测量 Higgs 粒子的性质. 在第二阶段, 可以把它升级为  $50 - 70 \text{ TeV}$  能量的强子对撞机 SppC, 直接搜寻新物理粒子. 本论文的一些章节是对 CEPC/SppC 暗物质搜寻灵敏度的初步研究.

本论文主要内容是对撞机上的暗物质唯象学, 讨论当前对撞机对暗物质性质的限制, 以及未来对撞机探测暗物质的能力. 不过, 我们并不会把研究局限在对撞机上, 也会考虑新近的直接和间接探测实验结果, 比较它们与对撞机探测的排除限和灵敏度, 综合各方面的信息来探索暗物质的性质. 此外, 我们也关注一些暗物质疑似信号, 研究对撞机对这些信号的检验能力.

与中微子一样, 对撞机上的探测器不能直接地探测暗物质粒子. 不过, 如果有其它粒子与暗物质粒子伴随产生, 重建这些粒子之后, 就会发现它们的总动量不守恒, 因为暗物质粒子带走了一部分动量. 因此, 暗物质产生过程会引起丢失动量较大的事例, 即“丢失能量”信号. 由于中微子也会导致类似的情况, 对撞机搜寻暗物质的主要背景是一些末态含有中微子的标准模型过程. 根据伴随暗物质粒子一起产生的粒子的种类, 我们可以对暗物质搜寻道进行分类, 如 monojet, monophoton 和 mono- $Z$  搜寻道等.

在描述暗物质相互作用的新物理模型中, 除暗物质粒子外往往也包含许多新的重粒子. 它们在对撞机上产生之后, 会衰变到暗物质粒子和标准模型粒子, 衰变链还有可能包括多次级联衰变. 所以, 这些过程引起的信号常常会比较复杂. 我们可能需要根据信号特征构造特殊的运动学变量, 采取特定的事例筛选条件, 才能将这些信号从庞大的背景中抽取出来. 在研究中, 我们对信号和背景都进行了仔细的蒙特卡洛模拟, 以求得到较为精确的结果.

为了使唯象学研究具有一般性, 我们没有考虑太过复杂的暗物质理论模型, 而采用了两种相对简单的理论框架. 在第一种理论框架中, 我们用高量纲不可重整的有效算符来描述暗物质与标准模型粒子的相互作用, 假设理论中除暗物

质粒子外的新粒子都比较重, 效应由截断能标代替. 此框架的适用范围有限, 当传递相互作用的中介粒子比较轻时, 有效算符就失效了. 因此, 我们也考虑一些简化模型作为第二种理论框架, 这些模型除暗物质粒子外还包含少量其它新粒子, 而相互作用项是低量纲可重整的. 在这两类框架内, 我们都可以很方便地联系对撞机暗物质搜寻、直接探测和间接探测实验的排除限和灵敏度.

本论文结构安排如下. 第二章是暗物质概述. 首先, 我将介绍暗物质的观测证据、基本性质和宇宙学遗留密度计算方法, 接着列举一些主流模型中的暗物质候选粒子, 然后说明直接探测和间接探测原理及新近实验结果, 并在有效算符框架下比较这些实验的灵敏度. 第三章是对撞机物理概述. 我会介绍表征对撞机性能的参数, 以及对撞机上相互作用过程和截面的基本概念. 简述探测器结构之后, 我将描述如何辨别各类粒子和重建喷注. 利用重建出来的粒子, 可以构造各类运动学变量, 我会描述一些常用变量. 由于下面的工作涉及蒙特卡洛模拟, 我将说明模拟原理并介绍一些实用的高能物理模拟工具.

第四章和第五章叙述主要研究工作的具体内容. 在第四章中, 我们研究未来正负电子对撞机搜寻暗物质的灵敏度, 用有效算符来描述暗物质相互作用, 分别讨论 monophoton 和 mono- $Z$  搜寻道的情况, 并考查束流极化对提高信号显著性的作用. 其中, monophoton 搜寻道可用来检验 Fermi-LAT 数据中的银心线谱疑似信号. 第五章介绍我们在强子对撞机上的三个暗物质研究工作. 第一个工作讨论超对称模型中暗物质共湮灭图像对 LHC 搜寻标量顶夸克的影响. 第二个工作用一类  $\tau$  portal 暗物质简化模型来解释 Fermi-LAT 数据中的银心 GeV 连续谱疑似超出信号, 并讨论 LHC 对这类模型的检验能力. 第三个工作研究未来  $pp$  对撞机在 monojet 搜寻道中对  $Z'$  portal 暗物质简化模型的探索能力. 第六章给出本论文的总结.



## 第二章 暗物质

暗物质 (Dark Matter, DM) 在宇宙中广泛存在, 而且是物质的主要成分. 然而, 对暗物质的认识基本上都是通过观测引力效应得到的, 至今仍未真正了解暗物质的粒子本质. 在理论上, 有许多对暗物质粒子的推测. 过去十几年来, 暗物质探测实验发展迅速, 灵敏度逐年提高, 能够检验各种理论猜想, 掀起了一阵暗物质研究热潮.

本章为暗物质概述. 与暗物质相关的综述参见文献 [4–6]. 2.1 节列出暗物质的观测证据并说明从中推断出来的暗物质基本性质; 2.2 节从宇宙学角度推导暗物质遗留密度计算公式; 2.3 节表述主流的暗物质候选粒子; 2.4 节介绍暗物质直接和间接探测实验的原理和结果.

### 2.1 暗物质观测证据和基本性质

1933 年, F. Zwicky 根据后发座星系团中星系运动速度观测数据, 通过位力定理计算了这个星系团的引力质量, 发现结果比从星系光度推断出来的质量要大 400 倍以上 [7]. 因此, 他认为星系团中存在许多不发光的物质, 被他称为“暗物质 (*Dunkle Materie*)”.

1970 年代, V. Rubin 与合作者精确地测量了多个旋涡星系的旋转曲线 [8, 9], 比较确切地证实了暗物质的存在. 图 2.1 画出旋涡星系 M33 的旋转曲线 [10], 数据点来自中性氢 21 cm 谱线观测. 可以看到, 如果不加入暗物质晕 (Halo) 的贡献, 星系中恒星和气体所提供的引力不足以形成观测到的旋转曲线, 而且暗物质贡献在半径  $R \gtrsim 3$  kpc 的地方占主导地位.

上述两类暗物质存在证据是结合引力定律推断出来的. 如果修改星系和星系团尺度上的牛顿引力定律, 就有可能在不引入暗物质的情况下解释观测结果. 这样的理论被称为修正牛顿力学 (Modified Newtonian Dynamics, MOND) [11–13]. 然而, MOND 理论与以下观测结果不符.

图 2.2 是对 Bullet 星系团 (1E 0657-558) 的观测结果 [14]. 这个星系团实际上包含两个发生碰撞的星系团, 它们的主体部分已经相互穿过彼此. 左边的彩色图象来自光学观测, 清晰地呈示出星系团中的星系分布. 等值线表示通过弱

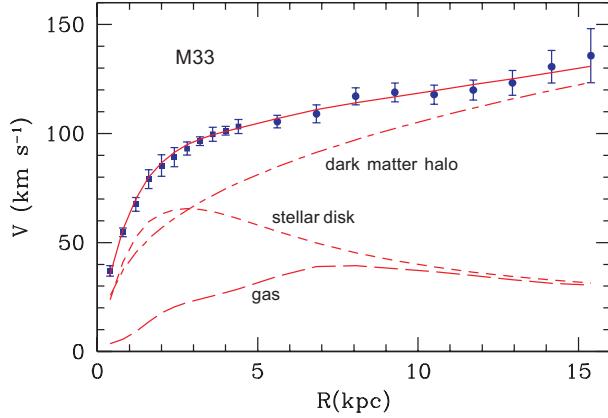


图 2.1: 旋涡星系 M33 的旋转曲线 [10].

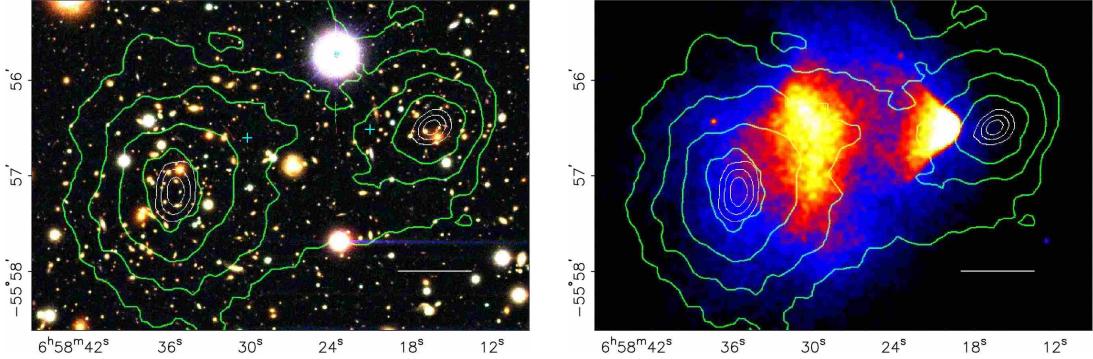


图 2.2: Bullet 星系团的光学图像 (左图彩色)、X 射线图像 (右图彩色) 和弱引力透镜重建图像 (等值线) [14].

引力透镜重建出来的引力质量分布, 基本上与星系分布重合. 右边的彩色图像来自 X 射线观测, 示踪了气体物质, 气体分布明显落后于星系分布. 这是因为碰撞之后, 粘滞作用使气体速度变慢. 气体是星系团发光物质的主要成分, 质量比星系中的恒星要大. 可见, 发光物质的质量重心与引力质量重心并不重合, 有  $8\sigma$  显著性的空间偏差, 这一结果不能通过 MOND 理论解释. 而暗物质与星系恒星一样不受粘滞作用影响, 质量分布会与星系一致, 因此, 这个观测结果也说明暗物质占星团质量的绝大部分.

星系中有许多几乎不发光且质量较大的天体, 如褐矮星、木星大小的巨行星、恒星级黑洞遗迹、白矮星和中子星等, 统称为大质量致密晕天体 (Massive Compact Halo Object, MACHO), 是重子暗物质的主要候选者. 它们是否就是暗物质的主要成分呢? EROS-2 合作组通过监测银河系的卫星星系大小麦哲伦

云中七百万颗亮星, 寻找由银河系中 MACHO 引起的微引力透镜事例. 结果表明, MACHO 在银河系暗物质晕中所占比例小于 8% (95% 置信度) [15]. 因此, 银河系中暗物质主要成分应该不是重子暗物质, 而是非重子暗物质.

以上是暗物质的一些天体物理观测证据, 下面讨论暗物质的宇宙学证据. 一般认为, 暗物质是在宇宙早期生成的. 根据宇宙大爆炸理论, 在早期宇宙中, 各种粒子组分通过彼此间的相互作用维持局域热平衡, 这些组分具有相同的温度. 随着宇宙温度下降、宇宙尺度膨胀, 一些相互作用较弱的组分相继脱离热平衡 (退耦), 丰度固定下来. 暗物质很可能也经历了这样一个热平衡产生和退耦的过程, 退耦之后留存到当今.

利用广义相对论, 结合粒子物理和核物理知识, 可以推测宇宙的演化过程. 在宇宙温度高于  $\mathcal{O}(\text{GeV})$  时, 宇宙中存在各种基本粒子, 相互湮灭又再度产生, 形成热平衡状态的等离子体. 温度降到  $\mathcal{O}(\text{GeV})$  以下时, 发生夸克—强子相变, 夸克不再自由, 被禁闭在强子中. 宇宙年龄约为 1 秒至 3 分钟时, 温度降到  $\mathcal{O}(\text{MeV})$  以下, 大爆炸核合成 (Big Bang Nucleosynthesis, BBN) 发生, 质子和中子被合成氘、氚、 $^3\text{He}$ 、 $^4\text{He}$ 、 $^7\text{Li}$  和  $^7\text{Be}$  等轻元素. 宇宙年龄约为 30 万年时, 光子退耦, 遗迹成为当今观测到的宇宙微波背景 (Cosmic Microwave Background, CMB). 尔后, 原子在宇宙中形成, 接着第一代恒星诞生. 宇宙年龄约为 10 亿年时, 星系和星系团开始形成.

在上述演化图像中, 非重子暗物质与宇宙中的结构形成过程密切相关 [4, 16]. 由于早期宇宙中的微小原初扰动和自引力不稳定性, 退耦后物质开始结团, 吸引周围物质, 进而增长形成结构. 然而, 重子物质退耦时间太晚, 单靠重子物质来形成结构的话, 星系尺度的结构到当今还形成不了. 因此, 需要退耦更早的非重子暗物质来形成结构. 非重子暗物质可以分为三类, 热暗物质、温暗物质和冷暗物质. 在星系开始形成的时期, 暗物质候选粒子如果是相对论性的, 就称为热暗物质; 如果是非相对论性的, 就称为冷暗物质; 如果介于中间, 就称为温暗物质. 热暗物质倾向于先形成大结构, 再碎裂成小结构; 而冷暗物质相反, 先形成小结构, 再并合成大结构. 观测表明, 许多星系的年龄都大于星系团的年龄, 支持暗物质主体是冷暗物质的观点.

在冷暗物质参与的结构形成图像中, 冷暗物质先结团形成结构, 重子物质退耦后被吸引到引力势阱中, 逐步形成恒星、矮星系、星系和星系团. 实际上, 星系中心和星系团中心也确实是暗物质密集的地方. 旋涡星系通常具有一个扁平

的恒星盘, 位于巨大的球状暗物质晕之中.

从  $N$  体模拟的结果来看, 大型暗物质晕里面会存在许多子结构. 银河系周围有一些矮星系, 是它的卫星星系. 目前观测到约二十个这样的矮星系, 它们主要由暗物质构成, 重子物质含量非常少, 被认为是银河系暗物质晕的子结构. 然而,  $N$  体模拟结果预言, 银河系应有几百个可观测的卫星矮星系 [17]. 这与观测结果矛盾. 如果暗物质有一部分是温暗物质, 这个问题就可以很好地得到解决, 因为温暗物质可以在一定程度上抹除一些刚形成的结构, 减少暗物质晕子结构数量. 不过, 许多天文学家认为这个问题是星系形成时期的一些天文学过程造成的, 没有必要引入温暗物质.

根据以上事实和暗能量的发现 [18, 19], 标准宇宙学模型被建立起来. 这个模型被称为  $\Lambda$ CDM 模型, 它假设非重子暗物质全是冷暗物质, 而暗能量由宇宙学常数  $\Lambda$  描述. Planck 卫星观测 CMB, 给出了  $\Lambda$ CDM 模型中各组分当前含量 [20]:

$$\text{重子物质: } \Omega_b h^2 = 0.02226 \pm 0.00023, \quad (2.1)$$

$$\text{冷暗物质: } \Omega_c h^2 = 0.1186 \pm 0.0020, \quad (2.2)$$

$$\text{暗能量: } \Omega_\Lambda = 0.692 \pm 0.012, \quad (2.3)$$

其中无量纲化的哈勃常数  $h = 0.6781 \pm 0.0092$ . 可见, 在当今宇宙各种组分中, 重子物质占 4.8%, 冷暗物质占 25.8%, 暗能量占 69.3%. 在全部物质中, 非重子暗物质占 84.2%. 另一方面, 根据 BBN 理论和轻元素原初丰度观测值推断出来的重子物质含量与 CMB 观测值一致 [21], 在一定程度上说明宇宙学理论是自洽的, 因而也间接表明宇宙中物质的主要成分是非重子暗物质.

一般来说, 暗物质和组成它的粒子具有如下基本性质.

- **暗物质粒子是电中性的.** 不发光是暗物质的定义, 也是主要观测结论, 因此暗物质粒子不应该带有电荷. 不过, 暗物质仍然可能与光子发生相互作用, 只要这种相互作用足够弱, 不能被已有实验探测到. 比如, 暗物质粒子可以通过高阶圈图与光子耦合, 未来更高精度实验有可能发现这种耦合.
- **暗物质粒子不带 QCD 颜色.** 否则, 强相互作用会使它们很容易被发现. 而且, 带颜色的暗物质粒子可能会被禁闭在原子核中, 违反核物理实验事实.

- **暗物质粒子是稳定的或长寿命的.** 由于暗物质从宇宙早期留存到当今, 暗物质粒子寿命至少应是宇宙年龄尺度的.
- **暗物质是物质的主要成分, 而非重子暗物质是暗物质的主要成分.** 在下述章节中, “暗物质”一词一般指代非重子冷暗物质.

表 2.1: 暗物质密度分布模型.

模型	分布形式
Cored Isothermal [22]	$\rho(r) = \frac{\rho_s}{1 + (r/r_s)^2}$
Burkert [23]	$\rho(r) = \frac{\rho_s}{(1 + r/r_s)[1 + (r/r_s)^2]}$
Navarro, Frenk & White (NFW) [24]	$\rho(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)(1 + r/r_s)^2}$
Moore [25]	$\rho(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)^{1.5}[1 + (r/r_s)^{1.5}]}$
Einasto [26]	$\rho(r) = \rho_s \exp\left\{-\frac{2}{\alpha} \left[\left(\frac{r}{r_s}\right)^\alpha - 1\right]\right\}$

在矮星系、星系和星系团尺度上, 暗物质一般呈球晕状分布. 为了拟合星系旋转曲线和数据模拟结果, 许多暗物质密度分布模型被构造出来, 常用的密度分布如表 2.1 所示. 这些分布模型在半径比较大的地方行为相似 ( $\rho \sim r^{-3}$ ), 在中心处则差别较大, 而观测上也不容易确定中心附近的分布情况. 一般认为, 银河系中冷暗物质粒子 ( $\chi$ ) 服从麦克斯韦—玻尔兹曼速度分布

$$f(v) = \left(\frac{m_\chi}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_\chi v^2}{2k_B T}\right). \quad (2.4)$$

在地球附近, 银河参考系中暗物质粒子速度弥散为 [4]

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle_\oplus} \simeq 270 \text{ km/s}, \quad (2.5)$$

暗物质的质量密度为 [27, 28]

$$\rho_{\oplus} \simeq 0.4 \text{ GeV cm}^{-3}. \quad (2.6)$$

## 2.2 暗物质的宇宙学遗留密度

为了计算暗物质在当今宇宙中的遗留密度 (Relic Density), 需要仔细考虑暗物质退耦过程. 在早期宇宙中, 某种组分的退耦由相互作用率  $\Gamma(T)$  和哈勃膨胀率  $H(T) \equiv \dot{a}/a$  ( $a$  是宇宙尺度因子) 随温度  $T$  的变化决定. 当  $\Gamma > H$  时, 热平衡状态可以维持, 每共动体积 (Comoving Volume) 内的实际丰度等于平衡状态的丰度; 当  $\Gamma < H$  时, 此组分脱离热平衡, 独自演化, 每共动体积内的实际丰度冻结 (Freeze Out) 成退耦时的平衡态丰度, 几乎不再改变.

准确描述这个过程 [29, 30], 要用到玻尔兹曼方程

$$\hat{\mathbf{L}}[f] = \mathbf{C}[f], \quad (2.7)$$

其中  $\mathbf{C}$  是碰撞算符,  $\hat{\mathbf{L}}$  是刘维尔算符,  $f = f(p^\mu, x^\mu)$  是粒子的相空间分布函数. 对于费米—狄拉克分布,  $f(\mathbf{p}) = \{\exp[(E - \mu)/T] + 1\}^{-1}$ ; 对于玻色—爱因斯坦分布,  $f(\mathbf{p}) = \{\exp[(E - \mu)/T] - 1\}^{-1}$ . 在 Friedmann-Robertson-Walker (FRW) 度规中, 刘维尔算符的具体形式是

$$\hat{\mathbf{L}}[f(E, t)] = E \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\dot{a}}{a} |\mathbf{p}|^2 \frac{\partial f}{\partial E}. \quad (2.8)$$

粒子数密度  $n$  可用相空间分布函数  $f$  表达成

$$n(t) = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{p} f(E, t), \quad (2.9)$$

其中  $g$  为粒子内部自由度. 对玻尔兹曼方程进行动量空间积分, 可以得到用数密度  $n$  表达的形式

$$\dot{n} + 3Hn = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{p} \frac{\mathbf{C}[f]}{E}. \quad (2.10)$$

左边第 2 项考虑了宇宙膨胀. 若碰撞项为零, 由上式将得出  $n \propto a^{-3}$ , 这是宇宙膨胀的直接结果.

考虑一对暗物质粒子  $\chi$  和  $\bar{\chi}$  湮灭到一对正反粒子  $l$  和  $\bar{l}$  的过程及其逆过程 (其它过程也可类似地讨论)

$$\chi\bar{\chi} \longleftrightarrow l\bar{l}. \quad (2.11)$$

对于  $\chi$ , 相应碰撞项为

$$\begin{aligned} \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3 p_\chi \frac{C[f]}{E_\chi} = & - \int d\Pi_\chi d\Pi_{\bar{\chi}} d\Pi_l d\Pi_{\bar{l}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_\chi + p_{\bar{\chi}} - p_l - p_{\bar{l}}) \\ & \times [ |\mathcal{M}|_{\chi\bar{\chi} \rightarrow l\bar{l}}^2 f_\chi f_{\bar{\chi}} (1 \pm f_l) (1 \pm f_{\bar{l}}) \\ & - |\mathcal{M}|_{l\bar{l} \rightarrow \chi\bar{\chi}}^2 f_l f_{\bar{l}} (1 \pm f_\chi) (1 \pm f_{\bar{\chi}}) ], \end{aligned} \quad (2.12)$$

其中,  $\mathcal{M}$  是不变散射振幅, 4 维  $\delta$  函数保证能动量守恒. 右边第 1 项计及暗物质湮灭导致的粒子数减少, 第 2 项表示从逆反应中增加暗物质粒子. 当  $i$  粒子为玻色子时,  $1 \pm f_i$  因子中的符号取正号 (玻色凝聚性), 当  $i$  粒子为费米子时则取负号 (费米简并性). 相空间积分元

$$d\Pi_i \equiv \frac{g_i}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p}{2E}. \quad (2.13)$$

假设湮灭过程具有  $T$  不变性, 则

$$|\mathcal{M}|_{\chi\bar{\chi} \rightarrow l\bar{l}}^2 = |\mathcal{M}|_{l\bar{l} \rightarrow \chi\bar{\chi}}^2 \equiv |\mathcal{M}|^2. \quad (2.14)$$

当  $T \ll (E - \mu)$  时, 用麦克斯韦—玻尔兹曼统计来近似费米—狄拉克统计和玻色—爱因斯坦统计, 则

$$f_i(E_i) = \exp\left(-\frac{E_i - \mu_i}{T}\right), \quad (2.15)$$

而  $1 \pm f \simeq 1$ . 这样可以简化 (2.12) 式, 将它代入方程 (2.10), 得到玻尔兹曼方程的常用形式

$$\dot{n}_\chi + 3Hn_\chi = - \int d\Pi_\chi d\Pi_{\bar{\chi}} d\Pi_l d\Pi_{\bar{l}} (2\pi)^4 \delta^4(p_\chi + p_{\bar{\chi}} - p_l - p_{\bar{l}}) |\mathcal{M}|^2 (f_\chi f_{\bar{\chi}} - f_l f_{\bar{l}}). \quad (2.16)$$

现在考虑暗物质粒子脱离热平衡的过程. 假设  $l$  和  $\bar{l}$  还通过额外更强的

相互作用与处于热平衡中的其它粒子反应, 从而, 在暗物质退耦过程中始终保持热平衡状态. 再假设它们具有零化学势,  $\mu_l = \mu_{\bar{l}} = 0$ , 则  $f_l = \exp(-E_l/T)$ ,  $f_{\bar{l}} = \exp(-E_{\bar{l}}/T)$ . 由能量守恒关系  $E_\chi + E_{\bar{\chi}} = E_l + E_{\bar{l}}$  可得

$$f_l f_{\bar{l}} = \exp\left(-\frac{E_l + E_{\bar{l}}}{T}\right) = \exp\left(-\frac{E_\chi + E_{\bar{\chi}}}{T}\right) = f_\chi^{\text{EQ}} f_{\bar{\chi}}^{\text{EQ}}, \quad (2.17)$$

其中  $f_\chi^{\text{EQ}} \equiv \exp(-E_\chi/T)$  和  $f_{\bar{\chi}}^{\text{EQ}} \equiv \exp(-E_{\bar{\chi}}/T)$  是暗物质粒子处于热平衡和化学平衡时的分布. 于是,

$$f_\chi f_{\bar{\chi}} - f_l f_{\bar{l}} = f_\chi f_{\bar{\chi}} - f_\chi^{\text{EQ}} f_{\bar{\chi}}^{\text{EQ}} = [e^{(\mu_\chi + \mu_{\bar{\chi}})/T} - 1] f_\chi^{\text{EQ}} f_{\bar{\chi}}^{\text{EQ}}. \quad (2.18)$$

数密度满足  $n_\chi n_{\bar{\chi}} = e^{(\mu_\chi + \mu_{\bar{\chi}})/T} n_\chi^{\text{EQ}} n_{\bar{\chi}}^{\text{EQ}}$ , 其中热平衡数密度

$$n_\chi^{\text{EQ}} = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{p} f_\chi^{\text{EQ}}, \quad n_{\bar{\chi}}^{\text{EQ}} = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3 \mathbf{p} f_{\bar{\chi}}^{\text{EQ}}. \quad (2.19)$$

在正反粒子对称的情况下,  $n_\chi = n_{\bar{\chi}}$ , 可以把玻尔兹曼方程 (2.16) 表达成更加简便的形式

$$\dot{n}_\chi + 3Hn_\chi = -\langle \sigma_{\chi\bar{\chi} \rightarrow l\bar{l}} v \rangle \left[ n_\chi^2 - (n_\chi^{\text{EQ}})^2 \right], \quad (2.20)$$

其中, 湮灭截面  $\sigma$  与相对速度  $v$  乘积的热平均值

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{\chi\bar{\chi} \rightarrow l\bar{l}} v \rangle &\equiv (n_\chi^{\text{EQ}})^{-2} \int d\Pi_\chi d\Pi_{\bar{\chi}} d\Pi_l d\Pi_{\bar{l}} (2\pi)^4 \delta^4(p_\chi + p_{\bar{\chi}} - p_l - p_{\bar{l}}) \\ &\quad \times |\mathcal{M}|^2 \exp\left(-\frac{E_\chi + E_{\bar{\chi}}}{T}\right). \end{aligned} \quad (2.21)$$

$\langle \sigma_{\chi\bar{\chi} \rightarrow l\bar{l}} v \rangle$  是表征暗物质粒子性质的量, 依赖于描述暗物质的粒子物理模型, 在下文叙述中, 经常将它简称为湮灭截面.

实际应用时, 要考虑所有暗物质湮灭道, 使用总湮灭截面  $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle$ . 玻尔兹曼方程为

$$\dot{n}_\chi + 3Hn_\chi = -\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle \left[ n_\chi^2 - (n_\chi^{\text{EQ}})^2 \right]. \quad (2.22)$$

这个方程既可以描述正反粒子不同 (非自共轭) 的暗物质, 也可以描述正反粒子全同 (自共轭) 的暗物质. 对于自共轭暗物质, 湮灭导致的数密度减少率为

$\langle\sigma_{\text{ann}}v\rangle n_\chi^2/2$ . 但在每次湮灭中会减少两个粒子, 因此贡献到方程右边时要乘以 2, 而方程 (2.22) 依然成立. 对于非自共轭暗物质, 湮灭导致的数密度减少率为  $\langle\sigma_{\text{ann}}v\rangle n_\chi^2$ , 与方程右边一致. 不过, 应当留意总的暗物质粒子数密度是正反粒子贡献之和, 为  $2n_\chi$ .

下面求解玻尔兹曼方程. 即便没有相互作用, 数密度  $n_\chi \propto a^{-3}$ , 也会随宇宙膨胀而减少. 为了便于讨论, 定义  $Y_\chi \equiv n_\chi/s$ . 其中,  $s$  是宇宙的熵密度, 由相对论性粒子的贡献主导, 可近似为

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} T^3, \quad (2.23)$$

其中,

$$g_{*s} = \sum_{i \in \text{玻色子}} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{i \in \text{费米子}} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^3 \quad (2.24)$$

是贡献到熵密度的有效相对论性自由度. 由于局域热平衡维持着单位共动体积内的熵,  $s \propto a^{-3}$ . 因此, 可将  $Y_\chi$  视为单位共动体积内的粒子数.

同理可定义  $Y_\chi^{\text{EQ}} \equiv n_\chi^{\text{EQ}}/s$ . 从而, 方程 (2.22) 能够被重新表达为

$$\frac{dY_\chi}{dx} = -\frac{\langle\sigma_{\text{ann}}v\rangle s}{xH} \left[ Y_\chi^2 - (Y_\chi^{\text{EQ}})^2 \right], \quad (2.25)$$

其中  $x \equiv m_\chi/T$ ,  $m_\chi$  是暗物质粒子的质量. 这个方程没有出现正比于  $3H$  的项, 可见,  $Y_\chi$  不受宇宙膨胀的影响. 在非相对论极限下, 麦克斯韦—玻尔兹曼分布给出的暗物质粒子数密度为

$$n_\chi^{\text{EQ}} = g_\chi \left( \frac{m_\chi T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-m_\chi/T} = \frac{g_\chi T^{3/2} e^{-x}}{(2\pi)^{3/2}}, \quad (2.26)$$

其中  $g_\chi$  为暗物质粒子的内部自由度. 故

$$Y_\chi^{\text{EQ}} = \frac{n_\chi^{\text{EQ}}}{s} = \frac{45}{4\sqrt{2}\pi^{7/2}} \frac{g_\chi}{g_{*s}} x^{3/2} e^{-x}. \quad (2.27)$$

在辐射主导时期, 宇宙的能量密度为

$$\rho = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4, \quad (2.28)$$

其中,

$$g_* = \sum_{i \in \text{玻色子}} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{i \in \text{费米子}} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^4 \quad (2.29)$$

是贡献到能量密度的有效相对论性自由度. 从而, 哈勃率为

$$H = \sqrt{\frac{8\pi G_N \rho}{3}} = \sqrt{\frac{4\pi^3 g_*}{45}} \frac{m_\chi^2}{x^2 M_{\text{Pl}}}, \quad (2.30)$$

其中牛顿引力常数  $G_N = M_{\text{Pl}}^{-2}$ ,  $M_{\text{Pl}}$  为普朗克质量. 对  $\sigma_{\text{ann}} v$  进行非相对论展开, 有  $\sigma_{\text{ann}} v = a + b v^2 + \mathcal{O}(v^4)$ , 其中第 1 项为  $s$  波湮灭贡献, 第 2 项为  $p$  波湮灭贡献. 于是,

$$\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle = a + 6bx^{-1} + \mathcal{O}(x^{-2}). \quad (2.31)$$

定义  $\Delta \equiv Y_\chi - Y_\chi^{\text{EQ}}$ , 只保留  $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle$  头两项, 方程 (2.25) 可化为 [5, 29]

$$\frac{d\Delta}{dx} = -\frac{dY_\chi^{\text{EQ}}}{dx} - \lambda(x)\Delta(\Delta + 2Y_\chi^{\text{EQ}}), \quad (2.32)$$

其中,

$$\lambda(x) = \sqrt{\frac{\pi}{45}} \frac{g_{*s}}{\sqrt{g_*}} m_\chi M_{\text{Pl}} \frac{(a + 6bx^{-1})}{x^2}. \quad (2.33)$$

冻结之后,  $Y_\chi$  不再改变, 而  $Y_\chi^{\text{EQ}}$  的值一直减小. 可以预期, 后来  $\Delta \simeq Y_\chi \gg Y_\chi^{\text{EQ}}$ , 且  $d\Delta/dx \gg dY_\chi^{\text{EQ}}/dx$ . 因此方程 (2.32) 可以很好地近似为  $\Delta^{-2} d\Delta = -\lambda(x) dx$ . 将  $x$  从冻结温度  $T_f$  对应的值  $x_f = m_\chi/T_f$  积分到  $x \rightarrow \infty$ , 可得

$$-\frac{1}{\Delta(x \rightarrow \infty)} + \frac{1}{\Delta(x_f)} = -\sqrt{\frac{\pi}{45}} \frac{g_{*s}}{\sqrt{g_*}} m_\chi M_{\text{Pl}} \frac{a + 3bx_f^{-1}}{x_f}. \quad (2.34)$$

由于  $\Delta(x \rightarrow \infty) \gg \Delta(x_f)$ , 有

$$Y_\chi(x \rightarrow \infty) \simeq \Delta(x \rightarrow \infty) \simeq \sqrt{\frac{45}{\pi}} \frac{\sqrt{g_*(T_f)}}{g_{*s}(T_f)} \frac{x_f}{m_\chi M_{\text{Pl}}(a + 3bx_f^{-1})}. \quad (2.35)$$

在当今宇宙中, 贡献到熵密度的成分只有 CMB 和中微子背景. CMB 光子的温度测量值为  $T_0 = 2.725 \pm 0.002$  K [31]. 假设中微子背景由 3 代 Majorana 中微子组成, 则其温度与光子温度的关系为  $T_{\nu 0}^3/T_0^3 = 4/11$ . 于是,  $g_{*s}(T_0) = 43/11 \simeq 3.91$ . 当今宇宙熵密度为

$$s_0 = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s}(T_0) T_0^3 = 2.8897 \times 10^3 \text{ cm}^{-3} \left( \frac{T_0}{2.725 \text{ K}} \right)^3. \quad (2.36)$$

暗物质遗留丰度定义为  $\Omega_\chi = m_\chi n_\chi / \rho_c = m_\chi s_0 Y_\chi(x \rightarrow \infty) / \rho_c$ , 其中临界密度  $\rho_c = 3H_0^2/(8\pi G_N) = 8.098 h^2 \times 10^{-11}$  eV<sup>4</sup>. 从而, 可得

$$\Omega_\chi h^2 = 1.04 \times 10^9 \text{ GeV}^{-1} \left( \frac{T_0}{2.725 \text{ K}} \right)^3 \frac{\sqrt{g_{*s}(T_f)}}{g_{*s}(T_f)} \frac{x_f}{M_{\text{Pl}}(a + 3bx_f^{-1})}. \quad (2.37)$$

这是计算暗物质遗留密度的常用表达式, 其中  $x_f$  的估算方法在下面给出. 给定描述暗物质的粒子物理模型, 计算系数  $a$  和  $b$ , 代入上式, 得到的结果就可以与观测值 (2.2) 比较. 可以看到, 湮灭截面越大, 遗留到今天的暗物质丰度越低.

冻结参数  $x_f$  可由如下方程定义:

$$\Delta(x_f) = c Y_\chi^{\text{EQ}}(x_f), \quad (2.38)$$

其中,  $c$  是一个  $\sim \mathcal{O}(1)$  的数, 从下面的结果会看到, 它的具体取值影响不大, 通常可取为 1/2.

当  $1 < x < x_f$  时, 暗物质基本上还处于热平衡状态,  $\Delta \sim 0$ ,  $d\Delta/dx \sim 0$ , 则方程 (2.32) 近似为

$$\frac{dY_\chi^{\text{EQ}}}{dx} = -\lambda(x)\Delta(\Delta + 2Y_\chi^{\text{EQ}}), \quad \text{亦即 } \Delta = -\frac{dY_\chi^{\text{EQ}}/dx}{\lambda(x)(\Delta + 2Y_\chi^{\text{EQ}})}. \quad (2.39)$$

利用 (2.27) 式, 可得

$$\left. \frac{dY_\chi^{\text{EQ}}/dx}{Y_\chi^{\text{EQ}}} \right|_{x=x_f} = \frac{3}{2x_f} - 1 \simeq -1, \quad (2.40)$$

从而,

$$cY_\chi^{\text{EQ}}(x_f) = -\frac{dY_\chi^{\text{EQ}}/dx}{\lambda(x_f)(c+2)} \simeq \frac{1}{\lambda(x_f)(c+2)}. \quad (2.41)$$

将  $Y_\chi^{\text{EQ}}(x_f)$  和  $\lambda(x_f)$  的表达式代入, 得到

$$x_f = \ln \left[ c(c+2) \sqrt{\frac{45}{8}} \frac{g_\chi}{2\pi^3} \frac{m_\chi M_{\text{Pl}}(a + 6bx_f^{-1})}{\sqrt{x_f g_*(x_f)}} \right]. \quad (2.42)$$

求解这个方程就能得出  $x_f$  的值. 可以看到, 这个方程对参数  $c$  只是对数依赖的, 因而  $c$  的具体数值对  $x_f$  的解影响很小.

假设  $m_\chi = 100 \text{ GeV}$ , 求解玻尔兹曼方程得出的暗物质退耦过程如图 2.3 所示. 左纵轴为  $Y_\chi$ , 右纵轴为  $\Omega_\chi$ , 下横轴为宇宙温度, 上横轴为宇宙年龄. 实线对应于能得出遗留密度观测值的退耦过程. 如果湮灭截面提高或降低  $1/2/3$  个量级, 得出的丰度演化曲线就应该是黄/绿/蓝色区域的边界线. 若暗物质一直维持着热平衡状态, 丰度则如图中虚线所示.

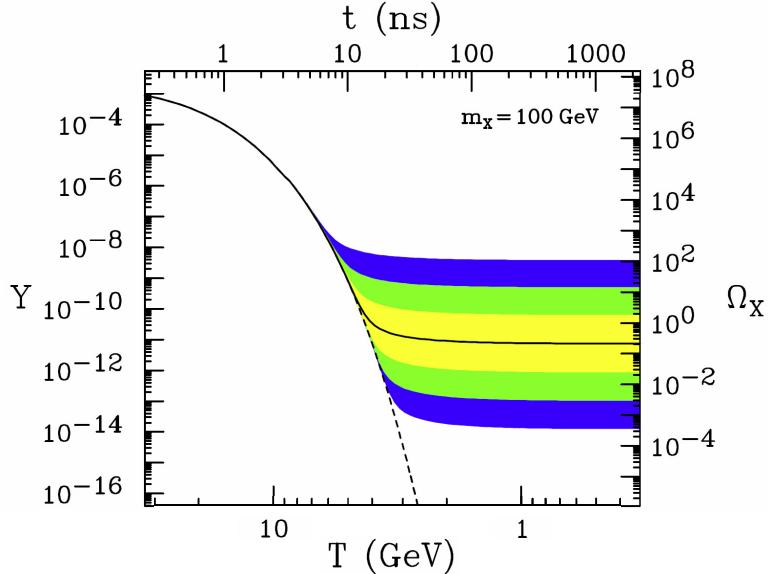


图 2.3: 暗物质退耦示意图 [6].

可以更为粗略地估计暗物质遗留密度. 当  $m_b < T < m_W$  时,  $g_{*s} \simeq g_* \simeq 92$ , 而  $x_f$  的一般取值为 20 至 30. 如果暗物质湮灭以  $s$  波为主, 则  $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle \simeq a$ . 于

是可得 [4]

$$\Omega_\chi h^2 \simeq \frac{3 \times 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}}{\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle}. \quad (2.43)$$

由于观测值  $\Omega_\chi h^2 \simeq 0.1$ , 预期

$$\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle \simeq 3 \times 10^{-26} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}. \quad (2.44)$$

这个数值被认为是暗物质退耦时期湮灭截面的标准值.

为了不违反散射矩阵幺正性, 对于给定的  $m_\chi$ , 暗物质湮灭截面具有一个上限, 结合遗留密度计算, 要求 [32]

$$\Omega_\chi h^2 \geq 1.7 \times 10^{-6} \sqrt{x_f} \left( \frac{m_\chi}{\text{TeV}} \right)^2. \quad (2.45)$$

这为暗物质粒子质量设置了上限:

$$m_\chi \lesssim 100 \text{ TeV}. \quad (2.46)$$

暗物质粒子质量  $m_\chi$  没有直接进入丰度表达式 (2.37), 但它是影响湮灭截面大小的主要质量标度. 假设暗物质湮灭过程由两个弱相互作用顶点构成, 耦合常数取为弱相互作用  $SU(2)$  耦合常数  $g \simeq 0.64$ , 对于  $m_\chi \sim \mathcal{O}(\text{TeV})$ , 由简单量纲分析估计 [6],

$$\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle \sim \frac{g^4}{16\pi^2 m_\chi^2} \sim \mathcal{O}(10^{-26}) \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}. \quad (2.47)$$

可见, 暗物质湮灭截面标准值 (2.44) 接近于弱相互作用过程的截面.

因此, 参与弱作用且质量在弱作用能标附近的粒子, 是非常好的暗物质粒子候选者. 这类粒子被称为弱相互作用大质量粒子 (Weakly Interacting Massive Particle, WIMP). 另一方面, WIMP 在各类扩充粒子物理标准模型 (Standard Model, SM) 的新物理模型中普遍存在, 而这些模型的提出动机与暗物质并不相关. 这看起来是一种巧合, 被称为 “WIMP miracle”.

## 2.3 暗物质候选粒子

2012 年 7 月, LHC 实验发现 Higgs 粒子 [33, 34]. 至此, 粒子物理标准模型预言的所有粒子都已经被发现了, 证明它在描述基本粒子相互作用方面非常成功. 标准模型中的中微子属于热暗物质, 但模型中并没有合适的冷暗物质候选粒子. 为了解决标准模型存在的几个问题, 许多超出标准模型 (Beyond the Standard Model, BSM) 的新物理模型被提出来. 在这些模型中, 经常包含暗物质粒子候选者, 常见的有下述几类粒子 [5, 6].

### 2.3.1 WIMP

在粒子物理标准模型中, 引入了 Brout–Englert–Higgs 机制来解决电弱规范玻色子和费米子的质量问题. 然而, Higgs 粒子的质量修正存在二次发散, 引起了规范等级问题 (Gauge Hierarchy Problem). 为了解决这个问题, 一般在电弱能标上对标准模型进行扩充, 建立新物理模型. 例如, 引入超对称性 (Supersymmetry, SUSY), 扩充成超对称模型; 引入额外维度 (Extra Dimensions), 扩充成额外维模型; 修改 Higgs 部分的场和规范相互作用, 扩充成 Little Higgs 模型.

这些模型由于要解决电弱能标的问题, 一般会包含一些电弱能标上的新粒子. 而且, 出于唯象学限制或模型构建上的考虑, 经常存在某种  $Z_2$  对称性, 如超对称模型的  $R$  宇称、额外维模型的 KK 宇称和 Little Higgs 模型的  $T$  宇称等, 使得标准模型粒子在此  $Z_2$  对称性下为偶, 新粒子则可能为奇. 这样, 最轻的奇粒子不能衰变成标准模型粒子, 是稳定的. 如果它不带电荷和色荷, 就能作为很好的暗物质候选粒子. 这类粒子通常属于 WIMP.

一般来说, WIMP 与  $W$  和  $Z$  玻色子耦合, 但在树图阶上不与光子或胶子相互作用, 质量在  $\mathcal{O}(10 \text{ GeV})$  至  $\mathcal{O}(\text{TeV})$  之间, 属于冷暗物质. 如前所述, 通过宇宙早期的热平衡产生和退耦过程, WIMP 能够很自然地给出暗物质遗留密度观测值. 而且, 目前许多暗物质直接和间接探测实验专门为搜寻 WIMP 而设计, LHC 实验也处于探测 WIMP 的能区. 在 WIMP 模型中, 研究得比较多的是超对称模型 [35, 36] 和额外维模型 [37, 38].

在超对称模型中, 超对称性使得每个标准模型粒子都伴随有一个超对称伴子. 两者的量子数一致, 质量在超对称性严格成立的情况下也一致. 不过, 为了不与实验观测矛盾, 必须要求超对称性存在软破缺, 软破缺项抬高了超对称

伴子质量. 费米子的伴子为玻色子, 玻色子的伴子为费米子. 为了不违反质子衰变实验结果和味物理限制, 通常要求模型具有  $R$  宇称守恒.  $R$  宇称定义为  $R = (-1)^{2(B-L)+2s}$ , 其中  $B$  和  $L$  分别为重子数和轻子数,  $s$  为自旋. 标准模型粒子  $R$  宇称为奇, 超对称伴子为偶.  $R$  宇称守恒保证一个奇  $R$  宇称粒子不能衰变成两个偶  $R$  宇称粒子, 使得最轻超对称粒子 (Lightest Supersymmetric Particle, LSP) 是稳定的. 因此, 中性的 LSP 是很好的暗物质候选粒子.

在超对称模型中, 不带电荷和色荷的超伴子如下.

- 中微子的超伴子, 即标量中微子  $\tilde{\nu}_i$ . 左手中微子对应的超伴子通过  $Z$  玻色子与夸克相互作用, 导致与原子核的散射截面比较大, 基本上已被暗物质直接探测实验排除. 不过, 如果存在右手中微子, 其超伴子还能够作为合适的暗物质候选粒子 [39].
- 引力子的超伴子 **gravitino**  $\tilde{G}$ , 自旋为  $3/2$ , 相互作用比 WIMP 弱很多, 属于 SuperWIMP, 在下文中介绍.
- **Neutralino**  $\tilde{\chi}_i^0$ , 是 Majorana 费米子, 正反粒子全同. 中性电弱规范场  $B$  和  $W^3$ 、Higgs 场中性分量  $H_u$  和  $H_d$  对应的超对称态分别为  $\tilde{B}$ ,  $\tilde{W}^3$ ,  $\tilde{H}_u$  和  $\tilde{H}_d$ . 在电弱破缺之后, 没有能够区分这些态的量子数, 因而它们会混合成 4 个质量本征态, 称为 neutralino, 记作  $\tilde{\chi}_i^0$ . 最轻的 neutralino  $\tilde{\chi}_1^0$  是著名的暗物质候选粒子.

$\tilde{\chi}_1^0$  湮灭到标准模型费米子的过程受到螺旋度压低 (Helicity Suppression), 截面偏小, 一般情况下给出的暗物质遗留密度偏大. 只有在一些特殊的参数空间中, 才能得到正确的遗留密度 [40]. 图 2.4 展示了某些参数固定后的超对称模型参数空间 [41]. 淡绿色带子表示能得到正确遗留密度的区域, 这些区域被标记为 4 个部分: ①区, 被称为 bulk 区域; ②区, 被称为 focus point 区域; ③区, 被称为 sfermion 共湮灭 (coannihilation) 区域; ④区, 被称为 Higgs funnel 区域. 浅粉红色区域是  $\mu$  子  $g - 2$  测量倾向的区域. 绿色区域被  $b \rightarrow s\gamma$  衰变实验结果排除. 粗虚线是 LEP 搜寻 chargino 给出的排除限. 粗点划线是 CDF 实验测量  $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$  分支比给出的排除限.

在 bulk 区域中,  $\tilde{\chi}_1^0$  的主要分量是 bino ( $\tilde{B}$ ), 主要通过交换  $t$  道 sfermion (通常为  $\tilde{e}_R$ ,  $\tilde{\mu}_R$  和  $\tilde{\tau}_1$ ) 湮灭到标准模型费米子. 当 sfermion 质量比较轻时, 才能

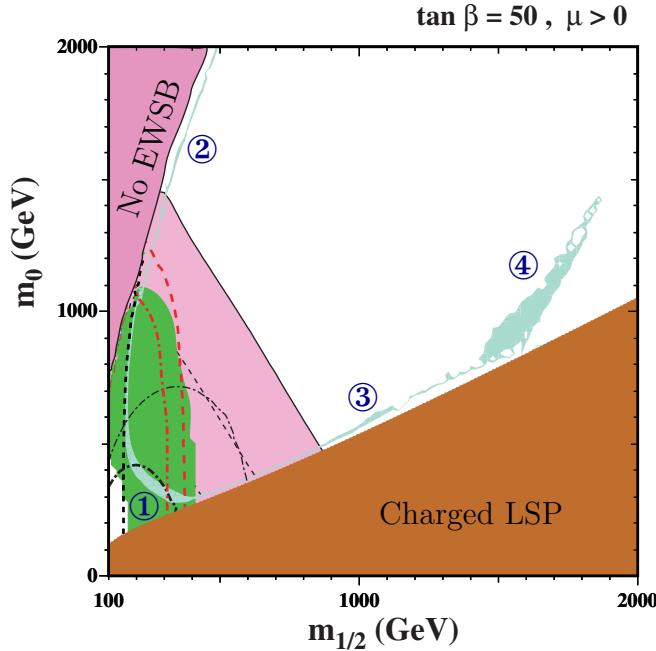


图 2.4: 满足暗物质遗留密度的 CMSSM 模型参数空间 (淡绿色) [41].

得到合适的湮灭截面. 因此, 很容易被已有实验结果排除. 在 focus point 区域中,  $\tilde{\chi}_1^0$  主要是 bino 与 higgsino ( $\tilde{H}$ ) 的混合态, 或 bino 与 wino ( $\tilde{W}^3$ ) 的混合态.  $\tilde{\chi}_1^0$  质量接近于  $\tilde{\chi}_1^\pm$  质量或  $\tilde{\chi}_2^0$  质量. 从而, 在退耦阶段,  $\tilde{\chi}_1^0$  会与  $\tilde{\chi}_1^\pm$  或  $\tilde{\chi}_2^0$  发生共湮灭, 提高有效湮灭截面. 在 sfermion 共湮灭区域,  $\tilde{\chi}_1^0$  质量接近于  $\tilde{\tau}_1$  质量或  $\tilde{t}_1$  质量, 通过与  $\tilde{\tau}_1$  或  $\tilde{t}_1$  共湮灭来得到正确的遗留密度. 在 Higgs funnel 区域中,  $\tilde{\chi}_1^0$  质量约为某种中性 Higgs 粒子 ( $A^0, h^0$  或  $H^0$ ) 质量的一半, 共振效应提高了湮灭截面.

接下来介绍额外维模型. 对空间额外维度的研究可以追溯到 T. Kaluza [42] 和 O. Klein [43] 在 1920 年代的工作, 因而额外维理论也被称作 Kaluza-Klein (KK) 理论. 发展到今天, KK 理论有许多变种和模型. 其中, 普遍额外维 (Universal Extra Dimensions, UED) 模型 [44] 假设标准模型中所有的场都会在一个或多个紧致额外维中传播.

在最简单的 UED 模型中, 只有 1 个尺度为  $R$  的额外维, 紧致化在一个圆圈上. 每一个标准模型粒子都有无限多个 KK 激发态, 树图阶质量为

$$m_n^2 = m_0^2 + \frac{n^2}{R^2}, \quad (2.48)$$

其中  $n$  称为 KK 数,  $m_0$  的零模 (mode) 粒子质量, 即标准模型粒子质量. 与超对称模型的新粒子不一样,  $n$  模粒子与对应的零模粒子自旋相同. 对于  $n \geq 1$ , 若  $R^{-1} \sim \mathcal{O}(\text{TeV})$ , 则 KK 数相同的所有粒子具有非常简并的树图阶质量. 额外维上的动量守恒保证了 KK 数守恒, 使得 KK 数不同的粒子不能相互作用. 不过, 在圈图阶上, 由于完整洛伦兹对称性的破坏和 orbifold 边界条件的应用, 质量简并和 KK 数守恒都被打破, 只剩下 KK 宇称守恒.

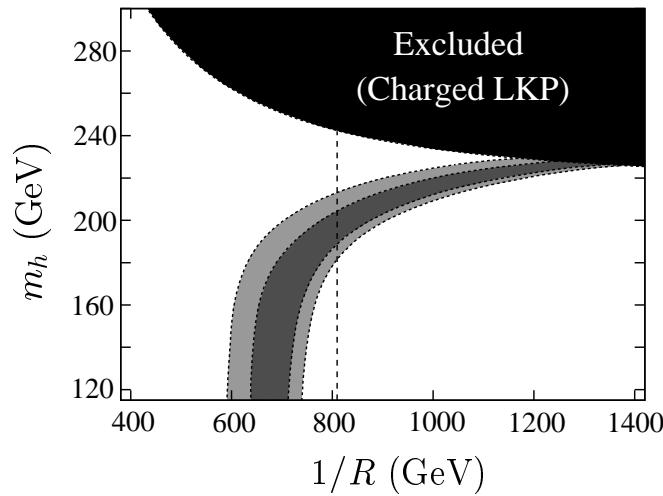


图 2.5: 满足暗物质遗留密度的最简 UED 模型参数区域 (灰色和浅灰色带子) [45].

KK 宇称为  $(-1)^n$ , 它的守恒意味着奇 KK 数的粒子不能衰变成两个偶 KK 数的粒子. 于是, 最轻的 1 模 KK 粒子 (Lightest KK Particle, LKP) 是稳定的. 因此, 如果  $B$ ,  $W^3$  或中微子的第 1 级 KK 激发态  $B^{(1)}$ ,  $W^{3(1)}$  或  $\nu^{(1)}$  是 LKP, 就是良好的暗物质候选粒子. 图 2.5 中, 灰色 (浅灰色) 带子表示在暗物质遗留密度观测值  $1\sigma$  ( $2\sigma$ ) 以内的最简 UED 模型参数区域 [45], 而黑色区域给出的 LKP 是带电的.

### 2.3.2 SuperWIMP

宇宙中暗物质并不一定经历 2.2 节描述的热平衡产生和退耦过程, 也可能通过一些非热平衡 (Non-thermal) 机制产生. 因此, 暗物质粒子的相互作用强度有可能与弱相互作用强度相差甚远. SuperWIMP (Superweakly Interacting Massive Particle) 的相互作用就比 WIMP 弱很多, 但也能给出正确

的遗留密度 [46], 产生机制可以是 WIMP 衰变或暴胀 (Inflation) 之后的重加热 (Reheating) 过程.

接下来以 WIMP 衰变为例说明 SuperWIMP 的产生机制. 假设有一些 WIMP 在宇宙早期热平衡产生, 退耦之后衰变成 SuperWIMP, SuperWIMP 构成当今观测到的暗物质. 这里不需要 WIMP 来构成暗物质, 故 WIMP 不一定是中性的. 由于 SuperWIMP 相互作用很弱, 不会影响 WIMP 退耦过程, 退耦后 WIMP 丰度与标准暗物质丰度一致. 假如 1 个 WIMP 衰变产生 1 个 SuperWIMP, 则 SuperWIMP 数密度与 WIMP 数密度相等, SuperWIMP 遗留密度为

$$\Omega_{\text{SuperWIMP}} = \frac{m_{\text{SuperWIMP}}}{m_{\text{WIMP}}} \Omega_{\text{WIMP}}. \quad (2.49)$$

从而, 若  $m_{\text{SuperWIMP}} \sim m_{\text{WIMP}}$ , 则 SuperWIMP 也很容易满足遗留密度观测值.

前文提到的 gravitino ( $\tilde{G}$ ) 就是一个 SuperWIMP 的例子. 局域超对称性能够很自然地将引力子包含到理论中, 使其成为超引力 (Supergravity) 理论. 在这种理论中, 自旋为 2 的引力子具有一种自旋为 3/2 的超伴子, 称为 gravitino. 在  $F$ -term 破缺机制下, gravitino 质量为  $m_{3/2} \sim \langle F \rangle / M_{\text{Pl}}$ . 为解决规范等级问题, 要求  $\langle F \rangle \sim (10^{11} \text{ GeV})^2$ , 则  $m_{3/2} \sim \text{TeV}$ , 因此, gravitino 与模型中的 WIMP 一样具有弱作用尺度的质量. Gravitino 的相互作用强度与引力作用差不多, 而比 WIMP 的作用强度弱很多. 如果 gravitino 是 LSP, 它就是能给出正确遗留密度的暗物质候选粒子.

其它的 SuperWIMP 包括轴子的超伴子 axino、UED 模型的 KK 引力子和 KK 轴子等. SuperWIMP 既可能是冷暗物质, 也可能是温暗物质, 依赖于它们的产生时间. SuperWIMP 的相互作用太弱, 不能在当前直接探测实验中搜寻, 间接探测实验也不适合寻找它们的湮灭产物. 不过, 如果衰变到 SuperWIMP 的 WIMP 带电, 寿命也比较长, 则有可能在极高能宇宙线碰撞中产生并引起异常信号, 可以在宇宙线和中微子实验中搜寻 [47, 48]. 此外, 长寿命带电 WIMP 也可能在对撞机上产生, 信号会比较明显.

### 2.3.3 惰性中微子 (Sterile Neutrino)

中微子味振荡实验结果表明中微子具有质量 [49, 50]. 因而, 需要向标准模型中添加右手中微子. 由右手中微子分量主导的质量态称为惰性中微子, 参与中微子混合, 但基本上没有弱作用.  $\sim \mathcal{O}(\text{keV})$  质量的惰性中微子是典型的温暗

物质候选粒子 [51], 有助于解决观测到的暗物质晕子结构比较少的问题. 它们可能在宇宙温度  $T \sim 100$  MeV 时通过中微子振荡产生. 如果存在微小的正反轻子不对称性, 它们的丰度可以得到提高 [52]. 另外, 它们也可能作为重粒子衰变产物, 在更高温度时产生.

虽然惰性中微子会衰变到 3 个轻的活跃中微子, 但一般来说, 它的寿命远长于宇宙年龄. 另一方面, 它可以通过圈图过程衰变到一个光子和一个活跃中微子 [53], 分支比约为 1%. 光子能量约是惰性中微子质量的一半, 因而, keV 惰性中微子会引起  $X$  射线信号, 可以在  $X$  射线望远镜中搜寻. 零搜寻结果为其质量和混合角设置了很强的限制.

### 2.3.4 轴子

原理上, 标准模型拉格朗日量 (拉氏量) 可以包含破坏  $CP$  对称性的胶子相互作用项

$$\frac{g_s^2 \theta}{32\pi^2} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} G_{\mu\nu}^a G_{\rho\sigma}^a, \quad (2.50)$$

其中,  $\theta$  是一个角度参数. 这一项预言的中子电偶极矩  $d_n \propto \theta$ , 对于  $\theta \sim 1$ , 有  $d_n \sim 10^{-16}$  e cm. 然而, 实验测量为中子电偶极矩设置的限制为  $|d_n| < 2.9 \times 10^{-26}$  e cm [54], 表明  $|\theta| < 7 \times 10^{-12}$ . 由于  $|\theta|$  能在 0 至  $\pi$  之间任意取值, 没有理由要求它这么小, 因而这是一个非常严重的精细调节 (Fine-tuning) 问题, 被称为强  $CP$  问题.

引进一个自发破缺的整体不变性来使强  $CP$  自动守恒, 就可以解决强  $CP$  问题 [55]. 这将额外引入一个赝标量轴子  $a$  [56, 57], 使上述胶子相互作用项变成动力学项

$$-\frac{g_s^2}{32\pi^2} \frac{a}{f_a} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} G_{\mu\nu}^a G_{\rho\sigma}^a, \quad (2.51)$$

其中,  $f_a$  为轴子衰变常数. 轴子质量与  $f_a$  相关, 为

$$m_a \simeq 6 \text{ } \mu\text{eV} \left( \frac{10^{12} \text{ GeV}}{f_a} \right). \quad (2.52)$$

轴子探测实验寻找轴子与标准模型粒子的散射. 这些搜寻实验及恒星冷却和超新星 1987A 动力学为  $f_a$  给出的限制是  $f_a \gtrsim 10^9$  GeV, 从而将轴子质量约束到  $m_a \lesssim 10$  meV [58], 也预示着轴子与其它粒子的相互作用非常弱, 不会在宇

宙早期处于热平衡状态。轴子有几种非热平衡产生机制，与 Peccei-Quinn 相变及暴胀相关。虽然这些机制不会很自然地给出暗物质遗留密度，轴子仍然是一种可能的冷暗物质候选粒子。

表 2.2: 几类暗物质候选粒子特性。翻译自文献 [6]。

	WIMP	SuperWIMP	惰性中微子	轴子
提出动机	规范等级	规范等级等	中微子质量	强 $CP$
自然给出 $\Omega_\chi$	能	能	否	否
产生机制	退耦	衰变	多种	多种
质量范围	GeV – TeV	GeV – TeV	keV	$\mu\text{eV} – \text{meV}$
温度	冷	冷/温	温	冷
直接探测	✓			✓
间接探测	✓	✓	✓	
对撞机探测	✓	✓		

注：✓ 表示能够在相应实验中搜寻。

上述几类暗物质候选粒子的特性总结在表 2.2 中。此外，还有许多类候选粒子未被提及。这些候选者相互作用性质各异，质量范围也比较大。其中，WIMP 的研究最为广泛，当前暗物质直接和间接探测实验也着重于 WIMP 搜寻。

## 2.4 暗物质直接探测和间接探测

上一节提到了许多对暗物质粒子的猜测。然而，只有通过实验手段将暗物质粒子探测出来，确定它的质量和相互作用，才能了解真实的暗物质粒子及与之相关的模型。一对暗物质粒子与一对标准模型的相互作用如图 2.6 所示。一般来说，直接探测实验搜索暗物质粒子与标准模型粒子的散射信号；间接探测实验寻找暗物质粒子湮灭或衰变产物的信号；对撞机实验搜寻高能粒子碰撞产生的暗物质粒子信号。本节介绍直接探测和间接探测，而对撞机探测则是后面几章的内容。

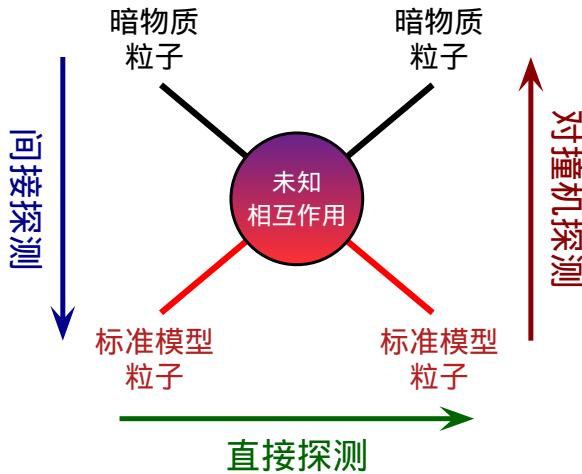


图 2.6: 暗物质相互作用与三类探测方法的关系. 箭头代表时间方向.

#### 2.4.1 直接探测

如前所述, 暗物质在地球附近普遍存在, 质量密度也不小. 但暗物质粒子的相互作用很弱, 需要非常精确的实验才有可能探测到它们. 直接探测实验寻找暗物质粒子与原子核发生碰撞时产生的核反冲信号 [59]. 为了屏蔽宇宙线背景的干扰, 这类实验通常在很深的地下实验室中进行. 在实际操作中, 探测器一般以声子、光子或电荷为载体接收核反冲信号. 有的实验只收集一类信号, 而有的实验为了更好地区分背景和暗物质信号, 同时收集两类信号.

单位时间单位能量内, 暗物质粒子与原子核 ( $A$ ) 发生散射的事例率可表达为 [60]

$$\frac{dR}{dE_R} = N_A \frac{\rho_{\oplus}}{m_{\chi}} \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} d^3 v f(v) v \frac{d\sigma_{\chi A}}{dE_R}, \quad (2.53)$$

其中,  $E_R$  是核反冲能量,  $N_A$  是靶核数目,  $\rho_{\oplus}/m_{\chi}$  是地球附近暗物质粒子的数密度,  $f(v)$  是暗物质粒子的速度分布,  $d\sigma_{\chi A}/dE_R$  是暗物质粒子与原子核的微分散射截面. 若探测器阈能为  $E_{\text{th}}$ , 则最小速度为

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{m_A E_{\text{th}}}{2\mu_{\chi A}^2}}, \quad (2.54)$$

最大速度  $v_{\max}$  可取为地球参考系中暗物质粒子的逃逸速度  $v_{\text{esc}}$ . 对于麦克斯韦

—玻尔兹曼速度分布,  $v_{\text{esc}} \simeq 544 \text{ km/s}$ . 当质心系散射角为  $\theta$  时, 核反冲能量为

$$E_R = \frac{Q^2}{2m_A} = \frac{\mu_{\chi A}^2 v^2}{m_A} (1 - \cos \theta), \quad (2.55)$$

其中,  $Q$  是动量转移,  $\mu_{\chi A} \equiv m_\chi m_A / (m_\chi + m_A)$  是暗物质粒子与原子核的约化质量. 地球参考系中暗物质粒子速度弥散  $\sqrt{\langle v^2 \rangle} \simeq 220 \text{ km/s}$ , 假如暗物质粒子与原子核质量均为 100 GeV, 则  $\cos \theta = -1$  时平均核反冲能量为

$$\langle E_R \rangle = \frac{1}{2} m_\chi \langle v^2 \rangle \simeq 30 \text{ keV}, \quad (2.56)$$

而平均动量转移为

$$\sqrt{\langle Q^2 \rangle} = \sqrt{m_\chi^2 \langle v^2 \rangle} \simeq 75 \text{ MeV}. \quad (2.57)$$

可见, 散射过程动量转移通常远小于暗物质粒子和原子核的质量, 故零动量转移近似和非相对论近似会比较有效.

散射可分为自旋无关 (Spin Independent, SI) 和自旋相关 (Spin Dependent, SD) 两类. 对于自旋无关散射截面  $\sigma_{\chi A}^{\text{SI}}$ , 原子核中各个核子的贡献可以累加, 形式为

$$\sigma_{\chi A}^{\text{SI}} \propto \mu_{\chi A}^2 [ZG_p + (A - Z)G_n]^2. \quad (2.58)$$

其中,  $A$  ( $Z$ ) 为原子核的质量数 (原子序数),  $G_p$  ( $G_n$ ) 是暗物质粒子与质子 (中子) 的有效耦合常数. 在这种情况下, 原子核越重, 散射截面越大. 因此, 一些直接探测实验采用了非常重的靶核, 比如 Xe. 另一方面, 自旋相关散射截面的形式为

$$\sigma_{\chi A}^{\text{SD}} \propto \frac{J_A + 1}{J_A} \mu_{\chi A}^2 (S_p^A G_p + S_n^A G_n)^2, \quad (2.59)$$

其中,  $J_A$  是原子核自旋,  $S_p^A$  ( $S_n^A$ ) 是原子核中所有质子 (中子) 的自旋期望值. 由于核子的自旋会相互抵消, 自旋相关散射截面相对比较小. 对于不同的原子核, 质子和中子的贡献可能有很大差别.

直接探测实验对自旋无关散射的探测结果如图 2.7 所示. 横轴为暗物质粒子质量  $m_\chi$ , 纵轴为暗物质与核子的自旋无关散射截面. 左图 (取自文献 [61]) 中蓝色实线与右图 (取自文献 [62]) 中红色实线是同一排除限, 均是 2012 年 XENON100 实验的结果 [61]. 右图中, 蓝色实线是 2013 年 LUX 实验给出的

排除限 [62], 它比 XENON100 实验给出的限制要强. 左图中灰色和浅灰色区域是超对称模型预言的信号区域, 当前实验已经有能力排除它的一部分. 在图中, 由零信号给出排除限的其它实验结果包括 SIMPLE [63], COUPP [64], ZEPLIN-III [65], EDELWEISS [66], CDMS [67] 和 XENON10 [68] 等. 此外, 有一些实验声称发现了暗物质疑似信号, 信号区域在图中以等值线标示, 这些实验有 DAMA [69], CoGeNT [70] 和 CRESST-II [71]. 不过, 从图中可以看到, 在一般假设下, 这些疑似信号对应的区域被其它实验排除, 因而可信度不高.

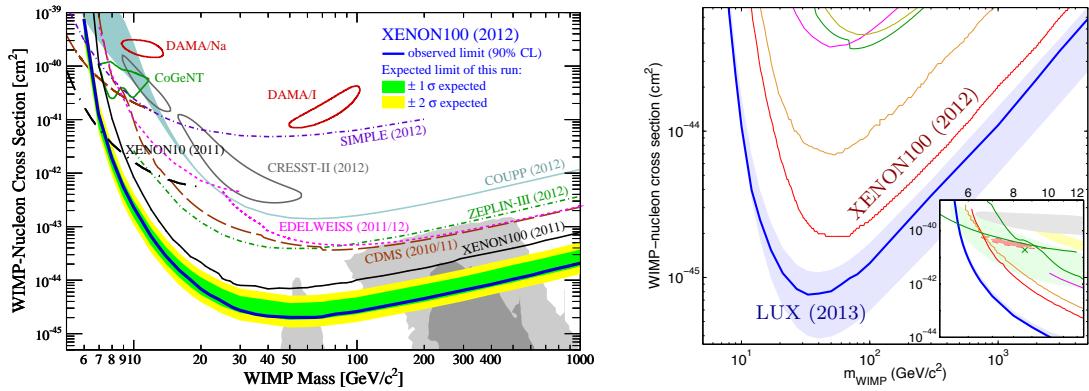


图 2.7: 直接探测实验对自旋无关散射的探测结果 [61, 62].

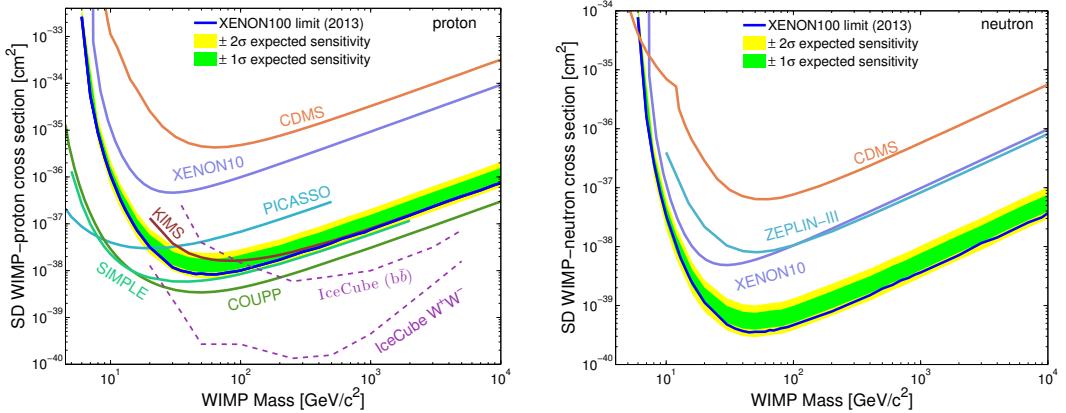


图 2.8: 直接探测实验对自旋相关散射的探测结果 [72]. 左(右)图对应于暗物质粒子与质子(中子)的散射.

直接探测实验对自旋相关散射的探测结果如图 2.8 所示. 在左(右)图中, 横轴为暗物质粒子质量  $m_\chi$ , 纵轴为暗物质与质子(中子)的自旋相关散射截面. 图中排除限来自 XENON100 [72], CDMS [67, 73], ZEPLIN-III [65], PICASSO [74],

COUPP [64], SIMPLE [63] 和 KIMS [75] 等实验. 与图 2.7 比较, 可以看出, 目前自旋相关散射的探测灵敏度要比自旋无关散射低几个量级.

近十几年来, 直接探测实验发展迅速, 灵敏度提高了好几个量级, 已经触及 WIMP 的一般作用强度, 因而普遍认为这些实验有希望在不远的未来探测到暗物质粒子.

### 2.4.2 间接探测

暗物质退耦之后, 湮灭率远小于宇宙膨胀率, 留存到当今宇宙中, 含量非常丰富, 而且仍在继续发生湮灭过程. 如果暗物质粒子不是绝对稳定的, 它还会衰变, 但寿命一般远长于宇宙年龄. 暗物质的湮灭或衰变可能会产生一些标准模型粒子, 如轻子、夸克、电弱规范玻色子和 Higgs 粒子等, 并进一步辐射、衰变和强子化为各种稳定粒子, 比如光子、中微子、正负电子、正反质子及更重的原子核. 这些粒子加入到高能伽马射线、高能宇宙线和高能中微子之中, 引起可探测信号, 间接探测实验的目标就是找到这类信号.

在单位时间单位体积内, 暗物质湮灭 (Annihilation) 或衰变 (Decay) 产生某种稳定粒子在单位能量间隔中的数目为

$$Q_{\text{ann}}(\mathbf{x}, E) = \frac{\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle_{\text{tot}}}{2m_\chi^2} \rho^2(\mathbf{x}) \sum_i F_i \left( \frac{dN}{dE} \right)_i, \quad (2.60)$$

$$\text{或 } Q_{\text{dec}}(\mathbf{x}, E) = \frac{1}{\tau_\chi m_\chi} \rho(\mathbf{x}) \sum_i B_i \left( \frac{dN}{dE} \right)_i. \quad (2.61)$$

其中,  $\rho(\mathbf{x})$  是湮灭或衰变发生地点  $\mathbf{x}$  处暗物质的质量密度,  $(dN/dE)_i$  为通过  $i$  湮灭道 (衰变道) 发生一次湮灭 (衰变) 而产生的单位能量间隔内粒子数. 在湮灭的情形中,  $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle_{\text{tot}} = \sum_i \langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle_i$  是能够产生这种粒子的所有湮灭道截面之和,  $F_i = \langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle_i / \langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle_{\text{tot}}$  是  $i$  湮灭道所占比重. 对于 (2.60) 式, 实际上已经假定暗物质是正反粒子全同的. 若正反粒子不同并存在正反粒子对称性, 则正粒子和反粒子的数密度均为  $\rho/(2m_\chi)$ , 分母中的因子 2 应由 4 取代. 在衰变的情形中,  $\tau_\chi$  是暗物质粒子寿命, 与其宽度  $\Gamma_\chi$  的关系为  $t_\chi \Gamma_\chi = 1$ ,  $B_i = \Gamma_i / \Gamma_\chi$  是  $i$  衰变道的分支比.

在实际应用中,  $Q(\mathbf{x}, E)$  被称为源函数, 它依赖于源处暗物质密度. 因而, 间接探测实验主要寻找来自暗物质聚集区域的信号, 如银河系中心、银河系暗物

质量晕、近邻矮星系和近邻星系团等。信号可分为三类：宇宙线、伽马射线和中微子。

估算银河系晕中暗物质湮灭对宇宙线的贡献并不简单。由于银河系内部复杂的星际环境，荷电宇宙线在到达太阳系之前要经历十分曲折的传播过程，如星际磁场引起的扩散、对流、重加速、能量损失、碎裂和衰变等。因此，宇宙线粒子被探测器接收到时，已经丢失了源的方向信息，能谱也与源处截然不同。为了得到合理的预期能谱，需要求解传播方程，而暗物质湮灭的贡献作为方程的一个源项。

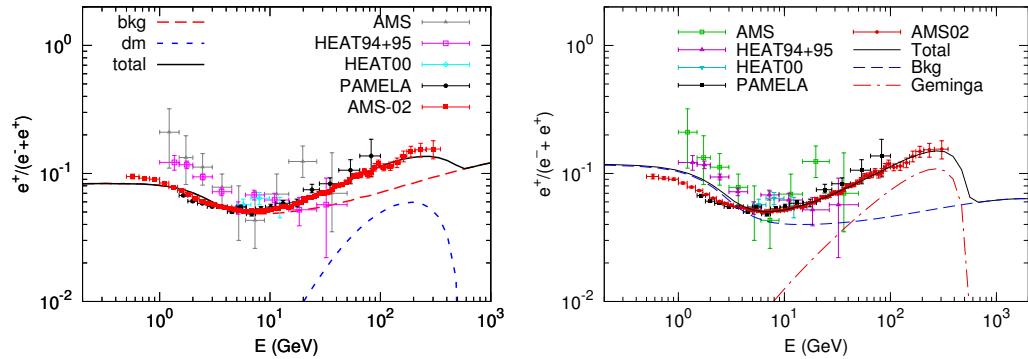


图 2.9：宇宙线正电子比例能谱及其暗物质解释（左）[76] 和脉冲星解释（右）[77]。

2008 年以来，PAMELA [78] 和 AMS-02 [79] 测量出来的宇宙线正电子比例能谱，及 ATIC [80] 和 Fermi-LAT [81] 测量出来的正负电子总能谱，均显示出反常超出现象，在高能处与通常天体物理过程估计出来的能谱不同。这些反常超出可以用银河系晕中暗物质湮灭来解释。图 2.9 展示了宇宙线正电子比例能谱及其理论解释。PAMELA 和 AMS-02 测得的能谱从  $\sim 10$  GeV 处开始明显上升。用暗物质湮灭到  $\tau^+\tau^-$  可以很好地拟合数据 [76]，如左图所示。不过，这要求湮灭截面  $\sim \mathcal{O}(10^{-24}) - \mathcal{O}(10^{-22}) \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ ，远高于标准截面 (2.44)，需要一些机制来解释当今截面相对于退耦时期截面的提升，而且也受到下文中伽马射线观测的强烈限制。另一方面，考虑一个或多个近邻脉冲星向外发射正负电子，也可以解释数据 [77]，以脉冲星 Geminga 的贡献来拟合数据如右图所示。目前数据仍不能说明哪一种解释更为合理。

不同于宇宙线，伽马射线沿直线传播，能够保留源的方向信息，传播过程也比较简单。银河系附近有一些绕其旋转的卫星矮星系，它们的暗物质含量比发

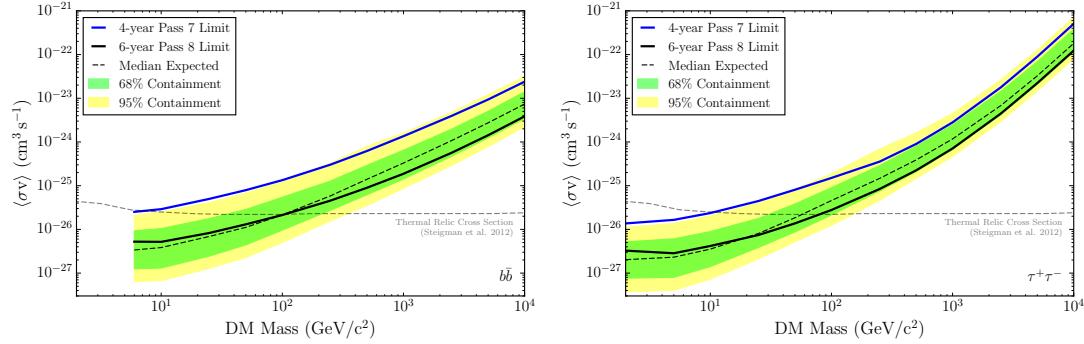


图 2.10: Fermi-LAT 6 年矮星系观测对暗物质湮灭到  $b\bar{b}$  (左) 和  $\tau^+\tau^-$  (右) 截面的限制 [82].

光物质多得多, 伽马射线观测污染较小, 非常适合从中寻找暗物质湮灭或衰变的信号. Fermi-LAT 对 15 个矮星系进行了 6 年观测, 没有发现这样的信号, 因而对暗物质湮灭截面给出了限制, 如图 2.10 中黑色实线所示. 左图和右图分别对应于暗物质湮灭到  $b\bar{b}$  和  $\tau^+\tau^-$ . 灰色虚线是从遗留密度推测出来的截面值, 可以看到,  $m_\chi \lesssim 100$  GeV 部分已被数据排除.

与伽马射线一样, 中微子也沿直线传播, 而且, 由于相互作用很弱, 它们能够从物质密集的暗物质湮灭源区轻松逃出. 受引力势作用, 暗物质粒子可能聚集在太阳中心和地球中心, 这些粒子的湮灭产物中, 只有中微子能够逃逸出来, 进入高能中微子望远镜的视野 [83]. 太阳中暗物质粒子数的时间变化率为 [5]

$$\frac{dN_\chi}{dt} = C_\odot(\sigma_{\chi p}, \sigma_{\chi He}) - A_\odot(\sigma_{\text{ann}})N_\chi^2, \quad (2.62)$$

其中, 捕捉率  $C_\odot$  依赖于暗物质粒子与太阳内部质子和氦核的散射截面, 湮灭率  $A_\odot$  则与暗物质湮灭截面相关, 可表示成  $A_\odot = \langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle / V_{\text{eff}}$ ,  $V_{\text{eff}}$  为太阳核心的有效体积. 太阳年龄约为 46 亿年, 对于许多 WIMP 模型来说, 这么长的时间足以使捕捉和湮灭过程达到平衡, 让粒子数不随时间变化. 此时湮灭率最大, 且等于捕捉率. 因此, 对湮灭截面的实验测量或限制可以转换到散射截面上.

南极中微子实验 IceCube 搜寻了来自太阳中心的  $\mu$  子中微子, 没有发现超出大气中微子背景的信号, 为暗物质湮灭到  $b\bar{b}$  和  $W^+W^-$  的截面设置了上限, 转换到暗物质粒子与质子的自旋相关散射截面上 [84], 如图 2.8 的左图中紫色虚线所示. 可以看出, 对于  $100 \text{ GeV} \lesssim m_\chi \lesssim 10 \text{ TeV}$ , 这些限制要强于目前直接探

测实验给出的限制.

### 2.4.3 在有效算符框架下比较直接和间接探测实验灵敏度

如果暗物质粒子通过一些中介粒子与标准模型费米子相互作用, 当中介粒子质量远大于反应过程动量转移时, 可以在有效场论 (Effective Field Theory, EFT) 框架下用有效接触算符来描述 4 点相互作用, 类似于用费米子相互作用来描述低能弱作用过程. 我们假设暗物质粒子是标准模型规范相互作用单态, 与费米子的相互作用具有  $C$  对称性和  $P$  对称性<sup>1</sup>, 若暗物质粒子是狄拉克费米子, 可以分别通过下列算符与标准模型费米子 ( $f$ ) 发生相互作用:

$$\mathcal{O}_{\text{FS}} = \frac{1}{\Lambda^3} \sum_f m_f \bar{\chi} \chi \bar{f} f, \quad (2.63)$$

$$\mathcal{O}_{\text{FP}} = \frac{1}{\Lambda^3} \sum_f m_f \bar{\chi} \gamma_5 \chi \bar{f} \gamma_5 f, \quad (2.64)$$

$$\mathcal{O}_{\text{FV}} = \frac{1}{\Lambda^2} \sum_f \bar{\chi} \gamma^\mu \chi \bar{f} \gamma_\mu f, \quad (2.65)$$

$$\mathcal{O}_{\text{FA}} = \frac{1}{\Lambda^2} \sum_f \bar{\chi} \gamma^\mu \gamma_5 \chi \bar{f} \gamma_\mu \gamma_5 f, \quad (2.66)$$

其中,  $\Lambda$  是截断能标, 由完整模型中的中介粒子质量和耦合系数给出, 它决定了相互作用的强弱. 为简单起见, 这里只用同一截断能标来描述与不同费米子的相互作用. 若暗物质粒子是复标量粒子, 则可以有下列算符:

$$\mathcal{O}_{\text{SS}} = \frac{1}{\Lambda^2} \sum_f m_f \chi^* \chi \bar{f} f, \quad (2.67)$$

$$\mathcal{O}_{\text{SV}} = \frac{1}{\Lambda^2} \sum_f (\chi^* i \overleftrightarrow{\partial}_\mu \chi) \bar{f} \gamma^\mu f. \quad (2.68)$$

其中,  $\chi^* i \overleftrightarrow{\partial}_\mu \chi \equiv i \chi^* \partial_\mu \chi - i (\partial_\mu \chi^*) \chi$ .

利用这些算符, 可以很容易地将直接探测相关的散射截面、间接探测相关的湮灭截面和遗留密度联系起来, 而且理论参数只有  $m_\chi$  和  $\Lambda$ . 图 2.11 综合了直接和间接探测实验排除限及遗留密度测量值对应的相互作用强度 [85, 86]. 红

---

<sup>1</sup>一些算符的  $P, T, C$  变换性质见附录 A.

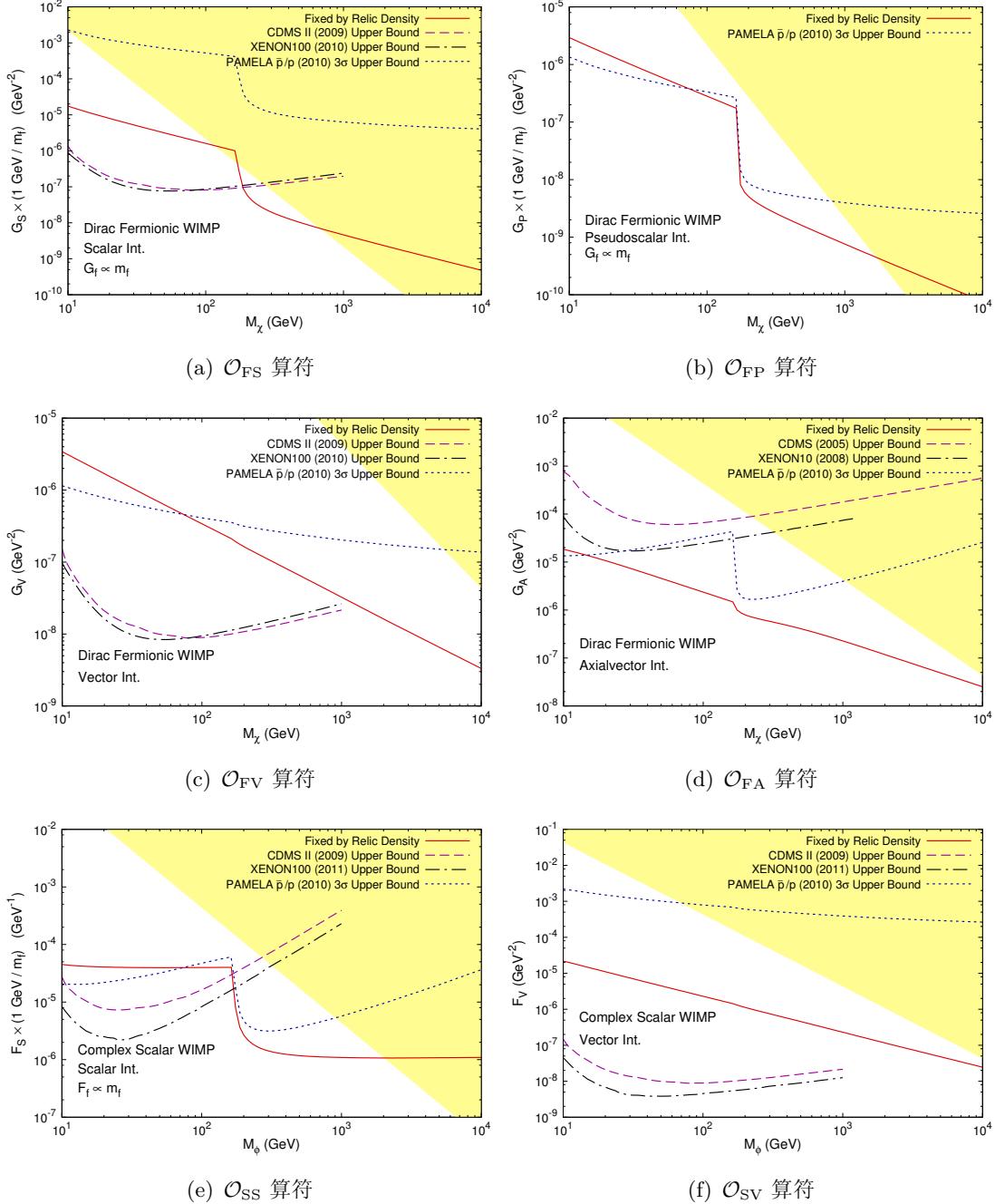


图 2.11: 在有效算符框架下, 直接和间接探测实验排除限及遗留密度测量值对应的相互作用强度 [85, 86]. 对于  $\mathcal{O}_{FS}$  (a) 和  $\mathcal{O}_{FP}$  (b) 算符, 纵轴为  $\sqrt{2} \text{ GeV}/\Lambda^3$ ; 对于  $\mathcal{O}_{FV}$  (c),  $\mathcal{O}_{FA}$  (d) 和  $\mathcal{O}_{SV}$  (f) 算符, 纵轴为  $\sqrt{2}/\Lambda^2$ ; 对于  $\mathcal{O}_{SS}$  算符 (e), 纵轴为  $\sqrt{2} \text{ GeV}/\Lambda^2$ .

色实线对应于遗留密度测量值 [87], 其上方区域预言的遗留密度偏大, 下方区域预言的遗留密度偏小<sup>2</sup>. 淡黄色标示出微扰论不适用条件给出的有效算符失效区域.

由于暗物质粒子自旋和相互作用算符洛伦兹结构的不同, 不同算符引起的散射和湮灭过程可以有很大差异<sup>3</sup>.  $\mathcal{O}_{FS}$ ,  $\mathcal{O}_{FV}$ ,  $\mathcal{O}_{SS}$  和  $\mathcal{O}_{SV}$  算符都会导致暗物质与原子核的自旋无关散射, 因此, 来自直接探测实验 CDMS II [88] 和 XENON100 [89, 90] 的限制非常强, 排除了遗留密度测量值允许的很大一部分区域. 另一方面,  $\mathcal{O}_{FA}$  算符只能引起自旋相关散射, CDMS [91] 和 XENON10 [92] 实验对相互作用强度的限制比较弱. 而  $\mathcal{O}_{FP}$  算符引起的散射截面在零动量转移极限下为零, 直接探测实验几乎不能给出限制.

PAMELA 测得的  $\bar{p}/p$  比例能谱 [93] 没有出现异常超出, 为暗物质湮灭截面设置了上限, 如图中蓝色点线所示. 对于  $\mathcal{O}_{FS}$  和  $\mathcal{O}_{SV}$  算符, 湮灭截面领头阶为  $p$  波截面, 银河系中的暗物质湮灭受到严重的速度压低, 因而限制非常弱.  $\mathcal{O}_{FA}$  算符的  $s$  波湮灭截面受到螺旋度压低而正比于  $m_f^2$ , 虽然限制不强, 却在一些区域仍然强于直接探测实验对自旋相关散射的限制.  $\mathcal{O}_{FP}$ ,  $\mathcal{O}_{FV}$  和  $\mathcal{O}_{SS}$  算符给出的湮灭截面没有受到压低, 能够排除一小部分遗留密度测量值允许的区域. 而且, 对于  $\mathcal{O}_{FP}$  算符, 直接探测不能给出限制, 间接探测结果显得比较重要.

---

<sup>2</sup>如果由上述有效算符描述相互作用的暗物质只是全部暗物质的一部分, 其遗留密度偏小是允许的.

<sup>3</sup>附录 B.5 节列出了旋量双线性型的螺旋态表达式, 有助于理解这些差异.



## 第三章 高能对撞机物理

二十世纪以来, 对撞机是研究粒子物理的主要工具. 对撞机实验发现了许多新粒子, 仔细地测量了粒子间的相互作用, 使人类了解了微观世界. 根据这些实验的结果, 粒子物理标准模型被建立起来, 在描述基本相互作用方面取得了巨大的成功. 对撞机物理是一门精确科学, 各项先进技术在实验上得到应用和开发, 高精度和高阶的理论计算能够在实验中得到检验.

高能对撞机是一种大型精密实验设施, 主要由加速器和探测器两部分组成. 加速器加速粒子, 将它们汇聚成束流, 束流在一个或多个对撞点上碰撞. 束流种类包括正负电子、正反质子和重离子. 也有人提议建造  $\mu$  子对撞机和光子对撞机, 不过目前技术还不够成熟. 碰撞过程产生大量粒子, 种类和产生概率由相互作用性质决定. 探测器安置于对撞点处, 测量这些粒子的能动量和相互作用顶点位置, 并进行粒子鉴别.

本章为高能对撞机物理概述, 对撞机唯象学的基础知识参见文献 [94]. 3.1 节阐述表征对撞机性能的主要参数, 并介绍一些高能对撞机. 3.2 描述对撞机上的物理过程及其截面表达式. 3.3 节说明探测器的构造、各部分的用途和粒子重建过程. 3.4 节讨论为研究各类物理过程而构建的一些运动学变量. 3.5 节介绍蒙特卡洛模拟方法和常用的高能物理蒙特卡洛模拟工具.

### 3.1 对撞机参数

对撞一般指迎头碰撞, 即两个束流从相反方向接近对撞点, 然后发生碰撞. 与此不同, 在固定靶实验中, 只有一个束流, 撞向一个固定的靶. 发生对撞的两个束流粒子的质心能称为对撞能量, 记作  $\sqrt{s}$ . 对撞发生时, 只有少量束流粒子会发生相互作用. 为了多次利用束流粒子, 许多加速器被设计成环形的. 然而, 由于同步辐射, 环形构造限制了束流能量的提高. 设环半径为  $R$ , 束流回转一周, 同步辐射能量损失 [95]

$$\Delta E \propto \frac{1}{R} \left( \frac{E}{m} \right)^4, \quad (3.1)$$

其中  $E$  是束流能量,  $m$  是束流粒子质量. 因此, 环越大, 束流粒子越重, 能量损失越少. 同样的环半径, 强子对撞机可以达到的能量比正负电子对撞机高得多. 直线加速器可以避开同步辐射问题, 但束流将变成一次性的.

在对撞机上, 某一个过程的事例数  $N$  是此过程截面  $\sigma$  与积分亮度的乘积:

$$N = \sigma \int \mathcal{L}(t) dt, \quad (3.2)$$

其中,  $\mathcal{L}$  是束流的瞬时亮度. 束流通常由一系列束团 (Bunch) 组成. 设束团频率为  $f$  (即两个束团的时间间隔为  $f^{-1}$ ), 一个束流每个束团包含  $N_1$  个粒子, 另一个束流每个团块包含  $N_2$  个粒子, 则瞬时亮度为 [96]

$$\mathcal{L} = \frac{f N_1 N_2}{4\pi \sigma_x \sigma_y}. \quad (3.3)$$

这里假设束团中粒子横向分布是二维高斯分布, 而  $\sigma_x$  和  $\sigma_y$  是两个正交方向上束流横向尺寸的均方根. 靶 (barn) 是截面的常用单位, 它与平方厘米的关系为

$$1 \text{ cm}^2 = 10^{24} \text{ barn} = 10^{36} \text{ pb} = 10^{39} \text{ fb} = 10^{42} \text{ ab}. \quad (3.4)$$

瞬时亮度的常用单位是  $\text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ , 而

$$10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \simeq 315 \text{ fb}^{-1} \text{ year}^{-1}. \quad (3.5)$$

实际运行时, 对撞能量不是完全固定的. 瞬时亮度有一个关于实际对撞能量  $\sqrt{\hat{s}}$  的分布 (如高斯分布), 在  $\sqrt{s}$  处达到峰值, 可表达为  $\mathcal{L}L(\hat{s})$ , 其中  $\mathcal{L}$  是峰值瞬时亮度, 而  $L(\hat{s})$  已被归一化,  $\int d\hat{s} L(\hat{s}) = 1$ . 反应率表示成 [94]

$$R(s) = \mathcal{L} \int d\hat{s} L(\hat{s}) \sigma(\hat{s}). \quad (3.6)$$

能量扩展 (Energy Spread) 定义为

$$\frac{\delta E}{E} = \int d\hat{s} L(\hat{s}) \frac{\sqrt{\hat{s}} - \sqrt{s}}{\sqrt{s}}. \quad (3.7)$$

对于感兴趣的过程, 若能量标度远大于能量扩展, 则  $L(\hat{s}) \simeq \delta(\hat{s} - s)$ , 反应率可简单表示为  $R(s) = \mathcal{L}\sigma(s)$ . 如果研究的过程是一个共振过程, 且共振态宽度小于能量扩展, 就需要考虑瞬时亮度分布的影响了. 这种问题在正负电子对撞机上经常遇到.

表 3.1: 一些高能对撞机的参数. 一些数值参考文献 [96].

名称	时间	类型	长度 (km)	$\sqrt{s}$	$\mathcal{L}$ ( $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ )	$\delta E/E$ ( $10^{-3}$ )
LEP	1989-2000	$e^+e^-$	26.66	91 – 209 GeV	$(2 - 10) \times 10^{31}$	0.7 – 1.5
Tevatron	1987-2011	$p\bar{p}$	6.28	1.96 TeV	$4.31 \times 10^{32}$	0.14
LHC	2009-	$pp$	26.66	7 – 14 TeV	$(1 - 5) \times 10^{34}$	$\sim 0.12$
ILC	/	$e^+e^-$	31	500 GeV	$1.5 \times 10^{34}$	1
CEPC	/	$e^+e^-$	50	240 GeV	$1.8 \times 10^{34}$	$\sim 1$
SppC	/	$pp$	50	50 TeV	$2.15 \times 10^{35}$	/
TLEP	/	$e^+e^-$	100	240 GeV	$5 \times 10^{34}$	3
VHE-LHC	/	$pp$	100	100 TeV	$5 \times 10^{34}$	0.1
CLIC	/	$e^+e^-$	48	3 TeV	$6 \times 10^{34}$	3.4

对撞机研究物理过程的能力, 主要取决于亮度和对撞能量. 物理过程的截面是确定的, 积分亮度越高, 小截面过程的事例越多, 积累到一定数量才能进行研究. 另一方面, 新物理粒子一般质量很大, 只有足够高的对撞能量才能将它们产生出来. 表 3.1 列出一些高能对撞机的对撞能量、瞬时亮度和能量扩散等参数. 大型正负电子对撞机 (Large Electron–Positron Collider, LEP) 位于欧洲核子中心 (CERN), 环形, 从 1989 年运行至 2000 年, 有 4 个探测器, ALEPH, DELPHI, OPAL 和 L3. 它在  $Z$  玻色子的质量极点处收集了大量数据, 完成了许多电弱精确测量. Tevatron 是 TeV 量级的正反质子环形对撞机, 位于费米实验室, 从 1987 年运行至 2011 年, 有 2 个探测器, CDF 和 DØ. 1995 年, Tevatron 实验发现顶夸克. 大型强子对撞机 (Large Hadron Collider, LHC) 使用原本 LEP 的隧道, 进行  $pp$  碰撞和重离子碰撞, 从 2009 年运行至今, 有 4 个探测器, ATLAS, CMS, ALICE 和 LHCb. 2012 年, LHC 实验发现 Higgs 玻色子.

表 3.1 还包含几个设想中的未来对撞机实验. 国际直线对撞机 (Internation-

tional Linear Collider, ILC) 被设计成直线的正负电子对撞机 [97], 以此规避同步辐射能损. 设计的对撞能量是 500 GeV, 但也可能有一个 250 GeV 的第一阶段, 而进一步升级能将对撞能量提高到 1 TeV. 有 2 个设计中的 ILC 探测器, SiD 和 ILD. 不过, 它们不能同时使用, 因为直线对撞机只有 1 个对撞点.

2015 年初, 我国的环形正负电子对撞机 (Circular Electron-Positron Collider, CEPC) 计划已经完成初步概念设计报告. CEPC 将主要作为一个 Higgs 工厂, 隧道周长  $50 - 70$  km, 对撞能量  $240 - 250$  GeV. 计划的第二阶段, 可以将它升级为超级质子质子对撞机 (Super proton-proton Collider, SppC), 对撞能量  $50 - 70$  TeV, 进行新物理粒子的直接搜寻.

CERN 的 Higgs 工厂计划为 TLEP 环形对撞机 [98], 隧道周长  $80 - 100$  km, 对撞能量  $90 - 350$  GeV, 可以对  $Z$  玻色子、 $W$  玻色子、Higgs 玻色子和顶夸克进行精确测量. 它在第二阶段可升级为强子对撞机 VHE-LHC, 对撞能量达到 100 TeV. 紧致直线对撞机 (Compact Linear Collider, CLIC) 是另一个高能正负电子直线对撞机计划 [99], 预期能够借助新技术使对撞能量达到 3 TeV.

### 3.2 过程和截面

在对撞机上, 比较重要的过程经常包含重粒子. 许多寿命很短的大质量粒子产生之后, 会迅速衰变. 衰变产物中仍可能有短寿命粒子, 它们会进一步衰变, 最终只有相对稳定的粒子能被探测器接收到, 如  $e^\pm, \gamma, \mu^\pm, p, n, \pi^\pm$  和  $K^\pm$  等. 计算重粒子产生截面时, 严格来说, 要对最终产物进行末态相空间积分. 不过, 在常见实际过程中, 应用窄宽度近似, 将在壳重粒子作为末态, 就能得到相当精确的结果.

图 3.1 的左图画出了  $e^+e^-$  对撞机上各个标准模型过程的产生截面. 重粒子产生过程的阈能是重粒子质量之和, 如图中  $ZZ$ ,  $W^+W^-$ ,  $t\bar{t}$  和  $Zh$  过程的截面变化行为所示. 一般来说, 阈能打开后, 截面随能量提高而增大, 在某个能量点达到峰值, 然后随能量提高而减小.

强子对撞机的情况要复杂一些, 因为强子是复合粒子, 强子中的部分子才是硬散射过程的初态. 这里, 部分子指强子中的夸克和胶子, 而硬散射过程指动量

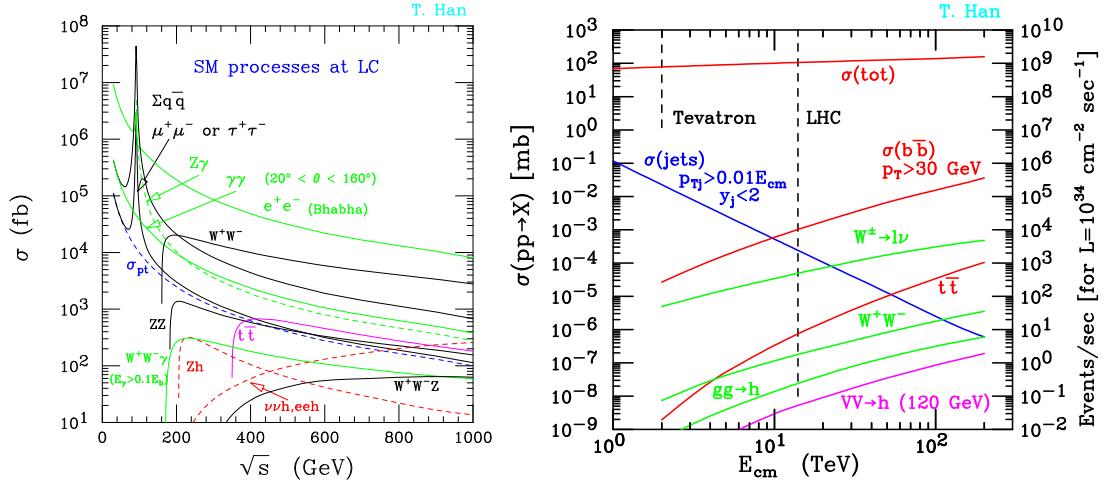


图 3.1:  $e^+e^-$  对撞机 (左) 和  $pp$  对撞机 (右) 上的标准模型过程截面 [94].

转移很大的过程, 如重粒子产生过程. 硬过程  $h_1 h_2 \rightarrow X$  的截面可以表示为 [96]

$$\sigma(h_1 h_2 \rightarrow X) = \sum_{ij} \int dx_1 dx_2 f_{i/h_1}(x_1, \mu_F^2) f_{j/h_2}(x_2, \mu_F^2) \hat{\sigma}_{ij \rightarrow X}(x_1 x_2 s, \mu_R^2, \mu_F^2). \quad (3.8)$$

其中,  $\hat{\sigma}_{ij \rightarrow X}$  表示部分子  $i$  和  $j$  碰撞产生末态  $X$  的截面, 是部分子层面 (Parton Level) 上的截面. 重整化能标  $\mu_R$  通过强相互作用跑动耦合常数  $\alpha_s(\mu_R^2)$  进入截面表达式, 耦合常数的跑动行为由重整化群方程  $\mu_R^2 d\alpha_s/d\mu_R^2 = \beta(\alpha_s)$  描述.  $f_{i/h_1}$  ( $f_{j/h_2}$ ) 是部分子  $i$  ( $j$ ) 在强子  $h_1$  ( $h_2$ ) 中的部分子分布函数 (Parton Distribution Function, PDF),  $\mu_F$  是因子化能标.

PDF 随  $\mu_F^2$  的演化由 DGLAP 方程决定 [100–102]:

$$\mu_F^2 \frac{\partial f_{i/h}(x, \mu_F^2)}{\partial \mu_F^2} = \sum_j \frac{\alpha_s(\mu_F^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{i \leftarrow j}(z) f_{j/h}\left(\frac{x}{z}, \mu_F^2\right), \quad (3.9)$$

其中  $P_{i \leftarrow j}(z)$  是部分子分裂函数 (Splitting Function). PDF 数值由轻子与强子的深度非弹性散射和强子对撞机相关过程的实验测量数据确定. 当  $\mu_F^2 = 10 \text{ GeV}^2$  和  $\mu_F^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$  时, 质子 PDF 如图 3.2 所示. 质子中的价夸克是 2 个上夸克和 1 个下夸克, 因而

$$\int_0^1 dx [f_{u/p}(x) - f_{\bar{u}/p}(x)] = 2, \quad \int_0^1 dx [f_{d/p}(x) - f_{\bar{d}/p}(x)] = 1. \quad (3.10)$$

对于海夸克, 有  $f_{\bar{s}/p} = f_{s/p}$ ,  $f_{\bar{c}/p} = f_{c/p}$ ,  $f_{\bar{b}/p} = f_{b/p}$ . 部分子携带的动量应组成质子动量, 故 PDF 还满足

$$\int_0^1 dx x \left[ f_{g/p}(x) + \sum_{i=q,\bar{q}} f_{i/p}(x) \right] = 1. \quad (3.11)$$

如果一个过程的末态不带电荷和色荷, 在  $p\bar{p}$  对撞机 (如 Tevatron) 上主要贡献来自  $q\bar{q}$  湮灭, 在  $pp$  对撞机 (如 LHC) 上主要贡献则来自  $gg$  碰撞. 由于海夸克和胶子的 PDF 随着因子化能标  $\mu_F$  的提高而增大, 强子对撞机上许多过程 (如对产生和 Higgs 粒子产生) 的截面会随着对撞能量的提高而增大, 如图 3.1 的右图所示.

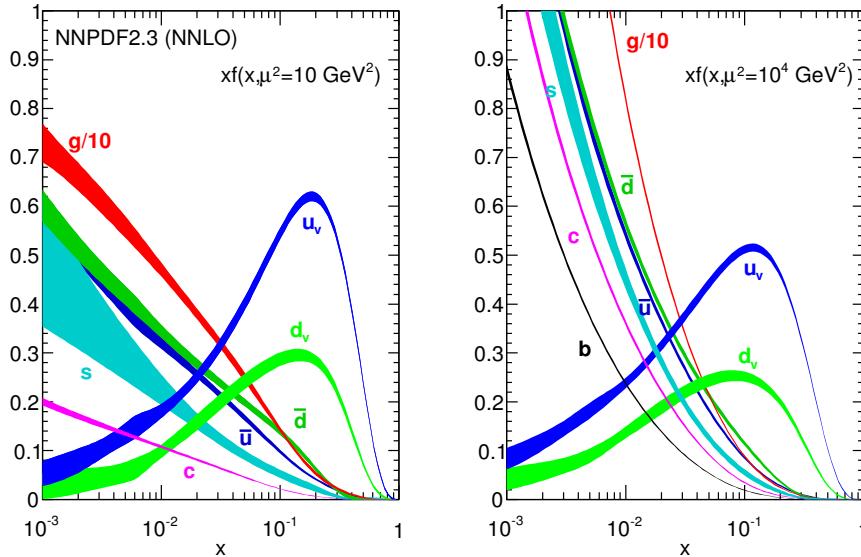


图 3.2: 质子 PDF [96]. 纵轴为  $xf(x, \mu_F^2)$ , 胶子对应的 PDF 已经除以 10. 左 (右) 图对应于  $\mu_F^2 = 10 \text{ GeV}^2$  ( $\mu_F^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$ ).

图 3.3 呈现了强子对撞机上的硬散射过程和软过程. 在强子对撞机上, 硬散射过程只由两个领头的部分子贡献, 其它部分子会发动量转移较小 (GeV 量级) 的散射, 属于软过程. 这些软过程引起的事例称为下层事例 (Underlying Event). 另外两类软过程是初态辐射和末态辐射. 它们在  $e^+e^-$  对撞机上也时有发生, 不过, 那里的初态辐射只能是光子辐射. 在强子对撞机上, 初末态辐射过程辐射出来的粒子主要是部分子.

硬散射末态中的部分子, 或来自初末态辐射的部分子, 如果动量较大, 会分

裂成两个部分子, 它们又可能会再度分裂. 分裂会一直发生下去, 直到分裂过程能标降至  $\mathcal{O}(\text{GeV})$ , 在此能标上, 强子化过程发生, 部分子被禁闭在强子中. 这种部分子分裂过程被称为部分子簇射 (Parton Shower). 不同于强子化过程, 部分子簇射过程可以用微扰 QCD 描述.

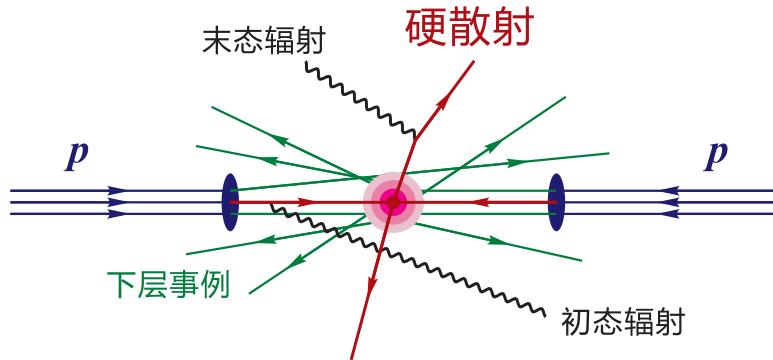


图 3.3: 强子对撞过程示意图.

### 3.3 探测器和粒子重建

稳定粒子在对撞点产生之后, 当然能够到达探测器. 另一方面, 对撞产生的不稳定粒子能否被探测器直接测量, 则取决于它们的寿命. 不稳定高能粒子在衰变之前运动的特征距离为

$$d = vt = \beta c \gamma \tau \simeq \gamma c \tau \simeq \gamma \left( \frac{\tau}{10^{-12} \text{ s}} \right) 300 \mu\text{m}, \quad (3.12)$$

其中  $\gamma = E/m$  是洛伦兹因子,  $\tau$  是粒子寿命.  $10^{-12} \text{ s}$  是一个关键的时间标度. 对探测器而言,  $\tau < 10^{-12} \text{ s}$  的粒子基本上是瞬时衰变的, 只能靠探测它的衰变产物将它重建出来. 这样的粒子包括  $\pi^0$ ,  $\rho^0$  和  $\rho^\pm$  等电磁衰变或强衰变为主的粒子, 以及  $Z^0$ ,  $W^\pm$ ,  $t$  和  $b$  等非常重的粒子.  $10^{-12} \text{ s} < \tau < 10^{-10} \text{ s}$  的粒子, 如  $B^0$ ,  $B^\pm$ ,  $D^0$ ,  $D^\pm$ ,  $\tau^\pm$  和  $K_S^0$  等, 可以运动一段探测器可分辨的距离之后再衰变, 形成与原初相互作用顶点 (Vertex) 分开的第二顶点. 第二顶点的测定有助于鉴别这类粒子.  $\tau > 10^{-10} \text{ s}$  的粒子可认为是相对稳定的, 通常能够深入探测器, 主要是弱衰变粒子, 包括  $\mu^\pm$ ,  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ ,  $n$ ,  $\Lambda$  和  $K_L^0$  等.

对撞机上粒子探测器的任务是测量粒子的能量  $E$  和动量  $\mathbf{p}$ , 进行粒子鉴别, 从而研究它们的产生过程. 通常称平行于束流的方向为纵向, 垂直于束流的方

向为横向. 粒子与束流方向的夹角定义为  $\theta$ , 范围为  $[0, \pi]$ . 不过, 经常用赝快度  $\eta$  来代替  $\theta$ , 它们之间的关系为

$$\eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2}, \quad \theta = 2 \tan^{-1}(e^{-\eta}), \quad (3.13)$$

而  $-\eta$  对应于  $\pi - \theta$ .  $\eta$  的一些常用数值与  $\theta$  的对应关系列于表 3.2 中. 在横向平面上取定一个参考方向, 可以定义方位角  $\phi$ , 范围为  $[0, 2\pi)$  或  $[-\pi, \pi)$ . 粒子  $i$  和粒子  $j$  在角度上的距离可用  $\Delta R_{ij}$  表示, 它的定义是

$$\Delta R_{ij} = \sqrt{(\eta_i - \eta_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2}. \quad (3.14)$$

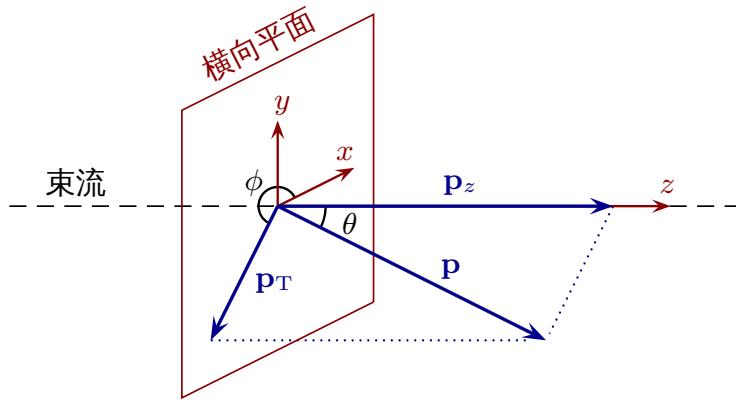
表 3.2:  $\eta$  与  $\theta$  的对应关系.

$\eta$	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	4	5	10
$\theta$	90°	62.5°	40.4°	25.2°	15.4°	9.4°	5.7°	2.1°	0.77°	0.005°
$\eta$	4.74	3.64	3.13	2.44	2.03	1.74	1.32	1.01	0.76	0.36
$\theta$	1°	3°	5°	10°	15°	20°	30°	40°	50°	70°

通常来说, 硬散射过程产生的粒子集中于  $\theta$  接近  $\pi/2$  的区域 (中心区), 而许多软过程产生的粒子集中于  $\theta$  接近 0 或  $\pi$  的区域 (朝前区). 如图 3.4 所示, 可以将粒子动量  $\mathbf{p}$  在横向平面上的投影定义为  $\mathbf{p}_T$ , 其模为  $p_T = |\mathbf{p}| \sin \theta$ .  $p_T$  较大的粒子常常来自于硬散射过程, 因此, 常用  $p_T$  而非  $E$  来为粒子排序. 粒子的能动量可由参数集  $\{\eta, \phi, p_T, m\}$  表征.

探测器一般设计成圆柱形 (即桶状), 中轴线为束流, 对撞点位于中心. 子探测器一层层排列, 从里到外, 一般包括顶点探测器、径迹探测器 (Tracker)、电磁量能器 (Electromagnetic Calorimeter, ECAL)、强子量能器 (Hadron Calorimeter, HCAL) 和  $\mu$  子探测器. 探测器上加有纵向磁场, 带电粒子运动时在横向上发生偏转, 提供额外的信息.

各子探测器的功能如下. 顶点探测器位于最里层, 任务是测定相互作用顶点的位置, 包括原初顶点和第二顶点. 径迹探测器负责测量带电粒子在磁场中的径迹和一定的电磁能损, 通过径迹的横向曲率半径可以定出带电粒子的动量.

图 3.4: 粒子动量  $\mathbf{p}$  的横向投影和纵向投影.

带电粒子在电磁量能器里面引发电磁簇射, 由此沉积的能量被电磁量能器测量出来. 质量小的粒子电磁能损比较大, 光子和电子的能量通常会完全沉积在电磁量能器中, 而  $\mu$  子沉积的能量却非常少. 强子量能器能使强子从中引发强子簇射, 将强子的能量完全沉积并测量出来.  $\mu$  子探测器位于最外层, 负责精确测量在其它探测器中都测量得不够好的  $\mu$  子.

通常来说, 由于束流位置和构造的原因, 探测器不能够覆盖全立体角, 而且在桶部与端盖衔接处探测效率会降低. 对于 LHC 上的探测器 ATLAS 和 CMS, 在纵向上, 径迹探测器的覆盖范围为  $|\eta| \lesssim 2.5$ , 电磁量能器的覆盖范围为  $|\eta| \lesssim 3$ , 强子量能器的覆盖范围为  $|\eta| \lesssim 5$ .

CMS 探测器的横截面如图 3.5 所示. 图中还标示了几类粒子在探测器中的行为. 电子在径迹探测器中留下径迹, 然后在电磁量能器中完全沉积能量. 光子没有径迹, 能量完全沉积在电磁量能器里面. 带电强子留下径迹, 在电磁量能器中留下部分能量, 在强子量能器中才将能量完全沉积下来. 中性强子没有径迹, 在电磁量能器中不沉积能量, 将能量都留在强子量能器中.  $\mu$  子有径迹, 在电磁量能器中沉积能量极少, 要通过最外层的  $\mu$  子探测器才能将它的能动量测量得足够精确. 在 CMS 的  $\mu$  子探测器处, 磁场与内层相反, 因而  $\mu$  子轨迹的弯曲方向也反过来了. 根据各种粒子在各个子探测器中的不同响应, 可以实现粒子鉴别. 对于某些粒子, 这些子探测器对物理量的测量实际上有点重复, 这样综合起来可以获得较高的精度.

如上一节所述, 动量较大的部分子会引起部分子簇射, 强子化之后形成一串

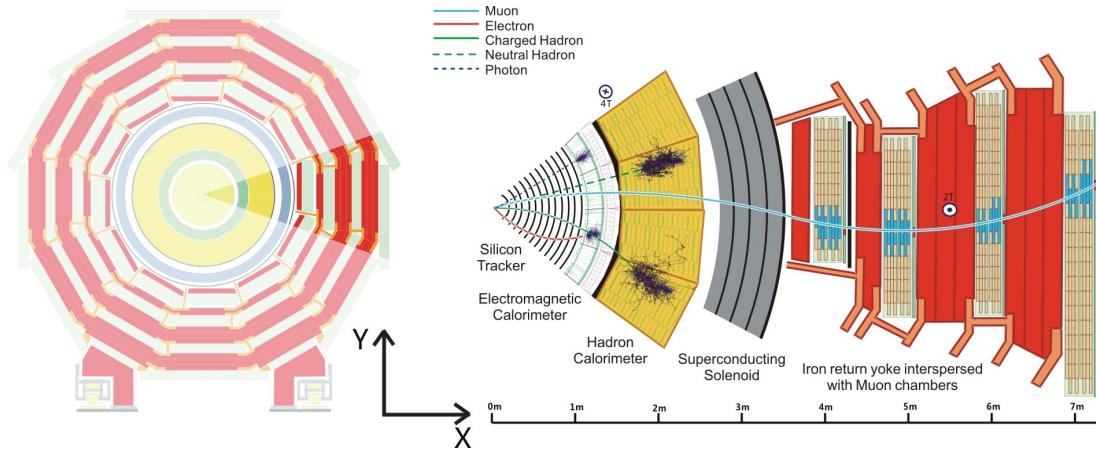


图 3.5: CMS 探测器示意图 [103].

方向几乎相同的粒子, 被称为喷注 (Jet). 这些粒子的动量之和被定义为喷注的动量, 它们的质心能量称为喷注的不变质量. 在实验中, 将喷注视作单独的物体, 以此模拟末态中的一个个高能部分子. 不过, 方向靠近的部分子引发的喷注可能在一定程度上有所交叠, 而下层事例也会污染喷注. 此外, 探测器并不能完全保证一个触发事例只来自于一次碰撞, 时间间隔和空间间隔接近的碰撞也可能会混入其中, 称为 pile-up 事例. 在 LHC 上, 随着亮度提高, pile-up 事例变得越来越多, 有可能污染喷注. 因此, 一个喷注并不完全对应于一个高能部分子.

另一方面, 喷注需要由喷注聚团算法 (Jet Clustering Algorithm) 来定义, 不同算法给出的喷注也不一样. 最简单明了的算法是各种圆锥算法 (Cone Algorithm) [104]. 它们先定义最小横向动量  $p_T^{\min}$  和圆锥张角  $R$ , 从某个种子 (Seed) 粒子  $i$  开始, 如果任意粒子  $j$  与粒子  $i$  的角度距离  $\Delta R_{ij}$  小于  $R$ , 就将它们与  $i$  的动量合并起来. 然后, 将总动量方向作为新的种子方向, 合并角度距离小于  $R$  的粒子. 继续进行下去, 直到圆锥内的粒子不再变化. 此时, 若稳定圆锥内粒子的总横向动量大于  $p_T^{\min}$ , 则将这些粒子视作一个喷注. 这些圆锥算法之间的不同在于种子的选择, 以及当两个圆锥交叠时如何决定一个粒子属于哪个喷注.

但是, 从种子出发的圆锥算法都存在一个问题. 若只使用高于某个动量阈值的粒子作为种子, 则算法是共线不稳定的 (Collinear Unsafe). 如果不强加这个阈值条件, 让任意粒子都能作为种子, 那么, 不能保证加入一个动量无穷小的粒子不会导致出现一个新的稳定圆锥, 算法是红外不稳定的 (Infrared Unsafe).

SISCone 算法 [105] 解决了这个问题, 因为它不采用种子.

另一类算法是各种依序组合算法 (Sequential Recombination Algorithm). 它们将 (伪) 粒子  $i$  和 (伪) 粒子  $j$  之间的距离定义为

$$d_{ij} = \min(k_{t,i}^{2p}, k_{t,j}^{2p}) \left( \frac{\Delta R_{ij}}{R} \right)^2, \quad (3.15)$$

其中  $k_{t,i}$  是  $i$  的横向动量,  $R$  是算法的角度距离参数. 此外, 还将  $i$  与束流的距离定义为  $d_{iB} = k_{t,i}^{2p}$ . 然后, 在所有  $d_{ij}$  和  $d_{iB}$  中找出最小的那一个. 如果它是一个  $d_{ij}$ , 就将  $i$  和  $j$  合并成一个伪粒子; 如果它是一个  $d_{iB}$ , 就将  $i$  移出粒子表并认为它是一个喷注. 不断操作, 直到所有粒子都被合成在喷注中. 最后, 只有横向动量大于  $p_T^{\min}$  的喷注被留下来. 在微扰论任意阶上, 各种依序组合算法都是红外和共线稳定的.

不同的依序组合算法由参数  $p$  表征.  $p = 1$  对应于  $k_t$  算法 [106, 107], 它将软粒子先组合起来;  $p = 0$  对应于 Cambridge-Aachen 算法 [108, 109], 它将角度距离近的粒子先组合起来;  $p = -1$  对应于 anti- $k_t$  算法 [110], 它将硬粒子先组合起来. 前两种算法, 包括 SISCone 算法, 得出的喷注经常具有不规则的边界. 只有 anti- $k_t$  算法得出的喷注是圆锥状的. 由于这个优势, anti- $k_t$  算法成为当前 LHC 实验的标准算法. 各种喷注聚团算法可以通过程序包 `FastJet` [111] 和 `SpartyJet` [112] 调用.

相比于轻夸克和胶子引起的喷注, 重夸克引起的喷注具有一些不同的特征, 善用这些特征可以对重夸克进行标记 (Tagging). 将  $b$  夸克引起的喷注辨识出来的过程称为  $b$  标记 ( $b$ -tagging), 标记出来的喷注称为  $b$  喷注 ( $b$ -jet). 在 LHC 上,  $b$  标记对一些过程的分析至关重要, 如  $h \rightarrow b\bar{b}$  分支比测量和  $t\bar{t}$  截面测量等.  $b$  喷注主要有两个特征有别于其它喷注. 一、 $b$  夸克强子化后生成  $B$  介子,  $B$  介子衰变导致出现第二顶点, 与原初顶点分隔一段距离. 二、 $b$  喷注中的软电子和软  $\mu$  子含量比其它喷注多. 对撞能量为 8 TeV 时, ATLAS 上  $b$  标记效率约为 60 – 80% [113].

$\tau$  轻子的强子衰变分支比为 64.7%, 强子衰变产物通常会被认定成喷注.  $\tau$  标记 ( $\tau$ -tagging) 的任务是将强子衰变的  $\tau$  子 (记为  $\tau_h$ ) 从喷注中辨识出来.  $\tau_h$  的衰变模式主要有两类, 第一类的产物中含有 1 个带电粒子 (1-prong 模式), 第二类的产物中含有 3 个带电粒子 (3-prong 模式), 因而在径迹探测器上分别形

成 1 条和 3 条径迹。利用这种特征，在 ATLAS 上进行适中（严格）的  $\tau$  标记，效率约为 60% (40%) [114]。

综上，通过粒子探测器的测量重建出来的物体主要是光子、正负电子、正负  $\mu$  子和喷注。如果使用标记方法，还可以辨识出  $b$  喷注和  $\tau_h$ 。此外，对于强子衰变的  $t$  夸克，可以使用  $t$  标记方法进行辨识 [115]，不过目前尚未普遍应用。

### 3.4 运动学变量

如上一节所述，进行粒子重建之后，可供使用的物理量有  $\gamma$ ,  $e^\pm$ ,  $\mu^\pm$  和喷注的  $\eta$ ,  $\phi$  和  $p_T$ 。利用这些物理量，可以组合出更为复杂的运动学变量，在分析中善加利用，能够很好地压低背景，提高信号显著性。接下来介绍一些常用的运动学变量。

#### (1) $\cancel{E}_T$

对撞机上的粒子探测器没有能力探测中微子和暗物质粒子，因而，如果一个事例中包含这些粒子，重建出来之后，总动量之和将与初态不同。在强子对撞机上，参与硬散射的两个部分子携带的动量是不确定的，故不能确定一个事例的初始纵向动量。于是，如果一个事例含有中微子或暗物质粒子，重建出来的总动量在横向平面上是不守恒的。对所有重建粒子的横向动量  $\mathbf{p}_T^i$  求和，定义

$$\mathbf{p}_T \equiv -\sum_i \mathbf{p}_T^i, \quad \cancel{E}_T \equiv |\mathbf{p}_T|, \quad (3.16)$$

其中， $\cancel{E}_T$  称为丢失的横向能量 (Missing Transverse Energy)，它实际上是丢失的横向动量  $\mathbf{p}_T$  的模。

在下面两章中，我们将会利用  $\cancel{E}_T$  作为识别暗物质粒子信号的重要变量，而末态中含有中微子的标准模型过程则是主要背景。在  $R$  宇称守恒的超对称模型中，LSP (经常是  $\tilde{\chi}_1^0$ ) 是暗物质候选粒子，也会引起较大的  $\cancel{E}_T$ 。一对超对称伴子在对撞机上产生之后，最终将衰变出两个 LSP。因此，较大的  $\cancel{E}_T$  也是超对称事例的重要特征。

#### (2) 不变质量 (Invariant Mass)

不稳定粒子  $P$  衰变之后，由于能动量守恒，产物粒子的不变质量将对应于

它的质量  $m_P$ . 测量出产物粒子的 4 维动量  $p_i$ , 它们的不变质量定义为

$$m_{\text{inv}} = \sqrt{\left( \sum_i p_i \right)^2} \quad (3.17)$$

在理想情况下, 得出的  $m_{\text{inv}}$  服从 Breit–Wigner 分布,  $\propto [(m_{\text{inv}}^2 - m_P^2)^2 + m_P^2 \Gamma_P^2]^{-1}$ . 测定这个分布, 就能得到  $P$  的质量  $m_P$  和宽度  $\Gamma_P$ .

然而, 在实际测量中, 产物粒子的动量测量不可能绝对精确, 背景事例也会混入信号事例中, 导致  $m_{\text{inv}}$  分布偏离 Breit–Wigner 分布. 此外, 如果用于重建的产物包含喷注,  $m_{\text{inv}}$  分布的变形会更加严重. 这一方面是因为喷注与它模拟的部分子不完全等同, 另一方面是因为喷注常常经历过含有中微子末态的衰变过程, 导致喷注的 4 维动量测量不够精确. 这些情况会影响  $m_P$  和  $\Gamma_P$  的重建精度.

### (3) 反冲质量 (Recoil Mass)

在  $e^+e^-$  对撞机上, 初态电子和正电子的能动量都是确定的, 利用这一点可以对某些过程构造反冲质量. 对于  $e^+ + e^- \rightarrow 1 + 2 + \dots + n$  过程, 粒子 1 的反冲质量定义为

$$m_{1,\text{rec}} = \sqrt{\left( p_{e^+} + p_{e^-} - \sum_{i=2}^n p_i \right)^2} \quad (3.18)$$

如此, 粒子 1 的测量可以不通过它的衰变产物, 而通过与它伴随产生的其它粒子. 在某些过程中, 这种测量可能会获得更好的精度.

一个典型例子如下. 当  $\sqrt{s} \sim 250$  GeV 时,  $e^+e^-$  对撞机上 Higgs 粒子的主要产生过程是  $e^+e^- \rightarrow Zh$ . 通过  $e^+e^-$  和  $\mu^+\mu^-$  两个衰变道可以很好地重建  $Z$  玻色子, 进而构造 Higgs 粒子的反冲质量. 虽然束流能量扩展会影响反冲质量峰宽度, 这种测量还是能够非常精确地确定 Higgs 粒子质量和  $Zh$  产生截面 [116].

### (4) $H_T$ 和 $m_{\text{eff}}$

一些新物理过程的末态含有多个高能喷注, 如超对称模型中的  $\tilde{g}\tilde{g}$ ,  $\tilde{g}\tilde{q}$  和  $\tilde{q}\tilde{q}$  产生过程. 这些喷注大多来自重粒子衰变,  $p_T$  较大, 为了与标准模型背景区分, 定义

$$H_T = \sum_i p_T^{j_i}, \quad (3.19)$$

其中  $p_T^{j_i}$  表示喷注  $j_i$  的横向动量.  $H_T$  是所有喷注横向动量的标量和, 这里的“所有”喷注一般只包含  $p_T$  大于某一阈值的喷注. 这类新物理过程的  $H_T$  分布会比标准模型背景更硬<sup>1</sup>, 从而, 对  $H_T$  设置阈值条件可以很好地压低背景.

如果要研究的过程末态中还包含暗物质候选粒子, 引起较大的  $\cancel{E}_T$ , 就可以将  $\cancel{E}_T$  也包含进来, 定义

$$m_{\text{eff}} = \cancel{E}_T + H_T. \quad (3.20)$$

这个变量在一定程度上反映了新物理过程的质量标度, 即“有效质量”. 利用它也能很好地区分背景和信号.

### (5) $m_T$

对于包含不可见粒子的两体衰变, 如  $W \rightarrow \ell\nu_\ell$  和  $\tilde{\chi}_1^\pm \rightarrow \pi^\pm \tilde{\chi}_1^0$ , 横向质量  $m_T$  是一个有用的变量. 考虑衰变  $P \rightarrow v + i$ ,  $v$  为可见粒子,  $i$  为不可见粒子,  $m_T$  定义为

$$m_T = \sqrt{m_v^2 + m_i^2 + 2(E_T^v E_T^i - \mathbf{p}_T^v \cdot \mathbf{p}_T^i)}, \quad (3.21)$$

其中,

$$E_T^v \equiv \sqrt{m_v^2 + |\mathbf{p}_T^v|^2}, \quad E_T^i \equiv \sqrt{m_i^2 + |\mathbf{p}_T^i|^2}. \quad (3.22)$$

依此定义,  $m_T \leq m_P$ , 因而  $m_P$  为  $m_T$  分布设置了边界.

在实际使用中,  $v$  粒子质量经常很小,  $i$  粒子质量要么为零要么不确定, 而其动量只能靠丢失的横向动量来推断, 故  $m_T$  的常用形式是

$$m_T = \sqrt{2(p_T^v \cancel{E}_T - \mathbf{p}_T^v \cdot \cancel{\mathbf{p}}_T)}. \quad (3.23)$$

对于包含一个不可见粒子的三体衰变, 用两个可见粒子的横向动量合成  $\mathbf{p}_T^v$ , 上面的表达式可继续使用.

$m_T$  变量在超对称粒子搜寻中比较有用. 对于包含  $W \rightarrow \ell\nu_\ell$  和  $t \rightarrow b\ell\nu_\ell$  衰变的标准模型背景,  $m_T$  分布的上边界分别只能达到  $m_W$  和  $m_t$  附近. 而超对称粒子一般比较重,  $m_T$  分布会扩展得比较宽.

对于末态有两个不可见粒子的过程,  $m_T$  变量也可以使用, 但不是很有效. 许多过程会同时产生一对正反粒子, 它们的衰变产物中各包含一个不可见粒

---

<sup>1</sup>一个分布比较“硬”, 指的是分布变量数值较大的地方事例相对较多, 比如, 此处指  $H_T$  较大的地方事例相对较多.

子, 例如标准模型过程  $W^+W^- \rightarrow \ell^+\ell^-\nu_\ell\bar{\nu}_\ell$  和  $t\bar{t} \rightarrow b\bar{b}\ell^+\ell^-\nu_\ell\bar{\nu}_\ell$ , 以及超对称过程  $\tilde{b}_1\tilde{b}_1^* \rightarrow b\bar{b}\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0$ . 此时,  $m_T$  的一些变种非常有用, 如  $m_{CT}$  和  $m_{T2}$ .

### (6) $m_{CT}$

对于包含两个可见粒子  $v_1$  与  $v_2$  和两个不可见粒子  $i_1$  与  $i_2$  的过程  $P_1P_2 \rightarrow v_1v_2i_1i_2$ , “contransverse mass”  $m_{CT}$  定义为 [117]

$$m_{CT} = \sqrt{(E_T^{v_1} + E_T^{v_2})^2 - (\mathbf{p}_T^{v_1} - \mathbf{p}_T^{v_2})^2} = \sqrt{m_{v_1}^2 + m_{v_2}^2 + 2(E_T^{v_1}E_T^{v_2} + \mathbf{p}_T^{v_1} \cdot \mathbf{p}_T^{v_2})}, \quad (3.24)$$

其中  $E_T^{v_1} \equiv \sqrt{m_{v_1}^2 + |\mathbf{p}_T^{v_1}|^2}$ ,  $E_T^{v_2} \equiv \sqrt{m_{v_2}^2 + |\mathbf{p}_T^{v_2}|^2}$ .  $m_{CT}$  本身并不代表某种质量, 但它的分布也有边界. 假如  $m_{v_1} = m_{v_2} = 0$ ,  $P_1$  与  $P_2$  互为反粒子, 质量为  $m_P$ ,  $i_1$  与  $i_2$  互为反粒子, 质量为  $m_i$ , 则当  $v_1$  与  $v_2$  的横向动量方向相同时,  $m_{CT}$  取得最大值, 为  $m_{CT}^{\max} = (m_P^2 - m_i^2)/m_P$ . 因此, 它也可以用来区分信号和背景.

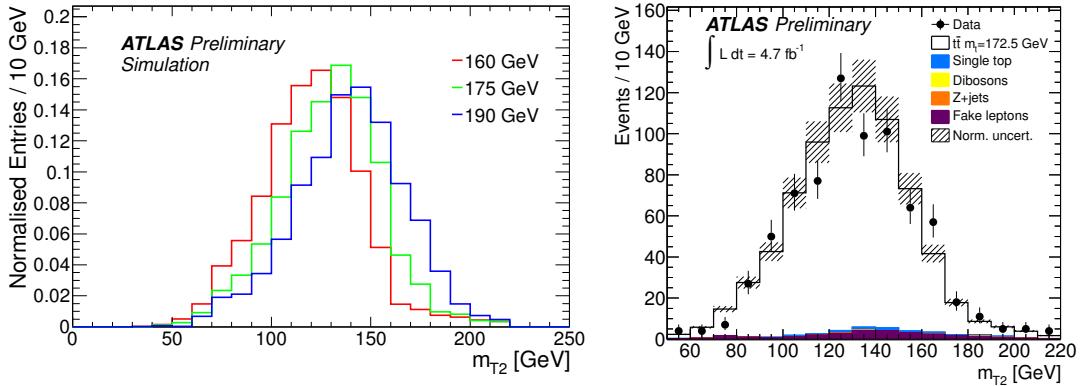


图 3.6: 利用  $m_{T2}$  变量测量  $t$  夸克质量 [118]. 左图为不同  $m_t$  对应的  $m_{T2}$  模拟分布, 右图为实验数据.

### (7) $m_{T2}$

对于包含两个可见粒子  $v_1$  与  $v_2$  和两个不可见粒子  $i$  与  $\bar{i}$  的过程  $P\bar{P} \rightarrow v_1v_2i\bar{i}$ , “stransverse mass”  $m_{T2}$  定义为 [119–121]

$$m_{T2}(\mu_i) = \min_{\mathbf{p}_T^1 + \mathbf{p}_T^2 = \mathbf{p}_T} \left\{ \max \left[ m_T(\mathbf{p}_T^{v_1}, \mathbf{p}_T^1; m_{v_1}, \mu_i), m_T(\mathbf{p}_T^{v_2}, \mathbf{p}_T^2; m_{v_2}, \mu_i) \right] \right\}, \quad (3.25)$$

其中  $\mu_i$  是事先设定的不可见粒子试验质量, 因而  $m_{T2}$  实际上是  $\mu_i$  的函数.  $\mathbf{p}_T^1$  和  $\mathbf{p}_T^2$  对应于  $\mathbf{p}_T$  的一种分解.  $m_T$  的定义与 (3.21) 式相同. 对于每一个事例,

$m_{T2}$  的计算要遍历  $\not{p}_T$  的所有分解方式, 从中找出最小值. 当试验质量  $\mu_i$  等于  $i$  粒子的真实质量  $m_i$  时,  $m_{T2}$  分布的上边界将等于母粒子质量  $m_P$ . 因此, 除了用于区分背景和信号,  $m_{T2}$  变量也用于测量母粒子质量.

使用  $\sqrt{s} = 7$  TeV 的实验数据, 并利用  $m_{T2}$  变量, ATLAS 合作组在  $e\mu$  道测量了  $t$  夸克质量 [118]. 测量原理如图 3.6 中左图所示, 不同的  $m_t$  给出的  $m_{T2}$  分布明显不同, 质量越大分布越靠右. 右图画出了实验数据点与模拟出来的背景和信号分布. 得出的测量结果为  $m_t = 175.2 \pm 1.6(\text{stat.})^{+3.1}_{-2.8}(\text{syst.})$  GeV.

上述运动学变量有的定义简单, 有的定义复杂, 而且用途不一. 一般来说, 运动学变量必须定义良好, 能够逐事例构造, 最好计算效率比较高. 在实际分析过程中, 要先寻找背景和信号的特征, 再选用合适的运动学变量.

### 3.5 蒙特卡洛模拟

蒙特卡洛 (Monte Carlo) 方法以概率和统计理论为指导, 使用 (伪) 随机数来解决复杂的计算问题. 对撞机上的物理过程很多, 微分截面形式复杂, 因而蒙特卡洛方法被广泛用于积分和模拟. 另一方面, 探测器性能研究, 实验数据与理论计算的比较, 也需要用到蒙特卡洛模拟.

#### 3.5.1 蒙特卡洛积分和模拟

假设函数  $f$  定义在多维立方体  $V$  上, 从  $V$  中均匀地随机抽取  $N$  个点  $x_1, x_2, \dots, x_N$ , 则蒙特卡洛积分方法按下式估算  $V$  上  $f$  的积分 [122]:

$$\int f dV \simeq V \langle f \rangle \pm V \sqrt{\frac{\langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2}{N}}, \quad (3.26)$$

其中

$$\langle f \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i), \quad \langle f^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f^2(x_i), \quad (3.27)$$

而  $V \sqrt{(\langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2) / N}$  是对积分结果标准偏差的估计. 可以看到, 抽取的点越多, 积分值越精确. 更进一步, 为了提高积分精度和计算效率, 需要分析被积函数的取值范围和变化情况, 进行重点抽样 (Importance Sampling) 和分层抽样 (Stratified Sampling).

抽取出来的这些点称为加权事例 (Weighted Event), 每个事例的权重是它对应的函数值. 如果依据权重来随机丢弃事例, 权重越小, 丢弃的概率越大, 那么, 丢弃操作结束后剩下的事例就称为未加权事例 (Unweighted Event). 未加权事例反映了真实的分布, 即函数  $f$  的分布. 蒙特卡洛模拟指的是用未加权事例来描述真实过程的事例分布.

下面以一个物理过程为例说明蒙特卡洛积分和模拟. 假设暗物质粒子  $\chi$  是狄拉克费米子, 它通过以下有效算符与光子相互作用:

$$\mathcal{O}_{\chi\chi\gamma\gamma} = \frac{1}{\Lambda^3} \bar{\chi} i\gamma_5 \chi F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (3.28)$$

从而, 在  $e^+e^-$  对撞机上, 对于一对暗物质粒子和一个光子的产生过程  $e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow \gamma(k_3) + \chi(k_4) + \bar{\chi}(k_5)$ , 截面为

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{1}{256\pi^4\beta_e} \int_{m_\chi^2/s}^{(\sqrt{s}-m_\chi)^2/s} dy_{35} \int_0^\pi \sin\theta_4 d\theta_4 \int_0^\pi \sin\theta_3 d\theta_3 \\ & \times \int_0^{2\pi} d\phi_3 \frac{|\mathbf{k}_4||\mathbf{k}_3|^2}{\sqrt{s}(y_{35}s - m_\chi^2)} \frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2, \end{aligned} \quad (3.29)$$

而

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 = \frac{128\pi\alpha}{\Lambda^6} |\mathbf{k}_3|^2 (k_4 \cdot k_5 + m_\chi^2) \left( 1 + \beta_e^2 \cos^2\theta_3 + \frac{4m_e^2}{s} \right). \quad (3.30)$$

其中,  $\beta_e = \sqrt{1 - 4m_e^2/s}$ ,  $y_{35} = s_{35}/s$ ,  $s_{35} = (k_3 + k_5)^2$ , 而

$$|\mathbf{k}_3| = \frac{s_{35} - m_\chi^2}{2[k_{35}^0 + |\mathbf{k}_4|(\sin\theta_4 \sin\theta_3 \cos\phi_3 + \cos\theta_4 \cos\theta_3)]}, \quad (3.31)$$

$$k_{35}^0 = \frac{s + s_{35} - m_\chi^2}{2\sqrt{s}}, \quad k_4^0 = \frac{s + m_\chi^2 - s_{35}}{2\sqrt{s}}, \quad (3.32)$$

$$|\mathbf{k}_4| = \frac{1}{2\sqrt{s}} \sqrt{\left[ s - (\sqrt{s_{35}} + m_\chi)^2 \right] \left[ s - (\sqrt{s_{35}} - m_\chi)^2 \right]}, \quad (3.33)$$

$$k_4 \cdot k_5 = k_4^0 k_5^0 + |\mathbf{k}_4|^2 + |\mathbf{k}_4||\mathbf{k}_3|(\sin\theta_4 \sin\theta_3 \cos\phi_3 + \cos\theta_4 \cos\theta_3), \quad (3.34)$$

$$k_5^0 = \sqrt{m_\chi^2 + |\mathbf{k}_4|^2 + |\mathbf{k}_3|^2 + 2|\mathbf{k}_4||\mathbf{k}_3|(\sin\theta_4 \sin\theta_3 \cos\phi_3 + \cos\theta_4 \cos\theta_3)}. \quad (3.35)$$

可以看到, 这个截面的表达式比较复杂, 而且有 4 重积分, 需要采用数值积分方法来计算. 当积分函数形式复杂且积分重数较多时, 各种蒙特卡洛积分方法的效率比其它数值积分方法要高很多. `vegas` 是一个具有重点抽样和分层抽样功能的自适应蒙特卡洛积分程序 [123]. 在这里, 我采用 `vegas` 程序来进行积分, 并将积分时随机抽取的相空间点拿出来, 组成加权事例样本, 然后依据权重随机丢弃事例, 构成未加权事例样本.

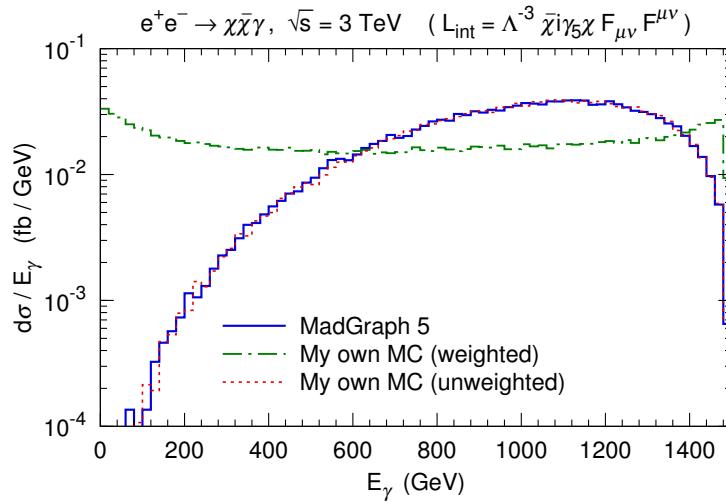


图 3.7: 模拟出来的微分截面随光子能量的分布.

对于  $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ , `vegas` 计算出来的截面为  $27.107 \text{ fb}$ . 另外, 我也通过高能物理蒙特卡洛工具 `Madgraph 5` [124] 计算了同一过程, 截面结果为  $27.108 \text{ fb}$ , 两种方法的结果是一致的. 模拟出来的微分截面随光子能量的分布如图 3.7 所示. 绿色点划线是加权事例的分布. 红色点线是未加权事例的分布, 它与 `Madgraph 5` 给出的分布 (蓝色实线) 基本重合.

### 3.5.2 高能物理蒙特卡洛工具

下面介绍高能物理唯象学一些常用的蒙特卡洛工具. 应用这些工具, 我们就能从理论模型拉氏量出发, 计算各种过程的截面和分布, 考虑部分子簇射和强子化过程, 合成喷注, 进行探测器模拟. 得出的模拟事例可以拿来跟实验数据比较, 也可以用来估计未来实验的信号显著性和物理量测量精度.

`FeynRules` [125] 是一个 `Mathematica` 程序包. 通过它能够建立自定义的

粒子模型, 先定义模型中的场、规范群和参数, 再写下拉氏量, 然后输出成各种蒙特卡洛产生器能够识别的模型文件格式.

能够计算截面并给出模拟样本的蒙特卡洛产生器有很多, 如 `MadGraph` [124], `CalcHep/CompHep` [126, 127], `Sherpa` [128], `Whizard` [129], `PYTHIA` [130, 131], `HERWIG` [132, 133] 和 `ALPGEN` [134] 等. 其中, `MadGraph`, `CalcHep/CompHep`, `Sherpa` 和 `Whizard` 属于自动矩阵元生成器, 它们在处理某个过程时, 先由模型文件自动生成费曼图, 再计算截面. 另一方面, `PYTHIA`, `HERWIG` 和 `Sherpa` 属于通用生成器, 它们能够独立描述全过程, 包含硬散射、部分子簇射、强子化和下层事例. 只能描述硬散射的产生器, 通常会接上 `PYTHIA` 或 `HERWIG` 来完成全过程描述.

一般来说, 硬散射过程由矩阵元方法计算. 这种方法在固定阶计算时存在红外发散和共线发散的问题, 需要对末态施加一些阈值条件才能避免发散. 另一方面, 部分子簇射算法是依据红外和共线近似建立的, 不能正确描述硬发射过程. 因此, 需要将矩阵元方法和部分子簇射算法结合起来, 适当分配各自适用的相空间区域, 才能正确地描述硬过程和软过程. 这个步骤被称为矩阵元—部分子簇射匹配 (ME+PS matching). 匹配方法主要包括 `CKKW` 方法 [135]、`CKKW-L` 方法 [136] 和 `MLM` 方法 [137].

实验分析要进行完整的探测器模拟, 步骤较多, 耗时较长. 对于唯象学研究, 使用参数化的快速探测器模拟工具就足够了, 这些工具包括 `Delphes` [138], `PGS` [139] 和 `AcerDET` [140]. 它们会模拟探测器各部分的接收度、效率和能动量测量误差等. 进行模拟时, 量能器的能量分辨经常被参数化成 [138]

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{a(\eta)}{\sqrt{E/\text{GeV}}} \oplus \frac{b(\eta)}{E/\text{GeV}} \oplus c(\eta) \equiv \sqrt{\frac{a(\eta)^2}{E/\text{GeV}} + \frac{b(\eta)^2}{(E/\text{GeV})^2} + c(\eta)^2}, \quad (3.36)$$

其中,  $a$ ,  $b$  和  $c$  分别对应于随机项、噪声项和常数项, 它们是赝快度  $\eta$  的函数. 对于进入量能器的粒子和喷注, 这些工具会根据这个表达式改变它们的能量, 以此模拟测量的不确定性.



## 第四章 正负电子对撞机上的暗物质有效相互作用研究

相比于强子对撞机, 正负电子对撞机不会受到大量强作用过程的影响, 标准模型背景比较干净, 适合对物理过程进行精确测量. 不过, 对撞能量相对较低, 探测质量较大的粒子会比较困难. 设想中的未来高能  $e^+e^-$  对撞机实验有 CEPC, TLEP, ILC 和 CLIC, 对撞能量从 240 GeV 到 3 TeV. 通过丢失能量 (Missing Energy,  $\cancel{E}$ ) 信号, 可以在这些对撞机上研究暗物质粒子产生过程 [141–147]. 在本章中, 我们将会考查它们对暗物质粒子的搜寻能力.

$e^+e^-$  对撞机对暗物质与  $e^\pm$  的相互作用和暗物质与电弱规范玻色子的相互作用比较灵敏. 我们用有效算符描述这些相互作用, 通过单光子 (monophoton) 和单  $Z$  (mono- $Z$ ) 两个搜寻道研究对撞机探测能力, 分别叙述在 4.1 节和 4.2 节之中.

### 4.1 Monophoton 搜寻道

在树图水平上, 一般认为暗物质粒子与光子没有直接耦合, 否则它们就应该属于发光物质了. 不过, 在圈图水平上, 一对暗物质粒子有可能湮灭到一对光子 [148–150]. 由于圈图压低, 湮灭截面比较小, 不会违背基本观测事实. 当今星系中的暗物质粒子是非相对论性的, 因而这种湮灭会产生几乎单能的光子, 能量为暗物质粒子质量  $m_\chi$  的一半. 从观测天文学的角度来看, 这种信号是线谱信号. 普通天体物理过程基本上不会引起 GeV 能量以上的线谱发射, 因此, 这类信号如果在间接探测实验中被观测到, 将是暗物质湮灭的决定性证据.

2012 年, 一些研究组在分析 Fermi-LAT 伽马射线数据时发现, 银心区域可能存在能量  $\sim 130$  GeV 的线谱信号 [151–155], 局域显著性达到  $3 - 4\sigma$ , 如果用暗物质湮灭来解释, 湮灭截面为  $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle \sim 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ . 信号的能谱和空间分布如图 4.1 所示. 在左图中, 实验数据点表示为黑色, 绿色条形是不加入暗物质湮灭贡献时的最佳拟合, 红色条形是加入暗物质贡献后的最佳拟合, 而蓝色点线单独标示出暗物质引起的线谱分量. 可以看到,  $\sim 130$  GeV 处的线谱信号比较明显. 右图是减除背景之后  $120 - 140$  GeV 范围内的光子空间分布, 光子明显聚集在银心区域 (图的中心) 附近.

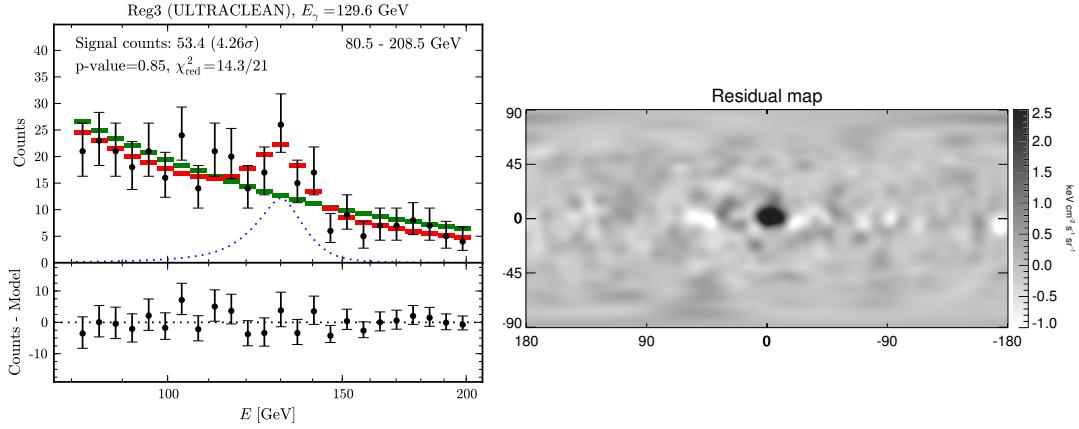


图 4.1: 银心疑似线谱信号的能谱 (左) [152] 和空间分布 (右) [155].

后来, Fermi-LAT 合作组本身分析积累了 3.7 年的数据, 他们发现, 虽然线谱信号的局域显著性在 133 GeV 处达到  $3.3\sigma$ , 转换为全局显著性却只有  $1.6\sigma$ . 他们认为不能确证这个信号, 因而为暗物质湮灭设置了截面上限 [156]. 一些研究表明, 此线谱信号也可能源于系统误差 [157], 或者其它天体物理源 [158].

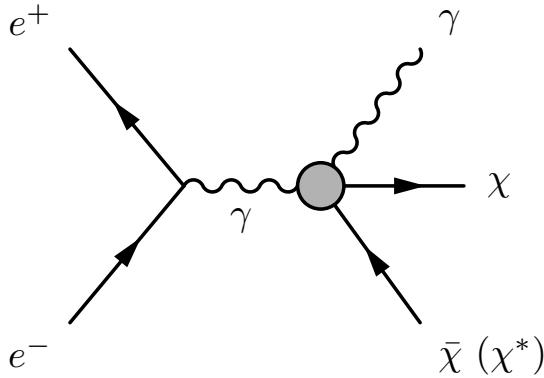


图 4.2:  $e^+e^-$  对撞机上 monophoton 过程  $e^+e^- \rightarrow \chi\chi\gamma$  的费曼图.

另一方面, 如果暗物质能够通过  $\chi\chi \rightarrow \gamma\gamma$  过程造成线谱信号, 在  $e^+e^-$  对撞机上就会引起  $e^+e^- \rightarrow \chi\chi\gamma$  过程, 如图 4.2 所示. 由于暗物质粒子不能被探测器测量出来, 这个过程会表现为丢失能量和单光子末态, 即 monophoton 信号 ( $\gamma + \cancel{E}$ ). 于是, 在未来  $e^+e^-$  对撞机上有可能通过这个过程来验证疑似线谱信号. 接下来, 我们研究通过 monophoton 搜寻道探测暗物质粒子的灵敏度.

### 4.1.1 实验灵敏度

我们用有效算符来描述暗物质粒子与光子的相互作用. 如果暗物质粒子是狄拉克费米子, 相互作用可通过算符

$$\mathcal{O}_F = \frac{1}{\Lambda^3} \bar{\chi} i \gamma_5 \chi F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \quad (4.1)$$

发生. 如果暗物质粒子是复标量粒子, 则考虑算符

$$\mathcal{O}_S = \frac{1}{\Lambda^2} \chi^* \chi F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (4.2)$$

其中,  $\Lambda$  是截断能标, 决定相互作用的强弱. 这两个算符满足以下条件: (1) 暗物质粒子是标准模型规范群单态; (2) 相互作用满足  $U(1)$  电磁规范不变性; (3) 相互作用中  $CP$  守恒. 一个完整模型如果包含一个耦合到暗物质粒子的带电重粒子, 就可以自然地导出这样的算符. 对于费米子暗物质, 另一个可能的算符是  $\bar{\chi} \chi F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ , 但它引起  $p$  波湮灭, 受到严重的速度压低, 不适合解释线谱信号.

对于银河系中非相对论性的暗物质粒子, 算符  $\mathcal{O}_F$  和  $\mathcal{O}_S$  引起的湮灭截面分别为

$$\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle_{\chi \bar{\chi} \rightarrow 2\gamma} \simeq \frac{4m_\chi^4}{\pi \Lambda^6} = 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \left( \frac{m_\chi}{130 \text{ GeV}} \right)^4 \left( \frac{1272 \text{ GeV}}{\Lambda} \right)^6, \quad (4.3)$$

$$\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle_{\chi \chi^* \rightarrow 2\gamma} \simeq \frac{2m_\chi^2}{\pi \Lambda^4} = 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \left( \frac{m_\chi}{130 \text{ GeV}} \right)^2 \left( \frac{3348 \text{ GeV}}{\Lambda} \right)^4. \quad (4.4)$$

根据量纲分析, 质量量纲为  $n$  的算符引起的  $s$  波湮灭截面正比于  $m_\chi^{2(n-5)} \Lambda^{-2(n-4)}$ .  $\mathcal{O}_F$  量纲为 7,  $\mathcal{O}_S$  量纲为 6, 因此,  $\mathcal{O}_F$  引起的湮灭受截断能标压低更为严重. 对于固定的  $m_\chi$ , 为了得到相同的截面值,  $\mathcal{O}_F$  中的  $\Lambda$  更小, 意味着耦合更强.

在  $\gamma + \not{E}$  搜寻道中, 标准模型过程  $e^+ e^- \rightarrow \nu \bar{\nu} \gamma$  是不可约背景 [159], 因为中微子与暗物质粒子一样不能被探测器测出来. 如图 4.3 所示, 这个背景包括两类过程, 一类含有  $s$  道  $Z$  传播子 (即  $e^+ e^- \rightarrow Z(\rightarrow \nu \bar{\nu}) \gamma$  过程), 另一类含有  $t$  道  $W$  传播子. 另一个比较重要的背景是  $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \gamma$ . 当末态正负电子未被探测到时, 这个背景混入信号之中. 这可能是因为末态正负电子能量太低, 也可能因为它们不在探测器接收范围内.

为了估计暗物质信号  $e^+ e^- \rightarrow \chi \chi \gamma$  的探测灵敏度, 我们进行了蒙特卡

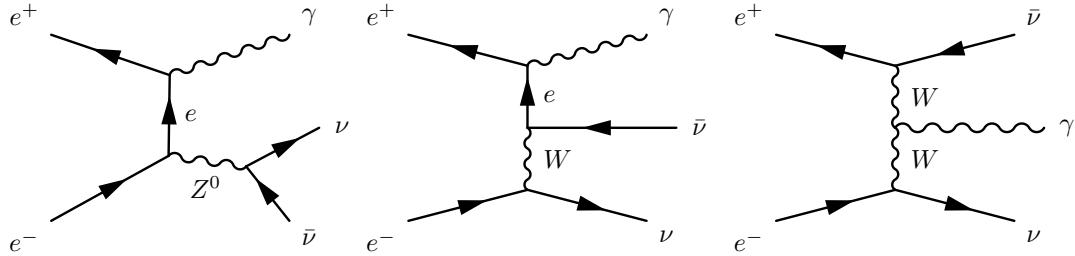


图 4.3: 标准模型过程  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  费曼图示例.

洛模拟. 考虑 4 个对撞能量点,  $\sqrt{s} = 250$  GeV, 500 GeV, 1 TeV 和 3 TeV, 分别对应于 Higgs 工厂 (CEPC 或 TLEP)、典型的 ILC、升级后的 ILC 和 CLIC. 通过 `FeynRules` [125] 在标准模型的基础上添加暗物质粒子和耦合, 再由 `MadGraph 5` [124] 生成模拟样本, 然后输入 `PGS 4` [139] 进行快速探测器模拟. 模拟时, 将电磁量能器的能量分辨假设为

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{16.6\%}{\sqrt{E/\text{GeV}}} \oplus 1.1\%. \quad (4.5)$$

这一假设参考了 ILD 探测器的设计 [160].

为了压低标准模型背景, 我们对模拟样本应用以下事例筛选条件.

**Cut 1:** 要求末态包含 1 个光子 ( $\gamma$ ), 且满足  $E_\gamma > 10$  GeV 和  $10^\circ < \theta_\gamma < 170^\circ$ ; 若事例中包含其它粒子, 满足  $E > 10$  GeV 和  $10^\circ < \theta < 170^\circ$ , 或者满足  $E > 50$  GeV 和  $3^\circ \leq \theta \leq 177^\circ$ , 则剔除这个事例.

这个条件挑选了所谓的  $\gamma + \cancel{E}$  事例. 为了可靠地识别 1 个光子, 要求它能量足够高, 且不接近于束流. 排除其它粒子的操作可以有效避开  $e^+e^-\gamma$  及其它背景的干扰. 以  $\sqrt{s} = 500$  GeV 为例, 我们使用通过 Cut 1 的背景和信号事例, 画出关于  $E_\gamma$ ,  $p_T^\gamma$ ,  $\theta_\gamma$  和  $m_{\text{miss}}$  的微分截面分布, 如图 4.4 所示. 这里, “丢失质量 (Missing Mass)”  $m_{\text{miss}}$  定义为

$$m_{\text{miss}} = \sqrt{(p_{e^-} + p_{e^+} - p_\gamma)^2}, \quad (4.6)$$

其中  $p_{e^-}$  ( $p_{e^+}$ ) 是束流电子 (正电子) 的 4 维动量.  $m_{\text{miss}}$  实际上是相对于光子的反冲质量. 对于图中费米子 (标量) 暗物质的信号分布, 已假设  $\Lambda = 200$  GeV 和  $m_\chi = 100$  (50) GeV.

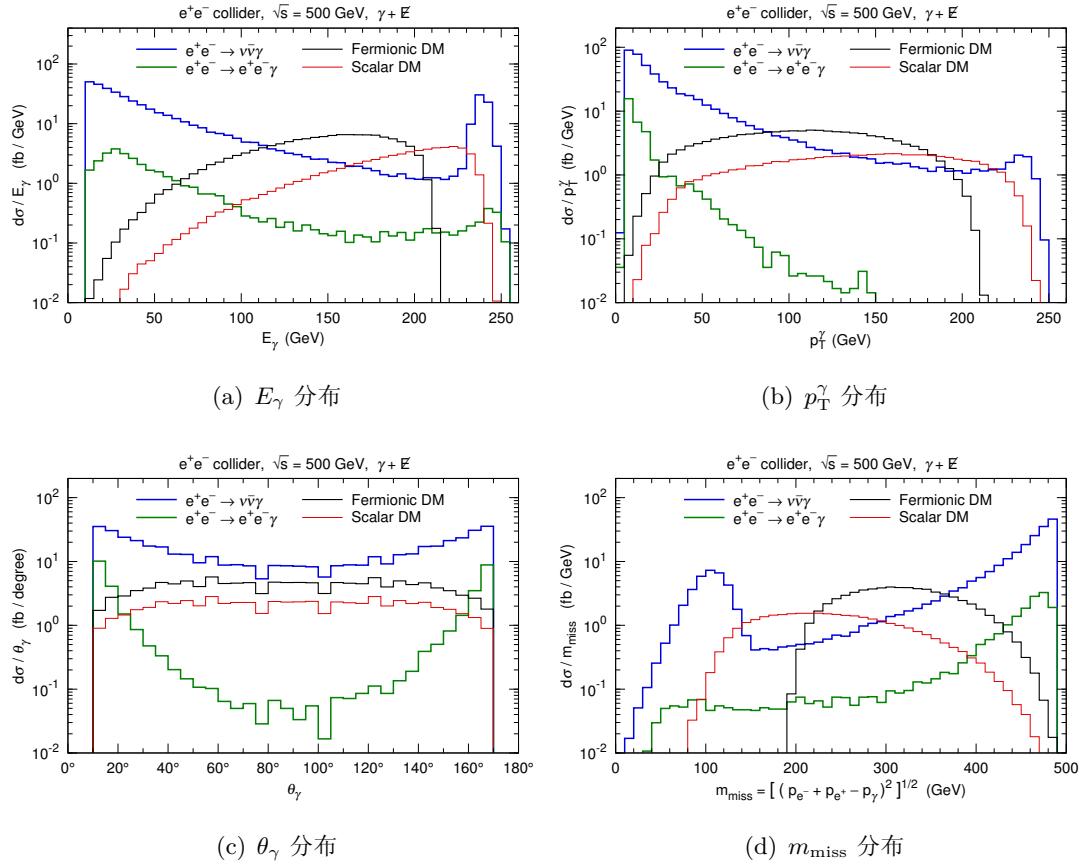


图 4.4:  $\sqrt{s} = 500$  GeV 时,  $\gamma + \not{E}$  搜寻道中背景和信号在各个运动学变量上的微分截面分布 [161].

**Cut 2:** 当  $\sqrt{s} = 250$  (500) GeV 时, 剔除  $70$  ( $50$ ) GeV  $< m_{\text{miss}} < 110$  ( $130$ ) GeV 的事例. 当  $\sqrt{s} = 1$  ( $3$ ) TeV 时, 剔除  $m_{\text{miss}} < 200$  ( $500$ ) GeV 的事例.

从图 4.4(a) 和 4.4(d) 中可以看到,  $\nu\bar{\nu}\gamma$  背景的  $E_\gamma$  和  $m_{\text{miss}}$  分布分别在 240 GeV 和 100 GeV 附近存在一个峰. 这两个峰是相关的. 对于来自  $e^+e^- \rightarrow Z(\rightarrow \nu\bar{\nu})\gamma$  过程的事例,  $E_\gamma \simeq (s - m_Z^2)/(2\sqrt{s})$ , 而  $m_{\text{miss}} \simeq m_Z$ . 因此, Cut 2 排除了来自  $Z(\rightarrow \nu\bar{\nu})\gamma$  的背景. 当对撞能量提升时, 受光子能量测量误差影响,  $m_{\text{miss}}$  分布的峰会变宽, 因而我们扩大了排除范围.

由于  $Z(\rightarrow \nu\bar{\nu})\gamma$  过程包含  $s$  道  $Z$  传播子, 随着  $\sqrt{s}$  的提高, 截面下降得很快. 对于  $\sqrt{s} = 1$  TeV 和 3 TeV, 这部分背景的贡献已经可以忽略了, 主要背景是包含  $t$  道  $W$  传播子的过程. 不过, 在下一小节中, 我们会考虑用极化束流来

压低  $t$  道  $W$  传播子费曼图的贡献, 这时  $Z(\rightarrow \nu\bar{\nu})\gamma$  过程的分量变重, Cut 2 仍然比较有效.

**Cut 3:** 要求光子满足  $30^\circ < \theta_\gamma < 150^\circ$ .

**Cut 4:** 要求光子满足  $p_T^\gamma > \sqrt{s}/10$ .

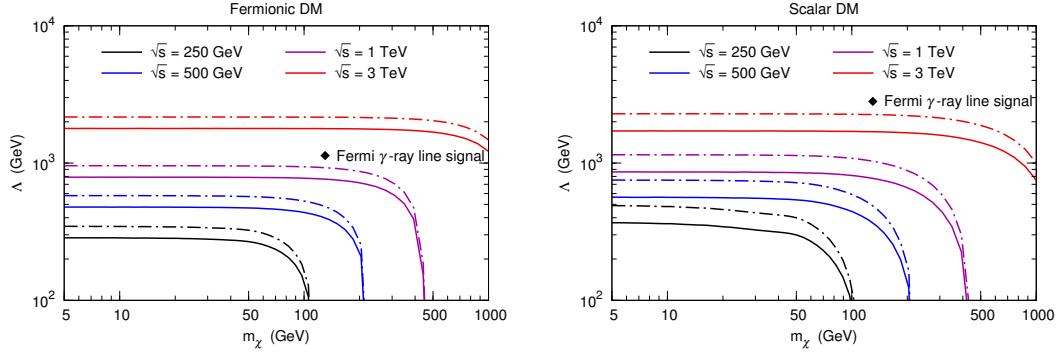
在  $\nu\bar{\nu}\gamma$  和  $e^+e^-\gamma$  背景中, 光子主要来自于初态辐射, 因而能量相对较低, 且倾向于束流方向, 如图 4.4(a), 4.4(b) 和 4.4(c) 中分布所示. 另一方面, 信号中的光子能量比较高,  $\theta_\gamma$  分布也较为平坦. 从而, Cut 3 和 Cut 4 在排除了大部分  $\nu\bar{\nu}\gamma$  事例和绝大多数  $e^+e^-\gamma$  事例的同时, 没有损失太多信号事例.

应用这些筛选条件之后, 背景受到有效压低. 在表 4.1 中, 我们假设积分亮度为  $1 \text{ fb}^{-1}$ , 列出各次事例筛选过后背景和信号的截面及信号显著性. 这里, 信号显著性定义为  $S/\sqrt{B}$ , 其中  $S$  为信号事例数,  $B$  为总的背景事例数. 可见, Cut 2, Cut 3 和 Cut 4 使  $\nu\bar{\nu}\gamma$  背景降低了 1 个量级,  $e^+e^-\gamma$  背景降低了 2 个量级, 而信号的损失比较少, 显著性明显提升.

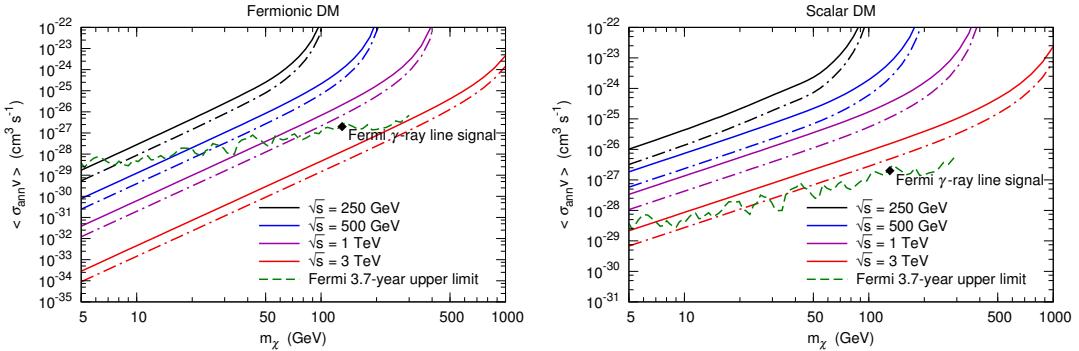
表 4.1:  $\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$  时, 各次事例筛选过后背景和信号的截面  $\sigma$  及信号显著性  $S/\sqrt{B}$ .

	$\nu\bar{\nu}\gamma$	$e^+e^-\gamma$	费米子暗物质	标量暗物质		
	$\sigma (\text{fb})$	$\sigma (\text{fb})$	$\sigma (\text{fb})$	$S/\sqrt{B}$	$\sigma (\text{fb})$	$S/\sqrt{B}$
Cut 1	2415.2	173.0	646.8	12.7	321.4	6.3
Cut 2	2102.5	168.6	646.8	13.6	308.2	6.5
Cut 3	1161.1	16.8	538.0	15.7	255.9	7.5
Cut 4	254.5	1.9	520.7	32.5	253.9	15.8

图 4.5 给出了  $m_\chi$ - $\Lambda$  平面上的  $3\sigma$  灵敏度曲线, 其中左图和右图分别对应于费米子暗物质和标量暗物质. 实线(点划线)是假设积分亮度为  $100 \text{ fb}^{-1}$  ( $1000 \text{ fb}^{-1}$ ) 时得到的灵敏度. 实心菱形表示 Fermi-LAT 疑似线谱信号对应的参数点. 可以看到, 对于费米子暗物质而言, 在  $\sqrt{s} = 1 \text{ TeV}$  的对撞机上采集  $1000 \text{ fb}^{-1}$  数据还不足以探测到线谱信号对应参数点, 而在  $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$  的对撞机上采集  $100 \text{ fb}^{-1}$  数据就能很轻易地探测到了. 对于标量暗物质, 由于线谱信号对应的截断能标比较高, 在  $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$  的对撞机上采集  $1000 \text{ fb}^{-1}$  数据, 要检验到这个参数点还比较困难.

图 4.5:  $m_\chi$ - $\Lambda$  平面上的  $3\sigma$  灵敏度曲线 [161].

将  $3\sigma$  灵敏度曲线转换到  $m_\chi$ - $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle$  平面上, 如图 4.6 所示. 同样, 左图对应费米子暗物质, 右图对应标量暗物质. 实线、点划线和实心菱形的意义与图 4.5 相同. 图中还用绿色虚线画出 Fermi-LAT 观测为湮灭截面设置的上限 (95% 置信度) [156]. Fermi-LAT 合作组在分析数据时假定暗物质是正反粒子全同的, 考虑到这里暗物质正反粒子不同的情况, 我们将这个上限乘以 2 再画入图中. 比较一下可以发现, 对于费米子暗物质来说,  $e^+e^-$  对撞机的探测能力在低质量处能够轻易超越 Fermi-LAT, 但对标量暗物质就比较困难了.

图 4.6:  $m_\chi$ - $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle$  平面上的  $3\sigma$  灵敏度曲线 [161].

#### 4.1.2 极化束流

在未来  $e^+e^-$  对撞机 (如 ILC) 上, 有可能采用极化束流. 标准模型的电弱部分具有手征性, 采用适当的束流极化有助于压低标准模型背景. 对于这里讨论的情况, 极化束流能够用于压低  $\nu\bar{\nu}\gamma$  背景 [162].

采用极化束流之后,  $e^+e^-$  对撞机上某个过程的截面可表达为 [163]

$$\sigma(P_{e^-}, P_{e^+}) = \frac{1}{4} [(1 + P_{e^-})(1 + P_{e^+})\sigma_{RR} + (1 - P_{e^-})(1 - P_{e^+})\sigma_{LL} \\ + (1 + P_{e^-})(1 - P_{e^+})\sigma_{RL} + (1 - P_{e^-})(1 + P_{e^+})\sigma_{LR}], \quad (4.7)$$

其中,  $P_{e^\pm}$  是  $e^\pm$  束流极化度.  $P_{e^\pm} > 0$  ( $P_{e^\pm} < 0$ ) 表明右(左)手极化为主.  $\sigma_{RL}$  是完全右手极化的  $e^-$  束流 ( $P_{e^-} = +1$ ) 和完全左手极化的  $e^+$  束流 ( $P_{e^+} = -1$ ) 对应的截面.  $\sigma_{LR}$ ,  $\sigma_{RR}$  和  $\sigma_{LL}$  的定义类似.

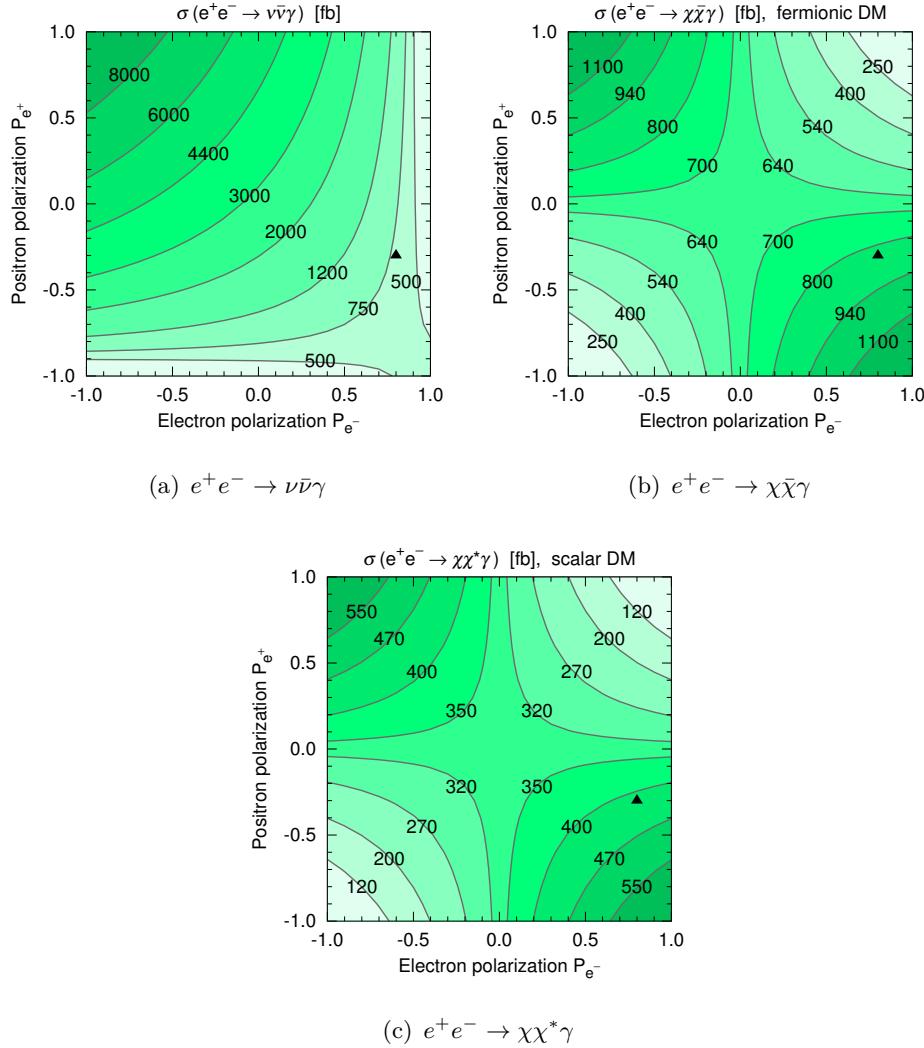


图 4.7:  $\sqrt{s} = 500$  GeV 时, 背景和信号的极化截面等值线 [161].

在图 4.7 中, 我们画出了  $\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$  时主要背景  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ , 费米子暗物质产生过程  $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}\gamma$  和标量暗物质产生过程  $e^+e^- \rightarrow \chi\chi^*\gamma$  的极化截面等值线, 单位为 fb, 计算时要求末态光子满足  $E_\gamma > 10 \text{ GeV}$  和  $10^\circ < \theta_\gamma < 170^\circ$ .

对于  $\nu\bar{\nu}\gamma$  过程, 含有  $t$  道  $W$  传播子的费曼图对  $\sigma_{RL}$ ,  $\sigma_{RR}$  和  $\sigma_{LL}$  没有贡献, 因为  $W$  玻色子既不能耦合到右手  $e^-$ , 也不能耦合到左手  $e^+$ . 另一方面,  $Z$  玻色子与  $e_R^-e_R^+$  或  $e_L^-e_L^+$  没有耦合, 与  $e_L^-e_L^+$  的耦合强于与  $e_R^-e_R^+$  的耦合, 因此, 含有  $s$  道  $Z$  传播子的费曼图对  $\sigma_{LR}$  的贡献大于对  $\sigma_{RL}$  的贡献. 结果,  $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (+1, +1)$  和  $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (-1, -1)$  对应的  $\nu\bar{\nu}\gamma$  截面为零, 而  $\sigma_{LR}(\nu\bar{\nu}\gamma)$  比  $\sigma_{RL}(\nu\bar{\nu}\gamma)$  大了约 20 倍.

对于两种暗物质产生过程,  $\sigma_{RR}$  和  $\sigma_{LL}$  都是零, 因为它们对应的过程不能保持角动量守恒.  $e_R^-e_R^+$  和  $e_L^-e_L^+$  系统的角动量均为 0, 而作为  $s$  道传播子的光子自旋为 1. 此外, 由于  $\sigma_{LR} = \sigma_{RL}$ , 非极化截面是  $\sigma_{LR}$  或  $\sigma_{RL}$  的一半.

经过以上分析可知, 束流极化度为  $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (+1, -1)$  时, 信号显著性最高. 然而, 100% 极化度在技术上还未能实现. 比较现实的情况是,  $e^-$  束流极化度能达到 80%,  $e^+$  束流极化度能达到 30% [97]. 在这里, 我们考虑  $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (0.8, -0.3)$  的束流极化度, 如图 4.7 中实心三角形所示. 于是,  $\nu\bar{\nu}\gamma$  过程的极化截面只有非极化截面的  $\sim 25\%$ , 而两种暗物质产生过程的截面都会提高 1.24 倍. 因此, 这样的极化束流可以在增强信号的同时有效地压低背景.

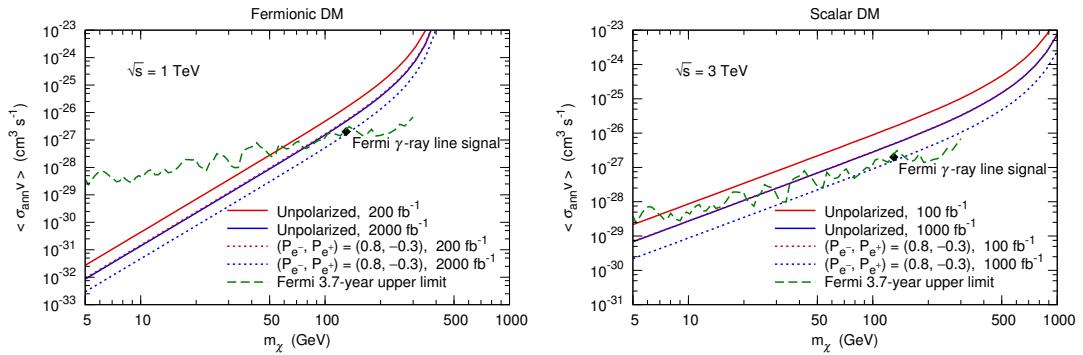


图 4.8:  $m_\chi$ - $\langle\sigma_{\text{ann}}v\rangle$  平面上的  $3\sigma$  灵敏度曲线在采用极化束流后与未采用极化束流时的比较 [161].

我们应用与上一节相同的事例筛选条件, 估算了采用极化束流后的探测灵敏度, 如图 4.8 所示. 其中, 左图对应于费米子暗物质且  $\sqrt{s} = 1 \text{ TeV}$ , 右图对应

于标量暗物质且  $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ . 点线是极化束流的灵敏度曲线, 为了便于比较, 也用实线画出非极化束流的灵敏度曲线. 蓝色线条的积分亮度比红色线条高 10 倍. 可以看到, 极化束流的作用大约相当于积分亮度提高 1 个量级. 采用极化束流之后, 对于费米子 (标量) 暗物质, 当  $\sqrt{s} = 1$  (3) TeV 时, 采集  $2000 \text{ fb}^{-1}$  ( $1000 \text{ fb}^{-1}$ ) 数据量就足以检验 Fermi-LAT 疑似线谱信号.

#### 4.1.3 暗物质与正负电子的相互作用

通过  $\gamma + \not{E}$  搜寻道也可以探索暗物质与  $e^\pm$  的相互作用. 假设暗物质粒子是狄拉克费米子, 它与  $e^\pm$  的相互作用由量纲为 6 的算符描述:

$$\mathcal{O}_e = \frac{1}{\Lambda^2} \bar{\chi} \Gamma_\chi \chi \bar{e} \Gamma_e e, \quad (4.8)$$

其中  $\Gamma_\chi, \Gamma_e \in \{1, i\gamma_5, \gamma^\mu, \gamma^\mu \gamma_5\}$ . 在  $e^+e^-$  对撞机上, 通过这种相互作用, 暗物质粒子可以经由  $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}$  过程产生, 但这样的末态不会被探测器测量出来, 故不能触发信号. 因此, 这里应该要求有一个来自初态辐射的光子, 如图 4.9 所示, 信号也就与前两小节一样, 是  $\gamma + \not{E}$  信号.

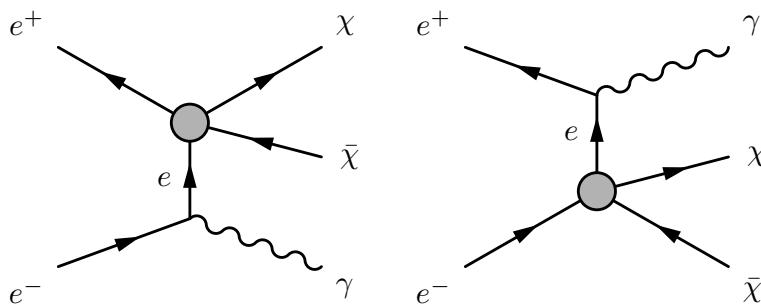


图 4.9: 暗物质与  $e^\pm$  相互作用引起的  $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}\gamma$  过程.

我们可以沿用前面的背景样本, 只需额外生成需要的信号样本. 本小节所述工作是 CEPC 预研的一部分, 因而只考虑  $\sqrt{s} = 250 \text{ GeV}$  的情况. 信号中的光子来自初态辐射, 能量偏低, 而且倾向于束流方向. 这里仍然采用 Cut 1 和 Cut 2, 不过, 为了达到更好的信号显著性, 将 Cut 3 改为要求光子满足  $15^\circ < \theta_\gamma < 165^\circ$ , 不采用 Cut 4.

得出的  $3\sigma$  灵敏度曲线如图 4.10 所示. 左图是  $m_\chi-\Lambda$  平面上的结果, 考虑了 4 种算符, 实线 (虚线) 对应的积分亮度为  $100 \text{ fb}^{-1}$  ( $1000 \text{ fb}^{-1}$ ). 假如采集

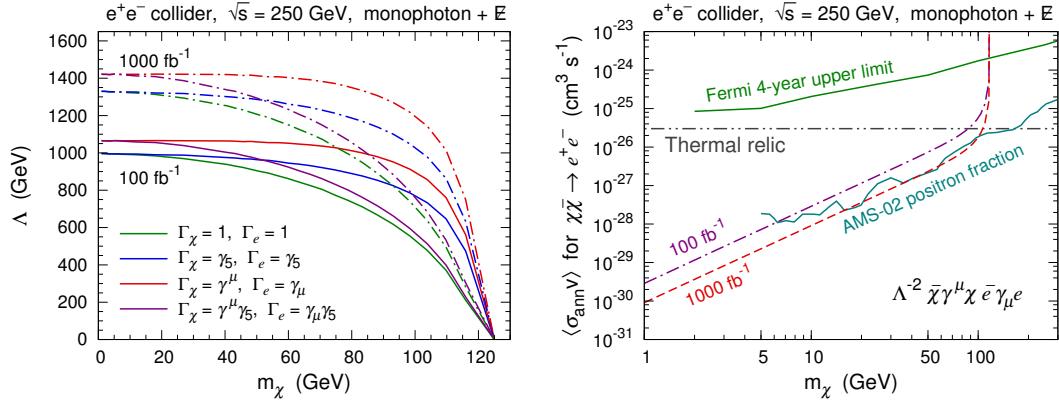


图 4.10:  $\sqrt{s} = 250$  GeV 时, 对于暗物质与  $e^\pm$  的相互作用,  $m_\chi$ - $\Lambda$  平面 (左) 和  $m_\chi$ - $\langle\sigma_{\text{ann}}v\rangle$  平面 (右) 上的  $3\sigma$  灵敏度曲线.

1000  $\text{fb}^{-1}$  数据, 对于轻暗物质, 灵敏度曲线可以触及  $\Lambda \sim 1.4$  TeV. 右图则将结果转换到  $m_\chi$ - $\langle\sigma_{\text{ann}}v\rangle$  平面上, 其中  $\langle\sigma_{\text{ann}}v\rangle$  是  $\chi\bar{\chi} \rightarrow e^+e^-$  湮灭截面, 只画出  $\Gamma_\chi = \Gamma_e = \gamma_\mu$  的情况. 图中还标出了标准湮灭截面  $3 \times 10^{-26} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$  (双点划线), Fermi-LAT 观测矮星系给出的 95% 置信度截面上限 [164], 以及假设 AMS-02 正电子比例能谱由非暗物质过程引起而导出的截面上限 [165]. 可以看到, 对于  $m_\chi \lesssim 100$  GeV, CEPC 搜寻能够探索到  $\langle\sigma_{\text{ann}}v\rangle \sim 10^{-30} - 10^{-26} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$  的地方. 这比 Fermi-LAT 观测灵敏度要强几个量级, 与从 AMS-02 正电子比例谱推断的截面上限差不多. 此外, 如果  $\Gamma_\chi = \Gamma_e = 1$  或  $\Gamma_\chi = \Gamma_e = \gamma^\mu \gamma_5$ , 受到  $p$  波湮灭或螺旋度压低的影响, 间接探测实验基本上没有探测能力, 但 CEPC 搜寻仍然有效.

## 4.2 Mono- $Z$ 搜索道

在上一节 monophoton 信号的末态中, 除了  $E_T$ , 只有 1 个光子, 在本节中我们将它替换成  $Z$  玻色子, 讨论未来高能  $e^+e^-$  对撞机上的 mono- $Z + E_T$  信号. 在 LHC 上, mono- $Z + E_T$  信号也适用于暗物质搜寻 [166, 167], 实验组已经公布了  $\sqrt{s} = 8$  TeV 时分析  $20.3 \text{ fb}^{-1}$  数据得到的搜寻结果 [168], 为暗物质相互作用设置了限制.

$e^+e^-$  对撞机上的 mono- $Z + E_T$  信号可用于搜寻暗物质产生过程  $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi} Z$ . 这种过程可能源自两类暗物质相互作用: (1) 暗物质与  $ZZ/Z\gamma$  相互作用,

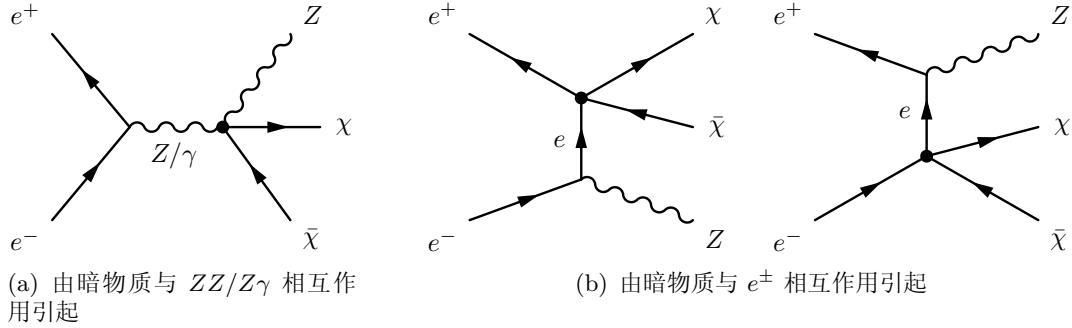


图 4.11: 暗物质产生过程  $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}Z$  的两种形式.

如图 4.11(a) 所示; (2) 暗物质与  $e^\pm$  相互作用, 末态  $Z$  玻色子来自初态辐射, 如图 4.11(b) 所示.

#### 4.2.1 有效算符和模拟设定

假设暗物质粒子是狄拉克费米子, 而且是标准模型规范相互作用单态. 暗物质与电弱规范场及 Higgs 场的各类有效相互作用参见文献 [169, 170]. 保持  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  规范不变性和  $CP$  守恒, 暗物质可通过以下两种量纲为 7 的有效算符与电弱规范场相互作用:

$$\mathcal{O}_{F1} = \frac{1}{\Lambda_1^3} \bar{\chi} \chi B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \frac{1}{\Lambda_2^3} \bar{\chi} \chi W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu}, \quad (4.9)$$

$$\mathcal{O}_{F2} = \frac{1}{\Lambda_1^3} \bar{\chi} i\gamma_5 \chi B_{\mu\nu} \tilde{B}^{\mu\nu} + \frac{1}{\Lambda_2^3} \bar{\chi} i\gamma_5 \chi W_{\mu\nu}^a \tilde{W}^{a\mu\nu}, \quad (4.10)$$

其中  $B_{\mu\nu}$  和  $W_{\mu\nu}^a$  分别是  $U(1)_Y$  和  $SU(2)_L$  规范场的场强张量. 转换到物理场上, 有

$$\mathcal{O}_{F1} \supset G_{ZZ} \bar{\chi} \chi Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} + G_{AZ} \bar{\chi} \chi A_{\mu\nu} Z^{\mu\nu}, \quad (4.11)$$

$$\mathcal{O}_{F2} \supset G_{ZZ} \bar{\chi} i\gamma_5 \chi Z_{\mu\nu} \tilde{Z}^{\mu\nu} + G_{AZ} \bar{\chi} i\gamma_5 \chi A_{\mu\nu} \tilde{Z}^{\mu\nu}, \quad (4.12)$$

其中,

$$G_{ZZ} \equiv \frac{\sin^2 \theta_W}{\Lambda_1^3} + \frac{\cos^2 \theta_W}{\Lambda_2^3}, \quad G_{AZ} \equiv 2 \sin \theta_W \cos \theta_W \left( \frac{1}{\Lambda_2^3} - \frac{1}{\Lambda_1^3} \right). \quad (4.13)$$

这里,  $\theta_W$  是 Weinberg 角, 而  $A_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  ( $Z_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu$ ) 是光子 ( $Z$  玻色子) 的场强张量. 通过  $\mathcal{O}_{F1}$  或  $\mathcal{O}_{F2}$  算符, 暗物质粒子一般会同时耦合到  $ZZ$  和  $Z\gamma$ . 不过, 当  $\Lambda_1 = \Lambda_2$  时,  $G_{AZ} = 0$ , 暗物质与  $Z\gamma$  没有耦合.

暗物质与  $ZZ$  的耦合也可以来自另一个量纲为 7 的算符:

$$\mathcal{O}_{FH} = \frac{1}{\Lambda^3} \bar{\chi} \chi (D_\mu H)^\dagger D_\mu H, \quad (4.14)$$

其中,  $H$  是 Higgs 二重态. Higgs 场获得真空期待值之后, 这个算符导致一个量纲为 5 的算符

$$\frac{m_Z^2}{2\Lambda^3} \bar{\chi} \chi Z_\mu Z^\mu. \quad (4.15)$$

对于  $s \gg m_Z^2$  的高能对撞机, 此算符引起的暗物质产生截面受到一个动力学因子  $m_Z^4/s^2$  的压低. 因此, 我们预期灵敏度会比较差. 在这里, 我们依然把它考虑进来, 用于与  $\mathcal{O}_{F1}$  和  $\mathcal{O}_{F2}$  进行比较.

如上一节所述, 暗物质与  $e^\pm$  的有效相互作用可以用许多种量纲为 6 的算符描述, 这里我们考虑其中的两种作为例子:

$$\mathcal{O}_{FP} = \frac{1}{\Lambda^2} \bar{\chi} \gamma_5 \chi \bar{e} \gamma_5 e, \quad (4.16)$$

$$\mathcal{O}_{FA} = \frac{1}{\Lambda^2} \bar{\chi} \gamma^\mu \gamma_5 \chi \bar{e} \gamma_\mu \gamma_5 e. \quad (4.17)$$

在量纲分析中, 它们没有什么不同. 不过, 在下文中将会看到, 考虑极化束流之后, 它们的行为有些差别.

根据  $Z$  玻色子的衰变模式, 我们将搜寻道分为带电轻子道和强子道, 分别对应于  $Z$  玻色子衰变到两个正反带电轻子和两个喷注. 背景和信号的模拟样本由 `MadGraph 5` [124] 生成, 而暗物理粒子和有效耦合通过 `FeynRules` [125] 添加进来. 使用 `PYTHIA 6` [130] 来负责部分子簇射、强子化和衰变过程. 快速探测器模拟由 `PGS 4` [139] 执行. 喷注通过 `anti- $k_t$`  算法 [110] 重建, 角度距离参数取为  $R = 0.4$ . 参考 ILC 的探测器设计 [171], 假设电磁量能器能量分辨为

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{17\%}{\sqrt{E/\text{GeV}}} \oplus 1\%, \quad (4.18)$$

强子量能器能量分辨为

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{30\%}{\sqrt{E/\text{GeV}}}. \quad (4.19)$$

我们考虑 3 个对撞能量点,  $\sqrt{s} = 250 \text{ GeV}$ ,  $500 \text{ GeV}$  和  $1 \text{ TeV}$ . 在下面两小节中, 以  $\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$  为例叙述带电轻子道和强子道的事例分布和筛选条件. 对于信号, 基准点 (Benchmark Point) 参数的选取如表 4.2 所示, 画在事例分布图中的信号样本按这些参数生成.

表 4.2:  $\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$  时, 各个有效算符的基准点参数. 对于  $\mathcal{O}_{F1}$  和  $\mathcal{O}_{F2}$ , 假设  $\Lambda = \Lambda_1 = \Lambda_2$ .  $\sigma$  为  $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}Z$  过程截面.

	$\Lambda$ (GeV)	$m_\chi$ (GeV)	$\sigma$ (fb)
$\mathcal{O}_{F1}$	280	50	48.4
$\mathcal{O}_{F2}$	250	80	53.4
$\mathcal{O}_{FH}$	100	5	45.0
$\mathcal{O}_{FP}$	400	120	58.6
$\mathcal{O}_{FA}$	280	150	50.2

### 4.2.2 带电轻子道

在带电轻子道 ( $\ell\ell + \cancel{E}$ ) 中<sup>1</sup>, 主要的标准模型背景是  $e^+e^- \rightarrow \ell^+\ell^-\bar{\nu}\nu$ , 它包含发生轻子衰变的两体产生过程  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  和  $e^+e^- \rightarrow ZZ$ , 以及其它过程. 次要背景有  $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$  和  $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-\bar{\nu}\nu$ . 我们选取的事例筛选条件列于表 4.3 中. 下面以  $\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$  为例介绍这些筛选条件.

**Cut 1:** 要求有 2 个同味异号 (Opposite-Sign Same-Flavor, OSSF) 的电子或  $\mu$  子, 满足  $p_T > 10 \text{ GeV}$  和  $|\eta| < 3$ ; 不能有其它满足  $p_T > 10 \text{ GeV}$  和  $|\eta| < 3$  的轻子、 $\tau_h$ 、光子或喷注.

Cut 1 是基本筛选条件, 挑选出可能含有  $Z$  玻色子轻子衰变的事例. 这里没有挑选强子衰变的  $\tau$  子, 不过, 轻子衰变的  $\tau$  子会被包含进来. 我们通过模拟样本得知, 不少  $\tau^+\tau^-$  和  $\tau^+\tau^-\bar{\nu}\nu$  背景事例可以通过 Cut 1. 不能有额外粒子

<sup>1</sup>这里带电轻子仅仅指代正负电子和正负  $\mu$  子, 即  $\ell = e, \mu$ .

表 4.3: 带电轻子道的事例筛选条件.

$\sqrt{s}$	250 GeV	500 GeV	1 TeV
Cut 1	要求有 2 个同味异号轻子, 满足 $p_T > 10$ GeV 和 $ \eta  < 3$ 不能有其它满足 $p_T > 10$ GeV 和 $ \eta  < 3$ 的粒子或喷注		
Cut 2	$\not{p}_T > 15$ GeV	$\not{p}_T > 30$ GeV	$\not{p}_T > 40$ GeV
Cut 3		$ m_{\ell\ell} - m_Z  < 5$ GeV	
Cut 4	$m_{\text{rec}} \geq 100$ GeV	$m_{\text{rec}} \geq 140$ GeV	$m_{\text{rec}} \geq 200$ GeV
Cut 5	/		$25^\circ < \theta_{\ell\ell} < 155^\circ$

和喷注的要求可以排除许多未被我们模拟的背景, 如  $e^+e^- \rightarrow \ell\ell\gamma$ ,  $e^+e^- \rightarrow \ell\ell\tau\tau$  和  $e^+e^- \rightarrow \tau\tau\tau\tau$  等. 因此, 在这个工作中, 我们可以忽略这些背景.

**Cut 2:** 要求丢失的横向动量  $\not{p}_T > 30$  GeV.

在使用 Cut 2 之前, 归一化的  $\not{p}_T$  分布如图 4.12(a) 所示.  $\tau^+\tau^-$  和  $\tau^+\tau^-\bar{\nu}\nu$  背景的末态里中微子数目实际上不少于 4 个, 它们对  $\not{p}_T$  的贡献在一定程度上会相互抵消, 因而倾向于给出较小的  $\not{p}_T$ . 所以, Cut 2 的使用可以压低这两个背景.

**Cut 3:** 要求两个轻子的不变质量  $m_{\ell\ell}$  满足  $|m_{\ell\ell} - m_Z| < 5$  GeV.

图 4.12(b) 展示了使用 Cut 3 之前的  $m_{\ell\ell}$  分布. 无论是信号还是不可约背景  $\ell^+\ell^-\bar{\nu}\nu$ ,  $Z$  玻色子的共振峰都非常明显. 对于信号来说,  $m_{\ell\ell} \sim 40$  GeV 附近还有一些小鼓包, 这是由  $Z \rightarrow \tau^+\tau^-$  衰变出来的  $\tau^\pm$  后续衰变成  $e^\pm$  或  $\mu^\pm$  引起的. Cut 3 挑选出轻子衰变的在壳  $Z$  玻色子, 同时剔除了大部分  $\tau^+\tau^-$  和  $\tau^+\tau^-\bar{\nu}\nu$  背景, 以及大部分来自  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  过程的  $\ell^+\ell^-\bar{\nu}\nu$  背景.

**Cut 4:** 剔除  $m_{\text{rec}} < 140$  GeV 的事例.

此处, 反冲质量  $m_{\text{rec}}$  相对于重建出来的  $Z$  玻色子而言, 定义为  $m_{\text{rec}} \equiv \sqrt{(p_{e^+} + p_{e^-} - p_{\ell_1} - p_{\ell_2})^2}$ , 其中  $p_{e^+}$  ( $p_{e^-}$ ) 是束流正电子 (电子) 的 4 维动量, 而  $p_{\ell_1}$  和  $p_{\ell_2}$  分别是两个轻子的 4 维动量.  $\ell^+\ell^-\bar{\nu}\nu$  包含  $e^+e^- \rightarrow ZZ$  过程的贡献. 如果在这两个在壳  $Z$  玻色子中, 一个衰变成轻子对, 一个衰变成中微子对, 就会在  $m_{\text{rec}}$  分布上形成一个峰, 位置在  $m_Z$  附近, 如图 4.12(c) 所示. Cut 4 的作用是移除构成这个峰的事例. 经过 Cut 1 的筛选之后, 事例中的可见物体只有两个轻子, 因而  $m_{\text{rec}}$  实际上是所有不可见物体 (包括中微子和暗物质粒子) 的不

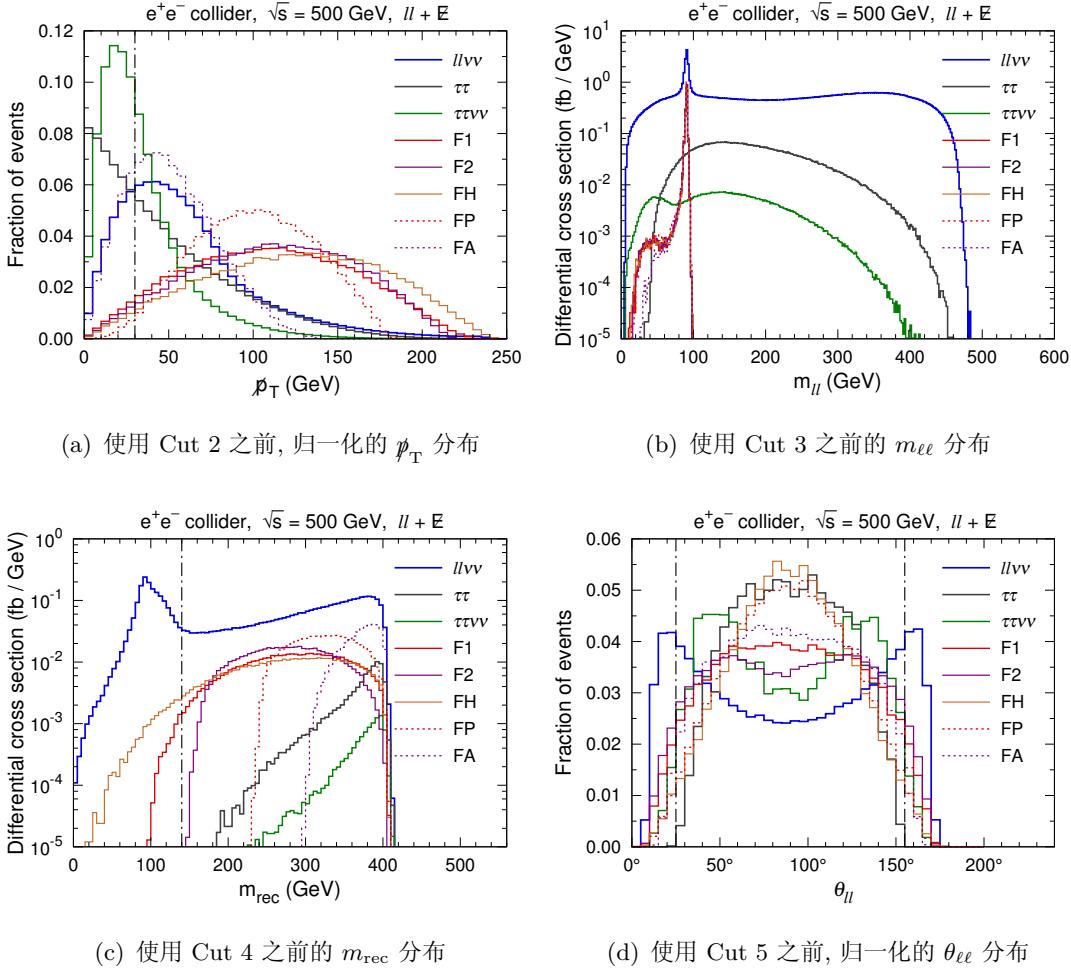


图 4.12:  $\sqrt{s} = 500$  GeV 时,  $\ell\ell + \not{E}$  搜寻道中背景和信号在各个运动学变量上的分布 [172]. 黑色点划线标示的位置是筛选条件阈值.

变质量. 由于运动学阈值条件, 信号的  $m_{\text{rec}}$  分布从  $m_{\text{rec}} = 2m_\chi$  开始. 如果在实验中能够发现大量的信号事例, 这个特征就可以用来决定暗物质粒子的质量. 由于我们在 Cut 3 中要求两个轻子的不变质量  $m_{\ell\ell} \simeq m_Z$ , 这里所有背景和信号  $m_{\text{rec}}$  分布的上边界都位于  $m_{\text{rec}} \simeq \sqrt{s} - m_Z$ .

**Cut 5:** 要求  $25^\circ < \theta_{\ell\ell} < 155^\circ$ .

这里,  $\theta_{\ell\ell}$  被定义成两个轻子总动量方向与束流方向的夹角. 对于  $\ell^+\ell^-\bar{\nu}\nu$  背景, 重建出来的  $Z$  玻色子有可能来自初态辐射, 因而靠近束流方向, 如图 4.12(d) 所示. 另一方面, 对于信号来说,  $Z$  玻色子更倾向于中心区. 于是,

Cut 5 可以在一定程度上压低  $\ell^+\ell^-\bar{\nu}\nu$  背景. 不过, 为了维持较多的信号事例, 我们没有采用更严苛的条件.

表 4.4:  $\sqrt{s} = 500$  GeV 时, 在带电轻子道中, 各次事例筛选过后背景和信号的截面  $\sigma$  (单位为 fb) 及信号显著性  $\mathcal{S}$ .

	$\ell^+\ell^-\bar{\nu}\nu$	$\tau^+\tau^-$	$\tau^+\tau^-\bar{\nu}\nu$	$\mathcal{O}_{F1}$	$\mathcal{O}_{F2}$	$\mathcal{O}_{FH}$	$\mathcal{O}_{FP}$	$\mathcal{O}_{FA}$					
	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$
Cut 1	306	20.4	2.85	2.65	1.5	2.94	1.6	2.47	1.4	3.24	1.8	2.86	1.6
Cut 2	235	11.8	1.29	2.52	1.6	2.82	1.8	2.39	1.5	3.19	2.0	2.19	1.4
Cut 3	23.9	0.410	0.0495	2.41	4.7	2.70	5.2	2.29	4.4	3.06	5.8	2.09	4.1
Cut 4	16.0	0.410	0.0495	2.39	5.5	2.70	6.2	2.19	5.1	3.06	6.9	2.09	4.9
Cut 5	12.1	0.410	0.0471	2.19	5.7	2.42	6.2	2.11	5.5	2.95	7.5	2.01	5.3

在表 4.4 中, 我们列出各次事例筛选过后背景和信号的截面, 以及信号基准点的显著性  $\mathcal{S}$ . 其中, 信号显著性定义为  $\mathcal{S} = S/\sqrt{S+B}$ ,  $B$  是总的背景事例数,  $S$  是信号事例数. 计算表中  $\mathcal{S}$  时, 假设积分亮度为  $100 \text{ fb}^{-1}$ . 使用 Cut 2 至 Cut 5 之后, 只有 2% 至 4% 的背景留下来. 通过这个表格, 我们可以清楚地看出这些事例筛选条件对提高信号显著性所起的作用.

### 4.2.3 强子道

在强子道 ( $jj + E$ ) 中, 主要的背景是  $e^+e^- \rightarrow jj\nu\bar{\nu}$  和  $e^+e^- \rightarrow jj\ell\nu$ , 它们分别包含发生半轻子衰变的两体产生过程  $e^+e^- \rightarrow ZZ$  和  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ . 此外,  $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$  是一个次要背景. 表 4.5 列出我们选取的事例筛选条件. 接下来, 同样以  $\sqrt{s} = 500$  GeV 为例介绍这些条件.

**Cut 1:** 要求有 2 个喷注, 满足  $p_T > 10$  GeV 和  $|\eta| < 3$ ; 不能有其它满足  $p_T > 10$  GeV 和  $|\eta| < 3$  的轻子、 $\tau_h$ 、光子或喷注.

这个基本筛选条件挑选的 2 个喷注将用来重建强子衰变的  $Z$  玻色子.  $jj\nu\bar{\nu}$  是不可约背景, 很容易通过 Cut 1. 不少  $jj\ell\nu$  背景也会留下来, 因为末态中的轻子  $\ell$  可能被包含到某个喷注之中, 也可能由于  $p_T$  太小未被重建出来, 还可能处于不可探测区域, 如束流附近. 另一方面,  $t\bar{t}$  背景倾向于生成许多个喷注或超过 1 个高能轻子, 因而不容易通过 Cut 1, 显得不怎么重要.

表 4.5: 强子道的事例筛选条件.

$\sqrt{s}$	250 GeV	500 GeV	1 TeV
Cut 1	要求有 2 个喷注, 满足 $p_T > 10$ GeV 和 $ \eta  < 3$		
	不能有其它满足 $p_T > 10$ GeV 和 $ \eta  < 3$ 的粒子或喷注		
Cut 2	$\not{p}_T > 15$ GeV	$\not{p}_T > 30$ GeV	$\not{p}_T > 40$ GeV
Cut 3	$50 \text{ GeV} < m_{jj} < 95 \text{ GeV}$	$40 \text{ GeV} < m_{jj} < 95 \text{ GeV}$	
Cut 4	$m_{\text{rec}} \geq 120$ GeV	$m_{\text{rec}} \geq 200$ GeV	$m_{\text{rec}} \geq 300$ GeV
Cut 5	$30^\circ < \theta_{jj} < 150^\circ$		$25^\circ < \theta_{jj} < 155^\circ$

**Cut 2:** 要求  $\not{p}_T > 30$  GeV.

这个条件用于压低  $jj\nu\bar{\nu}$  和  $jj\ell\nu$  背景, 如图 4.13(a) 所示.

**Cut 3:** 要求两个喷注的不变质量  $m_{jj}$  满足  $40 \text{ GeV} < m_{jj} < 95 \text{ GeV}$ .

图 4.13(b) 展示了使用 Cut 3 之前的  $m_{jj}$  分布. 对于信号和  $jj\nu\bar{\nu}$  背景,  $Z$  玻色子的峰被重建在  $\sim 85$  GeV 附近. 对于  $jj\ell\nu$  背景, 则在  $\sim 75$  GeV 附近重建出一个  $W$  玻色子的峰. 另外,  $jj\nu\bar{\nu}$  背景在  $\sim 115$  GeV 附近还有第二个峰, 来自 Higgs 玻色子的强子衰变. 强子级联衰变中常常会产生中微子, 导致测量出来的喷注能动量普遍低于引起它的部分子, 因而这些峰的位置都比相应玻色子的质量低. 为了保留大部分信号事例, Cut 3 中  $m_{jj}$  的范围取得比较宽. 不过, 这也导致  $jj\ell\nu$  背景  $W$  玻色子峰附近的大部分事例留了下来.

**Cut 4:** 剔除  $m_{\text{rec}} < 200$  GeV 的事例.

这里反冲质量定义为  $m_{\text{rec}} \equiv \sqrt{(p_{e^+} + p_{e^-} - p_{j_1} - p_{j_2})^2}$ , 其中  $p_{j_1}$  和  $p_{j_2}$  是两个喷注的 4 维动量. 如图 4.13(c) 所示,  $jj\nu\bar{\nu}$  和  $jj\ell\nu$  背景的  $m_{\text{rec}}$  分布在  $\sim 140$  GeV 附近均有一个比较宽的峰, 因而 Cut 4 可以压低这两个背景.

**Cut 5:** 要求  $25^\circ < \theta_{jj} < 155^\circ$ .

此处  $\theta_{jj}$  定义为两个喷注的总动量方向与束流方向的夹角. 从图 4.13(d) 中可以看出, 这个筛选条件对压低  $jj\ell\nu$  背景非常有效. 另一方面,  $jj\nu\bar{\nu}$  背景的  $\theta_{jj}$  分布比较平坦, 信号的  $\theta_{jj}$  分布倾向于中心区.

我们在表 4.6 中列出各次事例筛选过后背景和信号的截面, 以及  $100 \text{ fb}^{-1}$  数据对应的信号显著性. 应用 Cut 2 至 Cut 5, 有 62% 的  $jj\nu\bar{\nu}$  背景事例被剔除

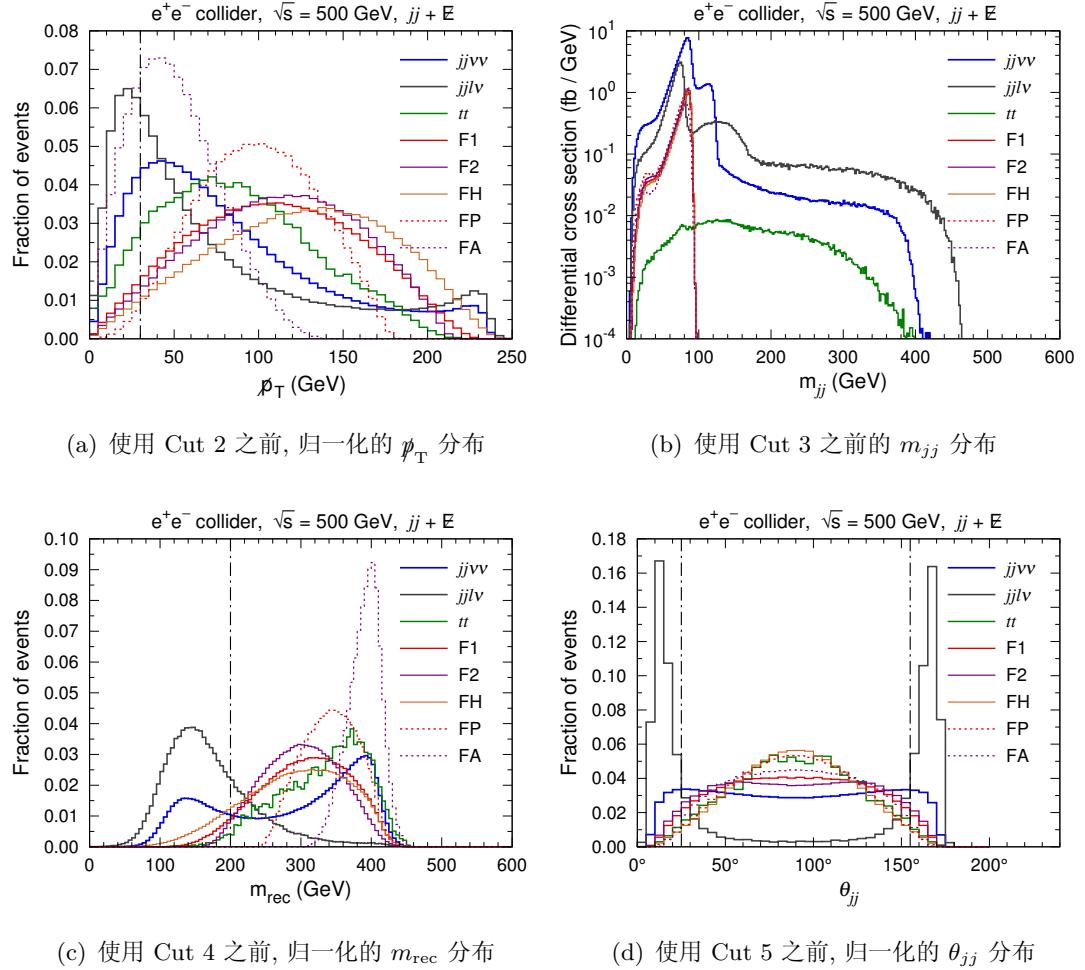


图 4.13:  $\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$  时,  $jj + \cancel{E}$  搜寻道中背景和信号在各个运动学变量上的分布 [172]. 黑色点划线标示的位置是筛选条件阈值.

了, 而  $jj\ell\nu$  背景中只有 2% 的事例保留下来. 相对于  $Z$  的轻子衰变模式, 强子衰变模式的分支比更大, 因而, 对于相同的积分亮度, 在  $jj + \cancel{E}$  搜寻道中筛选出来的信号事例更多. 这明显地体现在表 4.6 与表 4.4 的信号截面和显著性之中.

#### 4.2.4 实验灵敏度

下面讨论 mono- $Z$  搜寻道的实验灵敏度.

假设积分亮度为  $1000 \text{ fb}^{-1}$ , 对撞能量为  $250 \text{ GeV}$ ,  $500 \text{ GeV}$  和  $1 \text{ TeV}$ , 应用上述带电轻子道和强子道的事例筛选条件, 我们可以得出  $m_\chi$ - $\Lambda$  平面上的  $3\sigma$

表 4.6:  $\sqrt{s} = 500$  GeV 时, 在强子道中, 各次事例筛选过后背景和信号的截面  $\sigma$  (单位为 fb) 及信号显著性  $\mathcal{S}$ .

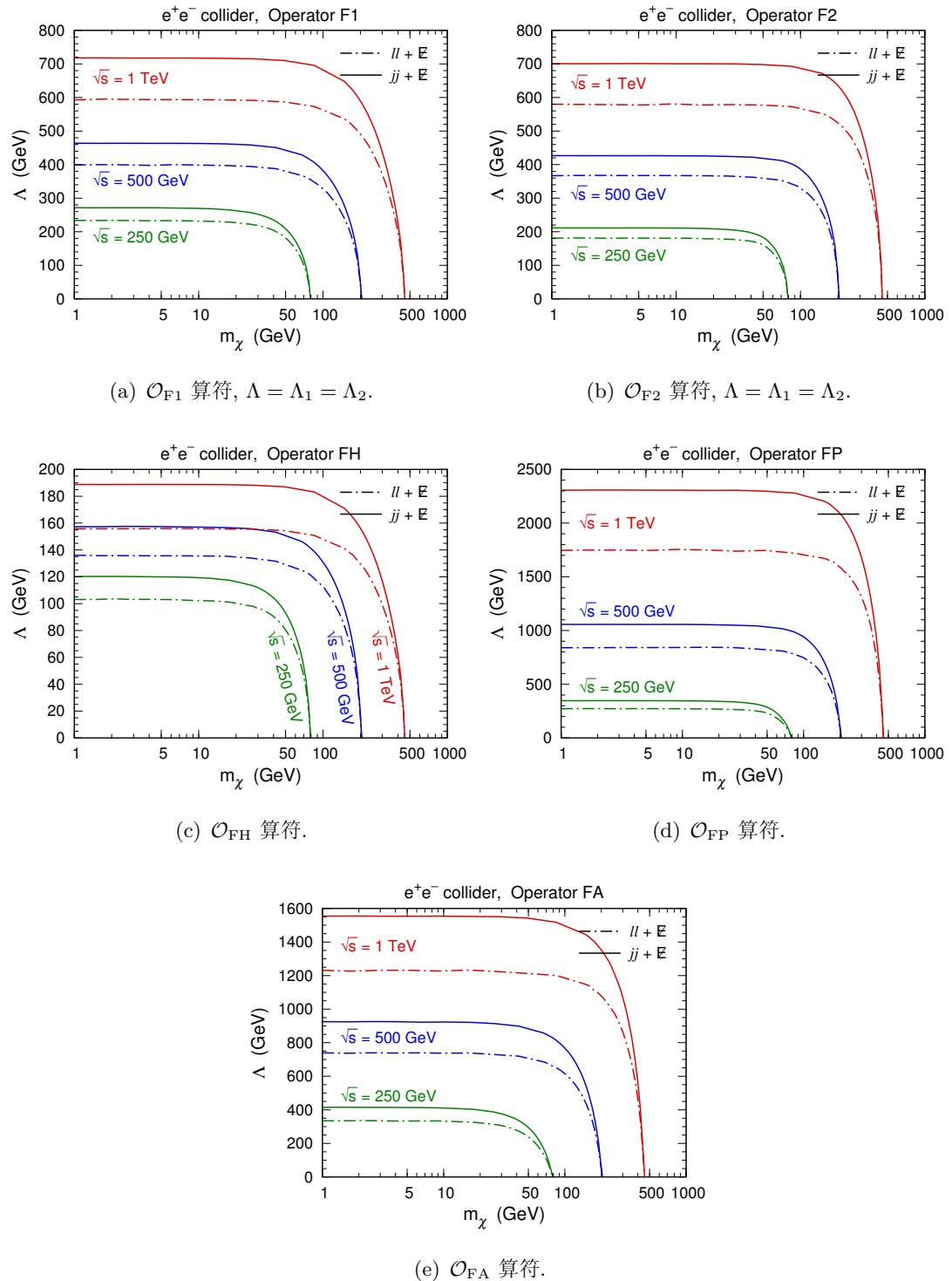
	$jj\nu\bar{\nu}$	$jj\ell\nu$	$t\bar{t}$	$\mathcal{O}_{F1}$	$\mathcal{O}_{F2}$	$\mathcal{O}_{FH}$	$\mathcal{O}_{FP}$	$\mathcal{O}_{FA}$			
	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$
Cut 1	245	131	1.74	18.9	9.47	20.9	10.4	17.8	8.94	22.1	11.1
Cut 2	207	93.2	1.56	18.0	10.0	20.0	11.2	17.2	9.64	21.8	12.1
Cut 3	160	56.6	0.270	17.2	11.2	19.2	12.5	16.6	10.8	20.7	13.5
Cut 4	115	14.9	0.264	16.3	13.4	18.7	15.3	14.6	12.1	20.7	13.3
Cut 5	92.6	2.91	0.253	15.1	14.3	17.1	16.1	14.1	13.5	20.1	18.7
										12.9	12.3

预期灵敏度曲线, 如图 4.14 所示. 图中点划线 (实线) 对应于带电轻子道 (强子道). 为便于讨论, 对于  $\mathcal{O}_{F1}$  和  $\mathcal{O}_{F2}$  算符, 已经假设  $\Lambda = \Lambda_1 = \Lambda_2$ .

如前所言, 强子道比带电轻子道更为灵敏, 在图 4.14 中体现得非常明显. 随着  $m_\chi$  的增大, 实验灵敏度一开始几乎不变, 随后迅速下降. 当  $\sqrt{s} = 1$  TeV 时, 如果  $m_\chi$  较小, 对  $\mathcal{O}_{F1}$  和  $\mathcal{O}_{F2}$  算符可以探索到  $\Lambda \sim 700$  GeV; 由于产生截面被压低, 对  $\mathcal{O}_{FH}$  只能达到  $\Lambda \sim 190$  GeV; 而对  $\mathcal{O}_{FP}$  和  $\mathcal{O}_{FA}$  算符则能够分别搜寻到  $\Lambda \sim 2.3$  TeV 和  $\Lambda \sim 1.6$  TeV.

对于  $\mathcal{O}_{FP}$  和  $\mathcal{O}_{FA}$  算符, 与图 4.10 比较会发现, 当  $\sqrt{s} = 250$  GeV 时, mono- $Z$  搜寻道的灵敏度远远比不上 monophoton 搜寻道的灵敏度, 这是因为初态辐射出来的  $Z$  玻色子质量相对较大, 减小了暗物质产生过程的相空间. 如果对撞能量提高到 1 TeV,  $Z$  玻色子质量就显得很不重要了, 这两个搜寻道的结果会比较接近. 对于  $\mathcal{O}_{FA}$  算符, 比较这里的结果同文献 [144] 中的结果, 可以看出这个结论.

通过暗物质间接探测, 也能够研究暗物质与  $ZZ$  和  $e^+e^-$  的相互作用. 根据对 15 个矮星系伽马射线的 4 年观测数据, Fermi-LAT 为暗物质湮灭到  $W^+W^-$  和  $e^+e^-$  的截面设置了 95% 置信度的上限 [164]. 由于  $ZZ$  湮灭道给出的伽马射线能谱与  $W^+W^-$  湮灭道非常相似, 当运动学条件满足时, 我们认为 Fermi-LAT 对  $W^+W^-$  道的上限也适用于  $ZZ$  道. 接下来比较 Fermi-LAT 的限制与  $e^+e^-$  对撞机的灵敏度.

图 4.14:  $m_\chi$ - $\Lambda$  平面上的  $3\sigma$  灵敏度曲线 [172].

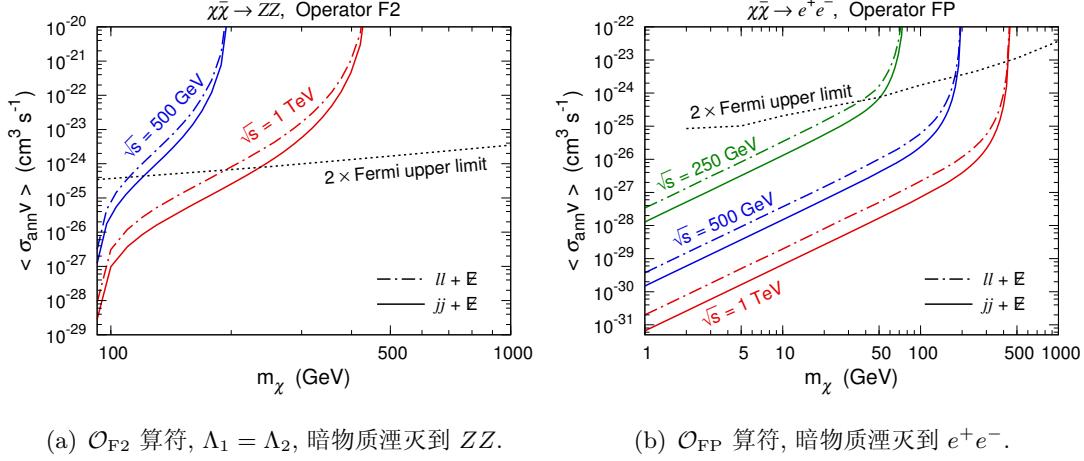


图 4.15:  $m_\chi$ - $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle$  平面上的  $3\sigma$  灵敏度曲线 [172].

在非相对论极限下,  $\mathcal{O}_{F2}$  算符引起的暗物质到  $ZZ$  湮灭截面为

$$\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle_{\chi\bar{\chi} \rightarrow ZZ} \simeq \frac{4m_\chi^4 G_{ZZ}^2}{\pi} \left(1 - \frac{m_Z^2}{m_\chi^2}\right)^{3/2}, \quad (4.20)$$

而  $\mathcal{O}_{FP}$  算符引起的暗物质到  $e^+e^-$  湮灭截面为

$$\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle_{\chi\bar{\chi} \rightarrow e^+e^-} \simeq \frac{m_\chi^2}{2\pi\Lambda^4} \sqrt{1 - \frac{m_e^2}{m_\chi^2}}. \quad (4.21)$$

利用这些表达式, 我们可以将  $m_\chi$ - $\Lambda$  平面上的灵敏度曲线转换到  $m_\chi$ - $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle$  平面上, 如图 4.15 所示. 图中也画出了 Fermi-LAT 给出的上限<sup>2</sup>.

在  $m_\chi$ - $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle$  平面上, 与 Fermi-LAT 的间接探测相比, 对撞机搜寻对暗物质粒子质量更为敏感. 当  $\sqrt{s} = 1$  TeV 时, 对于  $\mathcal{O}_{F2}$  算符,  $e^+e^-$  对撞机的灵敏度在  $m_\chi \lesssim 200$  GeV 处要好于 Fermi-LAT; 对于  $\mathcal{O}_{FP}$  算符, 在  $m_\chi \lesssim 400$  GeV 处对撞机灵敏度可以超过 Fermi-LAT 排除限好几个量级.

另一方面,  $\mathcal{O}_{F1}$ ,  $\mathcal{O}_{FH}$  和  $\mathcal{O}_{FA}$  算符引起的暗物质湮灭过程要么被  $p$  波压低, 要么被螺旋度压低 [170, 173], 基于非相对论性暗物质的间接探测实验没有能力研究它们. 然而, 用  $e^+e^-$  对撞机来研究这些相互作用没有任何问题.

<sup>2</sup>与图 4.6 一样, 这些上限也先被乘以 2 再画入图中.

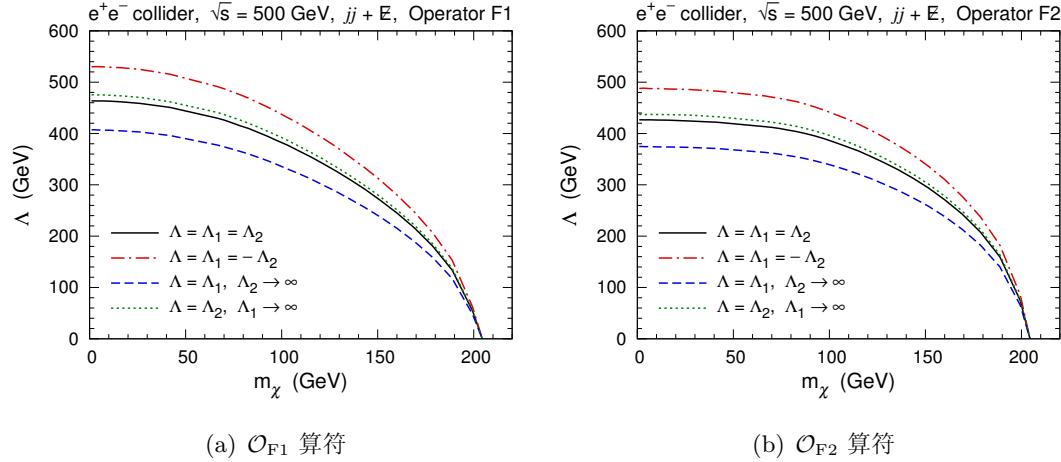


图 4.16:  $\sqrt{s} = 500$  GeV 时,  $\Lambda_1$  与  $\Lambda_2$  的不同关系对  $m_\chi$ - $\Lambda$  平面上强子道灵敏度的影响 [172].

对于  $\mathcal{O}_{F1}$  和  $\mathcal{O}_{F2}$  算符来说, 如 (4.13) 中两式所示, 暗物质与  $ZZ$  和  $Z\gamma$  的耦合依赖于两个截断能标,  $\Lambda_1$  和  $\Lambda_2$ . 因此,  $\Lambda_1$  与  $\Lambda_2$  的相对关系会影响  $\chi\chi ZZ$  和  $\chi\chi Z\gamma$  耦合对暗物质产生过程  $e^+e^- \rightarrow \chi\bar{\chi}Z$  的相对贡献. 以强子道为例, 当  $\sqrt{s} = 500$  GeV 时,  $\Lambda_1$  与  $\Lambda_2$  的不同关系对  $m_\chi$ - $\Lambda$  平面上灵敏度的影响如图 4.16 所示. 左(右)图是  $\mathcal{O}_{F1}$  算符 ( $\mathcal{O}_{F2}$  算符) 的结果. 黑色实线对应于  $\Lambda = \Lambda_1 = \Lambda_2$ , 红色点划线对应于  $\Lambda = \Lambda_1 = -\Lambda_2$ , 蓝色虚线对应于  $\Lambda = \Lambda_1$  且  $\Lambda_2 \rightarrow \infty$ , 绿色点线对应于  $\Lambda = \Lambda_2$  且  $\Lambda_1 \rightarrow \infty$ . 如前所述,  $\Lambda_1 = \Lambda_2$  会禁戒  $\chi\chi Z\gamma$  耦合. 若  $\Lambda_1 = -\Lambda_2$  或  $\Lambda_2 \rightarrow \infty$ , 则  $\chi\chi Z\gamma$  耦合给出主要贡献. 若  $\Lambda_1 \rightarrow \infty$ , 则两种耦合的贡献差不多.

#### 4.2.5 极化束流

类似于 monophoton 搜寻道, 束流极化也有助于提高 mono- $Z$  搜寻道的实验灵敏度. 与 monophoton 搜寻道一样, 我们假设电子束流能达到的最大极化度为 80%, 正电子束流的最大极化度为 30%. 下面以  $\sqrt{s} = 500$  GeV 为例说明极化束流的优势.

在表 4.7 中, 我们列出带电轻子道和强子道中主要背景和信号在不同束流极化构型下的截面. 背景的极化截面主要由  $e^\pm$  与  $W$  玻色子的耦合和  $e^\pm$  与  $Z$  玻色子的耦合决定. 在标准模型中, 与  $W^\pm$  耦合的  $e^-$  必须是左手的, 而与  $W^\pm$

表 4.7:  $\sqrt{s} = 500$  GeV 时, 不同束流极化构型下, 主要背景和信号的截面, 单位为 fb.

带电轻子道, 已应用 Cut 1 至 Cut 5

$(P_{e^-}, P_{e^+})$	$\ell^+ \ell^- \bar{\nu} \nu$	$\mathcal{O}_{F1}$	$\mathcal{O}_{F2}$	$\mathcal{O}_{FH}$	$\mathcal{O}_{FP}$	$\mathcal{O}_{FA}$
(0, 0)	12.1	2.19	2.42	2.11	2.95	2.01
(+0.8, -0.3)	2.02	2.19	2.43	2.08	2.24	1.97
(+0.8, +0.3)	3.48	1.42	1.56	1.40	3.63	1.30
(-0.8, -0.3)	15.2	1.89	2.09	1.82	3.63	1.75
(-0.8, +0.3)	27.6	3.24	3.59	3.13	2.24	3.02

强子道, 已应用 Cut 1 至 Cut 5

$(P_{e^-}, P_{e^+})$	$jj\nu\bar{\nu}$	$jj\ell\nu$	$\mathcal{O}_{F1}$	$\mathcal{O}_{F2}$	$\mathcal{O}_{FH}$	$\mathcal{O}_{FP}$	$\mathcal{O}_{FA}$
(0, 0)	92.6	2.91	15.1	17.1	14.1	20.1	12.9
(+0.8, -0.3)	17.4	0.776	15.0	17.0	14.2	15.2	12.8
(+0.8, +0.3)	26.2	1.07	9.77	11.2	9.17	24.9	8.40
(-0.8, -0.3)	115	3.85	13.1	14.8	12.2	24.9	11.2
(-0.8, +0.3)	212	6.05	22.3	25.3	20.9	15.2	19.0

表 4.8:  $\sqrt{s} = 500$  GeV 时, 采用最优极化束流后的信号显著性与不采用极化束流时的对比.

带电轻子道

	$\mathcal{S}_{unpol}$	$\mathcal{S}_{pol}$	$\mathcal{S}_{pol}/\mathcal{S}_{unpol}$
$\mathcal{O}_{F1}$	5.69	10.1	1.78
$\mathcal{O}_{F2}$	6.24	10.9	1.75
$\mathcal{O}_{FH}$	5.50	9.70	1.76
$\mathcal{O}_{FP}$	7.47	13.4	1.79
$\mathcal{O}_{FA}$	5.25	9.29	1.77

强子道

	$\mathcal{S}_{unpol}$	$\mathcal{S}_{pol}$	$\mathcal{S}_{pol}/\mathcal{S}_{unpol}$
$\mathcal{O}_{F1}$	14.3	26.0	1.82
$\mathcal{O}_{F2}$	16.1	28.6	1.78
$\mathcal{O}_{FH}$	13.5	24.8	1.84
$\mathcal{O}_{FP}$	18.7	34.4	1.84
$\mathcal{O}_{FA}$	12.3	23.0	1.87

耦合的  $e^+$  必须是右手的. 另一方面,  $Z^0$  与  $e^\pm$  的耦合形式为

$$\frac{g}{2 \cos \theta_W} (g_L \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + g_R \bar{e}_R \gamma^\mu e_R) Z_\mu, \quad (4.22)$$

其中  $g_L = -1 + 2 \sin^2 \theta_W \simeq -0.56$ ,  $g_R = 2 \sin^2 \theta \simeq 0.44$ . 因此, 左手  $e^-$  (右手  $e^+$ ) 与  $Z^0$  的耦合比右手  $e^-$  (左手  $e^+$ ) 强. 从而, 在表 4.7 中列出的极化构型里面,  $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (+0.8, -0.3)$  和  $(+0.8, +0.3)$  对  $\ell^+ \ell^- \bar{\nu} \nu$ ,  $jj \nu \bar{\nu}$  和  $jj \ell \nu$  背景的压低最有效.

对于  $\mathcal{O}_{F1}$ ,  $\mathcal{O}_{F2}$ ,  $\mathcal{O}_{FH}$  和  $\mathcal{O}_{FA}$  算符, 由于矢量流和轴矢量流相互作用的要求, 完全极化截面  $\sigma_{LL}$  和  $\sigma_{RR}$  均为零, 而  $Z^0$  与左手  $e^-$  的耦合比右手  $e^-$  强则导致  $\sigma_{LR}$  大于  $\sigma_{RL}$ . 不过,  $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (-0.8, +0.3)$  时背景的截面非常大, 最优化的极化构型是  $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (+0.8, -0.3)$ .

另一方面, 对于  $\mathcal{O}_{FP}$  算符,  $\sigma_{LR}$  和  $\sigma_{RL}$  均为零, 因为赝标量相互作用要求正负电子具有相同的螺旋度. 而  $\sigma_{LL}$  与  $\sigma_{RR}$  相等. 为了避开庞大的背景, 最优化的极化构型是  $(P_{e^-}, P_{e^+}) = (+0.8, +0.3)$ .

在表 4.8 中, 我们列出使用最优极化束流时的信号显著性  $\mathcal{S}_{pol}$  和使用非极化束流时的信号显著性  $\mathcal{S}_{unpol}$ , 假设  $\sqrt{s} = 500$  GeV 且积分亮度为  $100 \text{ fb}^{-1}$ . 在带电轻子道和强子道中, 各个算符相应的  $\mathcal{S}_{pol}/\mathcal{S}_{unpol}$  可达到  $1.7 - 1.9$ . 由于信号显著性基本上正比于积分亮度的平方根, 使用最优极化束流相当于采集超过 3 倍的数据量.

假设积分亮度为  $1000 \text{ fb}^{-1}$ , 在图 4.17 中, 我们展示了  $m_\chi$ - $\Lambda$  平面上使用极化束流前后的  $3\sigma$  灵敏度曲线. 其中, 蓝线对应于非极化束流, 红线对应于极化束流. 可以明显看出极化束流对实验灵敏度的提升作用.

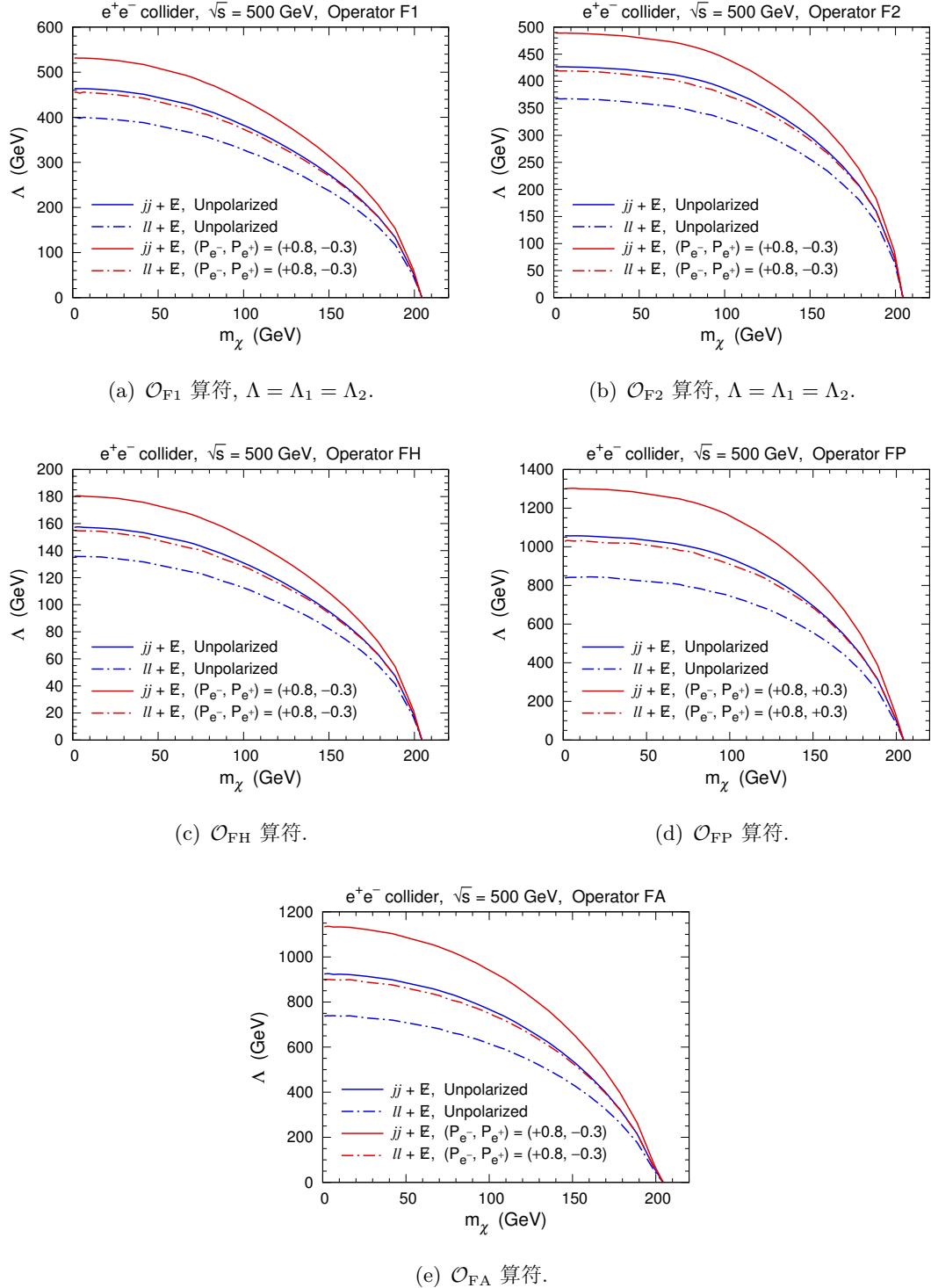


图 4.17:  $\sqrt{s} = 500$  GeV 时, 使用极化束流前后,  $m_\chi$ - $\Lambda$  平面上的  $3\sigma$  灵敏度曲线 [172].

## 第五章 强子对撞机上的暗物质简化模型研究

与正负电子对撞机相比, 强子对撞机可达到的对撞能量要高得多, 有机会产生非常重的粒子, 适合作为“发现机器”. 不过, 强作用过程引起的背景较为庞大和复杂, 因而在强子对撞机上进行精确测量有一定难度. 目前能量最高的强子对撞机 LHC 尚未发现任何超出标准模型的新粒子. 人们对它下一阶段实验寄予厚望的同时, 也开始设计更高能量的未来强子对撞机.

在本章中, 我们将用简化模型 (Simplified Model) 来描述暗物质相互作用, 讨论  $pp$  对撞机现有数据对暗物质性质的限制和未来实验灵敏度. 相比于 UV 完整模型, 这里所说的简化模型不需要包含完整的粒子谱, 而将与特定唯象学研究相关的粒子单独抽取出来讨论, 达到简化的目的, 也更贴近于对撞机实验的特定搜寻道. 另一方面, 不同于高量纲有效算符, 简化模型中的相互作用一般由可重整的低量纲算符描述, 因而考虑了较轻传播子的效应, 预言出来的过程具有更加合理的截面和分布.

在 5.1 节中, 我们基于简化的超对称模型, 考虑暗物质共湮灭效应对 LHC 搜寻标量顶夸克的影响. 5.2 节研究 LHC 探测暗物质与  $\tau$  子耦合的灵敏度. 5.3 节在 monojet 搜寻道中讨论未来  $pp$  对撞机对  $Z'$  portal 暗物质简化模型的灵敏度.

### 5.1 超对称模型共湮灭图像与标量顶夸克搜寻

2.3.1 小节提到, 在超对称模型中, 如果最轻的 neutralino ( $\tilde{\chi}_1^0$ ) 是 LSP, 它就可以作为暗物质候选粒子. 不过, 它的湮灭截面经常比较小, 得出的暗物质遗留密度一般偏大, 而能够给出正确遗留密度的参数区域经常对应着某种特殊机制. 在 focus point 区域和 sfermion 共湮灭区域中, 有效湮灭截面均通过共湮灭机制 [174, 175] 来增大. 典型的情况是, 与  $\tilde{\chi}_1^0$  发生共湮灭的粒子是最轻超对称粒子 (Next-to-Lightest Supersymmetric Particle, NLSP), 比如最轻的标量  $\tau$  子 ( $\tilde{\tau}_1$ ) [176] 或最轻的 chargino ( $\tilde{\chi}_1^\pm$ ) [175, 177].

如果发生共湮灭的 NLSP 带有色荷, 如 gluino ( $\tilde{g}$ ) [178], 最轻的标量顶夸克 ( $\tilde{t}_1$ ) [179] 或最轻的标量底夸克 ( $\tilde{b}_1$ ) [180], QCD 相互作用可以更显著地增大有

效湮灭截面。另一方面，共湮灭效应要求 NLSP 与 LSP 的质量比较接近，这意味着这种带色的 NLSP 比较轻，LHC 上 NLSP 的对产生截面将比较大，更容易在实验中被发现 [181–188]。

使用  $\sqrt{s} = 7$  TeV 时的数据，LHC 对超对称粒子的直接搜寻实验对 gluino 和前两代标量夸克设置了比较严苛的限制 [189, 190]。然而，假如带色的 NLSP 与 LSP 的质量几乎简并，NLSP 的可见衰变产物会比较软，重建出来的  $\cancel{E}_T$  也偏小。这样的信号容易淹没在背景中，因此，上述 LHC 限制可以被放宽，而较轻的  $\tilde{g}$ ,  $\tilde{t}_1$  和  $\tilde{b}_1$  仍然有可能不违背 LHC 实验结果 [181–188]。

对于这样的情况，如果有一个来自初末态辐射的高能喷注，它的反冲作用可以增大  $\cancel{E}_T$  [191, 192]。尽管这样的要求减小了产生截面，较大的  $\cancel{E}_T$  会非常有效地压低标准模型背景，特别是 QCD 背景，使得信号比较显著。因此，这对搜寻共湮灭图像 (Coannihilation Scenario) 中的超对称粒子很有帮助 [183, 185]。

在这一节中，我们主要关注与较轻的  $\tilde{t}_1$  有关的共湮灭图像。由于较大的 Yukawa 耦合，在许多超对称模型中， $\tilde{t}_1$  常常是最轻的带色超对称粒子。而且，较轻的  $\tilde{t}_1$  能够比较自然地解决规范等级问题 [193]。此外，电弱重子起源 (Electroweak Baryogenesis) 理论的强一阶相变可以由轻  $\tilde{t}_1$  实现 [194]。

LHC 对标量顶夸克的初步搜寻主要基于  $\tilde{t}_1 \rightarrow t\tilde{\chi}_1^0$  衰变模式，给出了比较强的限制 [195]。然而，考虑到各种共湮灭图像， $\tilde{t}_1$  可以有不一样的主要衰变模式，LHC 限制很可能会变弱。在这里，我们考虑 3 种共湮灭图像：(1)  $\tilde{t}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭， $m_{\tilde{\chi}_1^0} \sim m_{\tilde{t}_1}$ ；(2)  $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭， $m_{\tilde{\chi}_1^0} \sim m_{\tilde{\chi}_1^\pm} < m_{\tilde{t}_1}$ ；(3)  $\tilde{\tau}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭， $m_{\tilde{\chi}_1^0} \sim m_{\tilde{\tau}_1} < m_{\tilde{t}_1}$ 。为简单起见，我们假设其它超对称粒子比较重，与此处唯象学无关。

对于第一种图像，我们用 monojet +  $\cancel{E}_T$  搜寻道的结果来限制其参数空间。对于后两种图像 [196–198]，我们分别考虑产生过程  $pp \rightarrow \tilde{t}_1\tilde{t}_1^* \rightarrow b\bar{b}\tilde{\chi}_1^+\tilde{\chi}_1^-$  和  $pp \rightarrow \tilde{t}_1\tilde{t}_1^* \rightarrow b\bar{b}\nu_\tau\bar{\nu}_\tau\tilde{\tau}_1^+\tilde{\tau}_1^-$ 。电弱超对称粒子的直接产生截面（如  $pp \rightarrow \tilde{\chi}_2^0\tilde{\chi}_1^\pm$  和  $pp \rightarrow \tilde{\tau}_1^+\tilde{\tau}_1^-$ ）偏小，在 LHC 上不容易探测。因此，用  $\tilde{t}_1$  对产生过程  $pp \rightarrow \tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$  更容易探索这两种图像。由于这里  $\tilde{\chi}_1^\pm$  或  $\tilde{\tau}_1$  的质量与  $\tilde{\chi}_1^0$  几乎简并，衰变出来的粒子太软，不容易重建出来。因此，末态中的  $b$  夸克比较重要，可以利用  $b$ -jets +  $\cancel{E}_T$  搜寻结果来限制这两种图像的参数空间。

### 5.1.1 $\tilde{t}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像

在  $\tilde{t}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中, 我们假设  $\tilde{t}_1$  是 NLSP. 要实现共湮灭,  $\tilde{t}_1$  质量只能略重于  $\tilde{\chi}_1^0$  质量, 比如  $(m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^0})/m_{\tilde{\chi}_1^0} \lesssim 20\%$  [199]. 这样的话, 衰变模式  $\tilde{t}_1 \rightarrow t\tilde{\chi}_1^0$  和  $\tilde{t}_1 \rightarrow bW\tilde{\chi}_1^0$  很可能在运动学上被禁闭. 从而, 圈图引起的味道改变中性流 (Flavor Changing Neutral Current, FCNC) 衰变  $\tilde{t}_1 \rightarrow c\tilde{\chi}_1^0$  将成为主要模式, 因为衰变模式  $\tilde{t}_1 \rightarrow ff'b\tilde{\chi}_1^0$  被 4 体相空间严重压低. 于是, 在  $m_{\tilde{\chi}_1^0} + m_c \leq m_{\tilde{t}_1} < m_{\tilde{\chi}_1^0} + m_b + m_W$  参数区域中, 我们简化地假设  $\tilde{t}_1 \rightarrow c\tilde{\chi}_1^0$  的衰变分支比为 100%. 此时, 来自  $\tilde{t}_1$  衰变的喷注将非常软, 不容易重建, 我们考虑有一个来自初末态辐射的额外硬喷注伴随着  $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$  产生, 如图 5.1 所示, 这样的末态是 monojet +  $\cancel{E}_T$ .

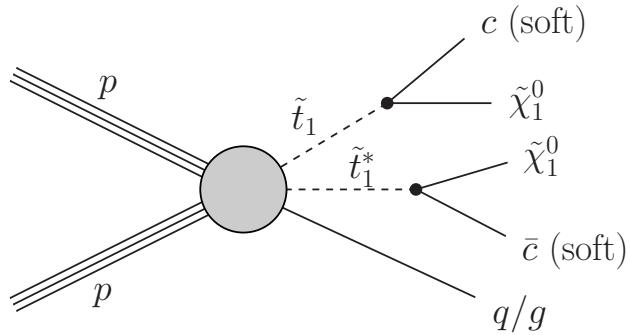


图 5.1:  $\tilde{t}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中的  $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$  产生过程.

在 LHC 上, monojet +  $\cancel{E}_T$  末态可用于探索额外维模型及暗物质与部分子的有效相互作用, ATLAS [200] 和 CMS [201] 实验组分别用  $4.7 \text{ fb}^{-1}$  和  $5.0 \text{ fb}^{-1}$  的 7 TeV LHC 数据进行了这样的搜寻, 采用的主要事例筛选条件总结在表 5.1 中. monojet +  $\cancel{E}_T$  搜寻道中的事例具有较大的  $\cancel{E}_T$  和一个高能喷注. 为了保留更多的信号事例, 第 2 个喷注是允许的,  $p_T > 30 \text{ GeV}$  的喷注超过 2 个就不行了. 此外, 也不能有孤立的轻子.  $\Delta\phi(\vec{j}_2, \cancel{E}_T) > 0.5$  和  $\Delta\phi(\vec{j}_1, \vec{j}_2) < 2.5$  这两个条件则用来压低 QCD 多喷注背景. 在这种背景中, 较大的  $\cancel{E}_T$  可能来自于喷注能动量的测量误差. ATLAS 数据分析中定义了 4 个信号区域, 对应着阈值不同的筛选条件. CMS 数据分析实际上也有 4 个信号区域, 但没有命名.

对数据应用这些筛选条件之后, 两个实验组对超出标准模型的可见截面 (Visible Cross Section)  $\sigma_{\text{vis}}^{\text{BSM}}$  分别给出了 95% 置信度的观测上限, 也列在

表 5.1: monojet +  $\cancel{E}_T$  搜寻道中, ATLAS [200] 和 CMS [201] 的 7 TeV 数据分析采用的事例筛选条件.

	ATLAS 7 TeV, 4.7 fb $^{-1}$	CMS 7 TeV, 5.0 fb $^{-1}$
信号区域名称	SR1/SR2/SR3/SR4	
$\cancel{E}_T$ [GeV] >	120/220/350/500	250/300/350/400
$p_T^{j_1}$ [GeV] >	120/220/350/500 ( $ \eta  < 2$ )	110 ( $ \eta  < 2.4$ )
$p_T^{j_3}$ [GeV] <	30	30
	$\Delta\phi(\vec{j}_2, \vec{\cancel{E}}_T) > 0.5$	$\Delta\phi(\vec{j}_1, \vec{j}_2) < 2.5$
	没有孤立轻子	
$\sigma_{\text{vis}}^{\text{BSM}}$ [fb] <	1920/170/30/6.9 (95% CL)	120/73.6/31.6/19 (95% CL)

表 5.1 中.  $\sigma_{\text{vis}}^{\text{BSM}}$  的定义是

$$\sigma_{\text{vis}}^{\text{BSM}} \equiv \sigma \cdot A \cdot \epsilon, \quad (5.1)$$

其中,  $\sigma$  是新物理过程的产生截面,  $A$  和  $\epsilon$  分别是筛选条件的接收度 (Acceptance) 和效率. 接下来, 我们模拟背景和信号, 将上述实验结果应用到  $\tilde{t}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中, 对参数空间给出限制.

在我们的模拟中, 超对称过程  $pp \rightarrow \tilde{t}_1 \tilde{t}_1^* + \text{jets}$  和标准模型背景在部分子水平上的样本由 MadGraph 5 [124] 生成. PYTHIA 6 [130] 被用于执行部分子簇射、粒子衰变和强子化过程. 矩阵元一部分子簇射匹配采用 MLM 方法 [137]. 快速探测器模拟由 PGS 4 [139] 完成. 喷注通过 anti- $k_t$  算法 [110] 重建, 对于 ATLAS (CMS) 探测器, 角度距离参数取为  $R = 0.4$  (0.5). 包含次领头阶修正的  $\tilde{t}_1 \tilde{t}_1^*$  对产生过程截面由 Prospino2 [202] 计算. 对于  $t\bar{t}$  背景, 用 MCFM [203] 计算  $K$  因子<sup>1</sup>.

在 monojet +  $\cancel{E}_T$  搜寻道中, 主要的标准模型背景是  $Z(\rightarrow \nu\bar{\nu}) + \text{jets}$  和  $W(\rightarrow \ell\nu) + \text{jets}$ . 对于  $W(\rightarrow \ell\nu) + \text{jets}$  背景,  $\ell$  有可能由于被合并到喷注中或处在不可探测区域, 而没有被重建成孤立轻子.  $Z(\rightarrow \nu\bar{\nu}) + \text{jets}$  是不可约背景, 比较重要. 为了修正模拟结果, 我们将经过筛选后的背景事例数乘上一个修正因子, 使其与实验组给出的结果一致. 然后将这个因子乘在  $\tilde{t}_1 \tilde{t}_1^* + \text{jets}$  信号事例数

<sup>1</sup> $K$  因子是次领头阶截面与领头阶截面之比.

上, 以此降低模拟的系统误差. 对于 ATLAS 分析中的 SR1, SR2, SR3 和 SR4 信号区域, 修正因子分别为 1.05, 0.97, 0.92 和 0.86. 对于 CMS 分析中  $\cancel{E}_T > 250, 300, 350$  和 400 GeV 的信号区域, 修正因子分别为 0.98, 0.91, 0.96 和 0.97. 可见, 虽然在快速探测器模拟中忽略了许多实际因素, 这些接近于 1 的修正因子说明我们的模拟结果是实验结果的良好近似.

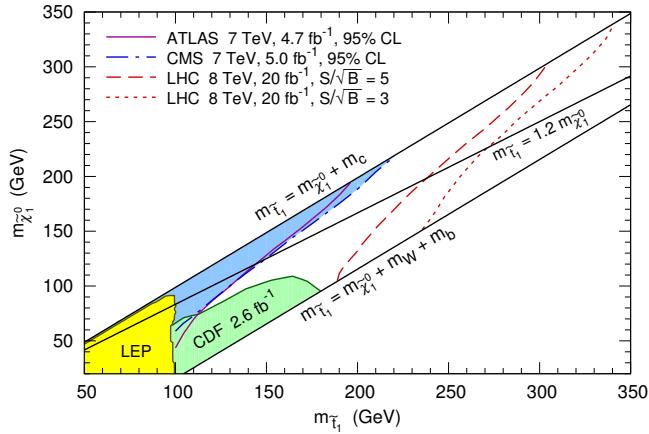


图 5.2:  $\tilde{t}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中,  $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^0}$  平面上的实验限制和预期灵敏度 [204].

经过上述模拟过程, 我们将实验组给出的限制应用到  $\tilde{t}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像的参数空间中, 如图 5.2 所示. 紫色实线和蓝色点划线分别标示出 ATLAS 和 CMS 结果的 95% 置信度排除限, 它们分别综合了两个分析中的几个信号区域. 此外, 我们还用黄色和绿色分别代表以前 LEP 和 CDF 实验排除的区域 [205].

当质量差  $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^0}$  变大时, 来自  $\tilde{t}_1$  衰变的  $c$  夸克能量变高, 引起的喷注变硬. 此时, 末态中有 3 个喷注的概率变大, 更难以通过筛选条件. 因此, 对于固定的  $m_{\tilde{t}_1}$ , 越小的  $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^0}$  给出的产生过程越容易被 monojet +  $\cancel{E}_T$  搜寻道探测到. 这解释了 ATLAS 和 CMS 排除限的行为. 在标示着 “ $m_{\tilde{t}_1} = m_{\tilde{\chi}_1^0} + m_c$ ” 和 “ $m_{\tilde{t}_1} = 1.2 m_{\tilde{\chi}_1^0}$ ” 的两条黑色实线之间的区域, 就是所谓的“共湮灭区域”. 可以看到,  $m_{\tilde{t}_1} \lesssim 150 - 220$  GeV 的共湮灭区域已被 LHC 实验排除.

接下来, 我们通过模拟估算在  $\sqrt{s} = 8$  TeV 的 LHC 上采集  $20 \text{ fb}^{-1}$  数据<sup>2</sup> 对  $\tilde{t}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像的实验灵敏度. 参考 CMS 分析, 我们将筛选条件取为

- $\cancel{E}_T > 300 \text{ GeV};$

<sup>2</sup>我们完成这个工作时, LHC 的 8 TeV 数据分析结果尚未公布.

- 领头喷注满足  $p_T > 150 \text{ GeV}$  和  $|\eta| < 2.4$ ;
- $p_T > 50 \text{ GeV}$  的喷注不能超过 2 个;
- $\Delta\phi(\vec{j}_1, \vec{j}_2) < 2.5$ ;
- 没有孤立轻子.

经过筛选后, 模拟出来的  $Z(\rightarrow \nu\bar{\nu}) + \text{jets}$  背景事例数为 13939,  $W(\rightarrow \ell\nu) + \text{jets}$  背景事例数为 9005, 因而总背景事例数  $B = 22944$ . 假设  $S$  为信号事例数, 将信号显著性定义为  $S/\sqrt{B}$ , 则  $3\sigma$  ( $5\sigma$ ) 灵敏度对应的 BSM 可见截面为  $\sigma_{\text{vis}}^{\text{BSM}} = 22.7 \text{ fb}$  ( $37.9 \text{ fb}$ ).

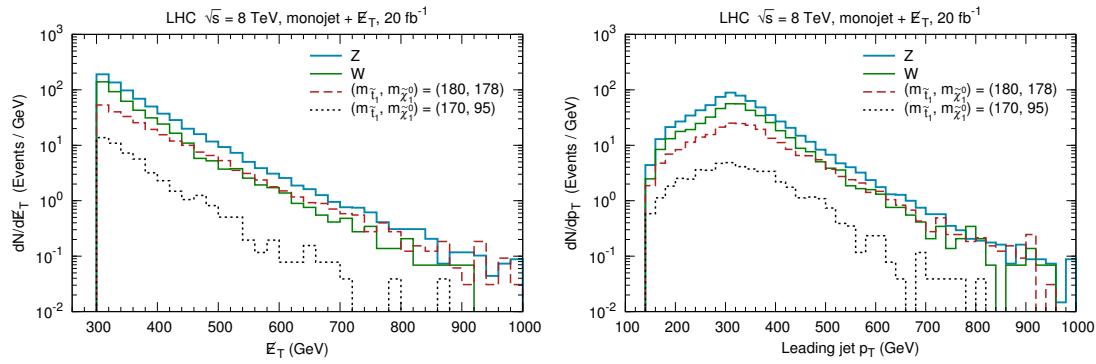


图 5.3:  $\tilde{t}_1\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中,  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$  时背景和信号的  $\cancel{E}_T$  (左) 和领头喷注  $p_T$  (右) 分布 [204].

在图 5.3 中, 我们展示了背景和信号的  $\cancel{E}_T$  和领头喷注  $p_T$  分布. 其中, 信号基准点取为  $(m_{\tilde{t}_1}, m_{\tilde{\chi}_1^0}) = (180 \text{ GeV}, 178 \text{ GeV})$  和  $(m_{\tilde{t}_1}, m_{\tilde{\chi}_1^0}) = (170 \text{ GeV}, 95 \text{ GeV})$ , 分别对应于质量几乎简并和质量劈裂较大两种情况. 背景和信号的领头喷注  $p_T$  分布在  $\sim 300 \text{ GeV}$  处均有一个峰, 这是因为在大多数事例中,  $\cancel{E}_T$  接近于阈值  $300 \text{ GeV}$ , 而  $\mathbf{p}_T^{j_1}$  几乎等于  $\mathbf{p}_T$ . 此外, 质量几乎简并的信号基准点对应的两个分布都比背景更硬, 而另一个基准点的分布坡度则与背景接近. 因此, 提高筛选条件的阈值对探测前一个基准点更有利.

应用上述筛选条件之后, 我们可以得出  $m_{\tilde{t}_1}\text{-}m_{\tilde{\chi}_1^0}$  平面上的  $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$  预期可见截面, 如图 5.4 所示. 其中, 短虚线和长虚线分别是  $3\sigma$  和  $5\sigma$  灵敏度曲线, 为了与  $7 \text{ TeV}$  数据的排除限比较, 它们也被画在图 5.2 中. 对于“共湮灭区域”,  $3\sigma$  ( $5\sigma$ ) 实验灵敏度可以探索到  $m_{\tilde{t}_1} \simeq 270 - 340 \text{ GeV}$  ( $240 - 300 \text{ GeV}$ ) 的地方.

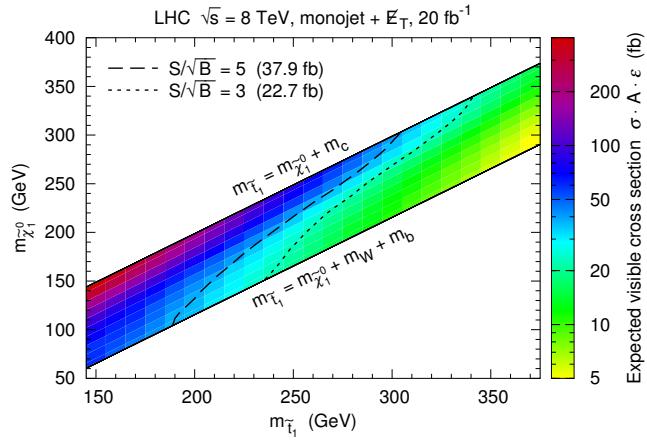


图 5.4:  $\tilde{t}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中,  $\sqrt{s} = 8$  TeV 时  $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^0}$  平面上的  $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$  预期可见截面 (彩色) [204].

### 5.1.2 $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像

在  $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中,  $\tilde{\chi}_1^\pm$  是 NLSP, 它的质量与  $\tilde{\chi}_1^0$  近乎简并. 我们考虑对产生的  $\tilde{t}_1$  衰变到  $b\tilde{\chi}_1^+$  的过程. 在这样的图像中,  $\tilde{\chi}_1^\pm$  的两体衰变道, 如  $\tilde{\chi}_1^+ \rightarrow W^+\tilde{\chi}_1^0$  和  $\tilde{\chi}_1^+ \rightarrow \nu_\tau\tilde{t}_1$  等, 在运动学上被禁止;  $\tilde{\chi}_1^\pm$  主要通过 3 体过程衰变到  $\tilde{\chi}_1^0$  及两个轻子或夸克. 于是, 此图像中的  $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$  产生过程如图 5.5 所示. 此时, 质量差  $m_{\tilde{\chi}_1^\pm} - m_{\tilde{\chi}_1^0}$  的具体数值并不重要, 因为这些软轻子和软喷注不容易重建出来. 为减少参数, 我们将  $(m_{\tilde{\chi}_1^\pm} - m_{\tilde{\chi}_1^0})/m_{\tilde{\chi}_1^0}$  固定为 10%, 作为共湮灭图像的典型情况. 更进一步, 假设在  $m_b + m_{\tilde{\chi}_1^\pm} \leq m_{\tilde{t}_1} \leq m_{\tilde{\chi}_1^0} + m_t$  区域中  $\tilde{t}_1 \rightarrow b\tilde{\chi}_1^+$  的分支比为 100%.

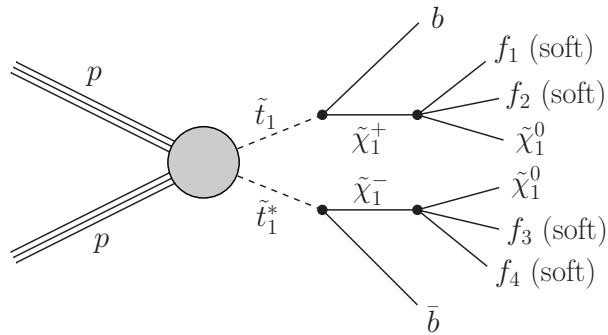


图 5.5:  $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中的  $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$  产生过程.

虽然  $\tilde{\chi}_1^+$  的可见衰变产物比较软,  $\tilde{t}_1$  衰变出来的  $b$  夸克却有可能比较硬, 形成可被标记出来的  $b$  喷注. 而且,  $b$  标记技术有助于压低标准模型背景. 因此, 在此图像中, 我们考虑  $b$ -jets +  $\cancel{E}_T$  搜寻道. 主要的背景是  $t\bar{t}$  + jets, single  $t$ ,  $Z(\rightarrow \nu\bar{\nu})$  + hf 和  $W(\rightarrow \ell\nu)$  + hf. 这里, single  $t$  过程包括  $tW$  + jets 和  $t$  + jets, 而缩写 hf 指 heavy flavor, 包含  $b$  夸克和  $c$  夸克<sup>3</sup>.

表 5.2:  $\sqrt{s} = 7$  TeV 时, 积分亮度为  $2.05 \text{ fb}^{-1}$  [206] 和  $4.7 \text{ fb}^{-1}$  [207] 的 ATLAS  $2b$ -jets +  $\cancel{E}_T$  数据分析采用的事例筛选条件, 以及对  $\sigma_{\text{vis}}^{\text{BSM}}$  的限制.

	ATLAS 7 TeV, $2.05 \text{ fb}^{-1}$	ATLAS 7 TeV, $4.7 \text{ fb}^{-1}$	
信号区域名称		SR2	SR3a
$\cancel{E}_T$ [GeV] >	130	200	150
领头喷注	$p_T > 130 \text{ GeV}, b$ 标记	$p_T > 60 \text{ GeV}, b$ 标记	$p_T > 130 \text{ GeV}$
次领头喷注	$p_T > 50 \text{ GeV}, b$ 标记	$p_T > 60 \text{ GeV}, b$ 标记	$p_T > 30 \text{ GeV}, b$ 标记
第 3 领头喷注	$p_T < 50 \text{ GeV}$	$p_T < 50 \text{ GeV}$	$p_T > 30 \text{ GeV}, b$ 标记
	$m_{\text{CT}} > 100 \text{ GeV}$	$\Delta\phi(\vec{j}_1, \cancel{E}_T) > 2.5$	
	$\Delta\phi(\vec{j}_{1,2}, \cancel{E}_T) > 0.4$	$\Delta\phi(\vec{j}_{2,3}, \cancel{E}_T) > 0.4$	
	$\cancel{E}_T/m_{\text{eff}} > 0.25$ , 没有孤立轻子		
$\sigma_{\text{vis}}^{\text{BSM}}$ [fb] <	13.4 (95% CL)	2.29 (95% CL)	7.83 (95% CL)

根据 LHC 在  $\sqrt{s} = 7$  TeV 时的运行数据, ATLAS 合作组公布了  $2b$ -jets +  $\cancel{E}_T$  搜寻道中积分亮度分别为  $2.05 \text{ fb}^{-1}$  和  $4.7 \text{ fb}^{-1}$  的两个分析结果 [206, 207]; CMS 合作组也公布了数据量为  $4.98 \text{ fb}^{-1}$  的  $b$ -jets +  $\cancel{E}_T$  搜寻道分析结果 [208]. 这些分析采用的一些事例筛选条件列于表 5.2 和 5.3 中.

有些实验分析没有给出对  $\sigma_{\text{vis}}^{\text{BSM}}$  的限制. 我们可用以下方程来估计对超出标准模型事例数  $N_{\text{BSM}}$  的 95% 置信度上限 [192]:

$$\chi^2 = \frac{(N_{\text{obs}} - N_{\text{SM}} - N_{\text{BSM}})^2}{N_{\text{SM}} + \sigma_{\text{SM}}^2 + N_{\text{BSM}}} = 3.841, \quad (5.2)$$

其中,  $N_{\text{obs}}$  是实际观测到的事例数,  $N_{\text{SM}}$  是实验组估计的标准模型背景事例数, 而  $\sigma_{\text{SM}}$  是  $N_{\text{SM}}$  的不确定度, 包括统计不确定度和系统不确定度. 得出  $N_{\text{BSM}}$  的

<sup>3</sup> $c$  夸克形成的喷注有  $\sim 10\%$  的概率被错误地标记成  $b$  喷注.

表 5.3:  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$  时 CMS  $b$ -jets +  $\cancel{E}_T$  数据分析 [208] 采用的事例筛选条件, 以及我们假设  $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$  和  $20 \text{ fb}^{-1}$  数据量进行  $b$ -jets +  $\cancel{E}_T$  模拟分析时采用的事例筛选条件.

	CMS 7 TeV, $4.98 \text{ fb}^{-1}$	LHC 8 TeV, $20 \text{ fb}^{-1}$
信号区域名称	1BL	
$\cancel{E}_T [\text{GeV}] >$	250	200
	$N_{\text{jet}}(p_T > 50 \text{ GeV}) \geq 3$	$N_{\text{jet}}(p_T > 60 \text{ GeV}) \geq 3$
$H_T [\text{GeV}] >$	400	300
	$\Delta\hat{\phi}_{\min} > 4.0$	$\Delta\phi(\vec{j}_{1,2,3}, \vec{\cancel{E}}_T) > 0.4$
至少有 1 个 $p_T > 30 \text{ GeV}$ 的喷注被标记成 $b$ 喷注		
	没有孤立轻子	
	/	$m_{jjj} \notin (130, 200) \text{ GeV}$
$\sigma_{\text{vis}}^{\text{BSM}} [\text{fb}] <$	20.6 (95% CL)	8.4 (14.0) ( $S/\sqrt{B} < 3 (5)$ )

上限之后, 除以积分亮度就得到  $\sigma_{\text{vis}}^{\text{BSM}}$  的上限. 这些上限也列在表 5.2 和 5.3 中. 通过对信号的模拟, 我们把这些限制应用到  $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中, 它们在  $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$  平面上的排除区域如图 5.6 所示. 其中, 紫色、蓝色和绿色区域被 ATLAS 分析结果排除, 而橙色区域被 CMS 分析结果排除. 接下来, 让我们仔细地讨论这些限制与筛选条件的关系.

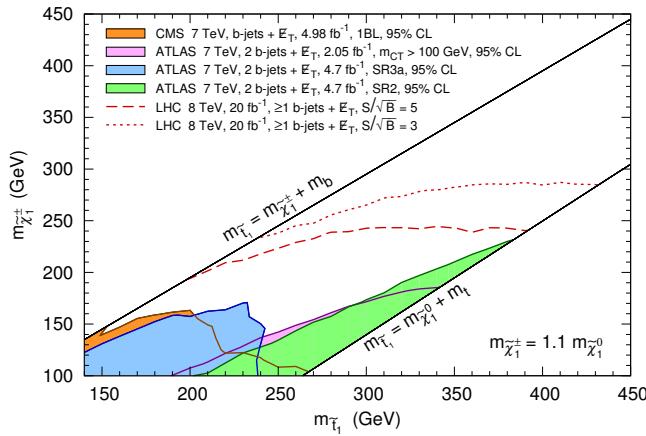


图 5.6:  $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中,  $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$  平面上的实验限制和预期灵敏度 [204].

ATLAS 的第 1 个分析和第 2 个分析的 SR2 信号区域均要求必须有 2 个硬的  $b$  喷注 ( $p_T > 50 - 60 \text{ GeV}$ ),  $\tilde{t}_1$  与  $\tilde{\chi}_1^\pm$  之间的质量劈裂要足够大才能满足这样的条件. 此外, 它们还要求两个  $b$  喷注的  $m_{\text{CT}}$  (定义见 3.24 式) 要大于 100 GeV, 从而剔除了许多  $t\bar{t} + \text{jets}$  背景事例. 对于  $pp \rightarrow \tilde{t}_1\tilde{t}_1^* \rightarrow b\bar{b}\tilde{\chi}_1^+\tilde{\chi}_1^-$  过程,  $m_{\text{CT}}$  分布的上边界位于  $m_{\text{CT}}^{\max} = (m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2)/m_{\tilde{t}_1}$ . 因此, 若  $\tilde{t}_1$  与  $\tilde{\chi}_1^\pm$  的质量比较接近, 则  $m_{\text{CT}} > 100 \text{ GeV}$  的条件不易满足.

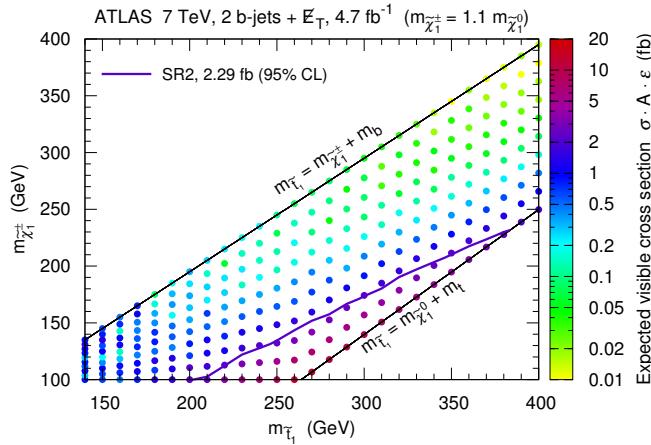


图 5.7:  $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中, 在  $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$  平面上,  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$  时  $4.7 \text{ fb}^{-1}$  ATLAS 数据分析 SR2 信号区域里的  $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$  预期可见截面 (彩色圆点) [204].

图 5.7 展示了  $4.7 \text{ fb}^{-1}$  ATLAS 数据分析 SR2 信号区域中的  $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$  预期可见截面. 可以明显地看到, 如果固定  $m_{\tilde{t}_1}$  的值,  $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$  越大,  $\sigma_{\text{vis}}^{\text{BSM}}$  就越大. 这个信号区域容易筛选出  $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^\pm} \gtrsim 100 \text{ GeV}$  的信号事例. 图中紫色实线对应于 95% 置信度上限, 对于  $m_{\tilde{t}_1} = m_{\tilde{\chi}_1^0} + m_t$ , 此上限排除了  $m_{\tilde{t}_1} \lesssim 380 \text{ GeV}$  的质量范围.

ATLAS 数据分析的 SR3a 信号区域要求有 1 个高能普通喷注, 而两个  $b$  喷注可以软一些. 对于  $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^* + \text{jets}$  过程, 这种条件倾向于挑出含有 1 个初态辐射硬喷注的事例. 这个硬喷注对  $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$  系统具有反冲作用, 它的方向与  $\vec{E}_{\text{T}}$  几乎相反, 因而  $\Delta\phi(\vec{j}_1, \vec{E}_{\text{T}}) > 2.5$  的条件在压低背景的同时不会损失太多信号事例. 于是, 被挑选出来的超对称信号事例数主要由产生截面决定, 对质量差  $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$  并不敏感. 从图 5.6 中可以看到, SR3a 信号区域的实验数据排除了  $m_{\tilde{t}_1} \lesssim 240 \text{ GeV}$  的大部分区域.

CMS 数据分析的 1BL 信号区域着重于至少包含 1 个  $b$  喷注的事例, 它要

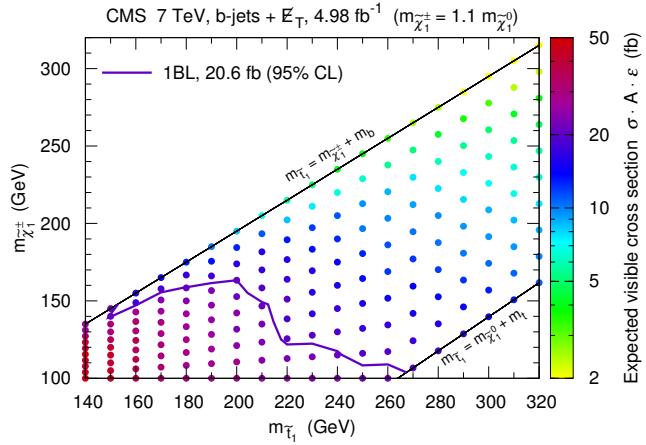


图 5.8:  $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中, 在  $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$  平面上,  $\sqrt{s} = 7$  TeV 时  $4.98 \text{ fb}^{-1}$  CMS 数据分析 1BL 信号区域里的  $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$  预期可见截面 (彩色圆点) [204].

求至少有 3 个  $p_T > 50$  GeV 的喷注, 而其  $p_T$  之和  $H_T$  应大于 400 GeV. 因此, 伴随有初末态辐射喷注的  $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$  事例更容易被挑选出来. 这里对  $b$  喷注的要求比较松, 只需要有 1 个  $p_T > 30$  GeV 的  $b$  喷注. 最后结果是,  $m_{\tilde{t}_1} \lesssim 200$  GeV 的区域大部分被排除, 即使  $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$  比较接近于  $m_{\tilde{t}_1}$  的情况也不例外, 如图 5.8 和 5.6 所示.

我们模拟了  $\sqrt{s} = 8$  TeV 时积分亮度为  $20 \text{ fb}^{-1}$  的情况, 采用的筛选条件见表 5.3 中第 3 列, 这些条件类似于 CMS 分析的 1BL 信号区域. 我们降低了  $\cancel{E}_T$  和  $H_T$  的阈值, 以挑出更多的信号事例. 为了进一步压低  $t\bar{t} + \text{jets}$  背景, 我们还利用运动学变量  $m_{jjj}$  进行筛选. 在 ATLAS 的一个数据分析中, 这个变量被用于挑选完全强子衰变的  $t$  夸克 [195], 而此处却被我们用于剔除  $t$  夸克.

$m_{jjj}$  的重建方法如下. 先挑出不变质量  $m_{jj} > 60$  GeV 且方向最接近的一对喷注, 将它们的动量合并起来, 认为这样重建出了一个强子衰变的  $W$  玻色子. 再选出与重建出来的  $W$  玻色子方向最接近第 3 个喷注.  $m_{jjj}$  便是这 3 个喷注的不变质量. 如果这 3 个喷注确实来自于一个完全强子衰变的  $t$  夸克,  $m_{jjj}$  就会接近于  $m_t \simeq 173$  GeV.

图 5.9 中左图画出了应用  $m_{jjj}$  筛选条件之前背景和信号的  $m_{jjj}$  分布, 两个信号基准点取为  $(m_{\tilde{t}_1}, m_{\tilde{\chi}_1^\pm}) = (260 \text{ GeV}, 100 \text{ GeV})$  和  $(250 \text{ GeV}, 245 \text{ GeV})$ . 易见,  $t\bar{t} + \text{jets}$  和 single  $t$  背景在  $m_t$  附近均有一个峰. 因此, 移除  $m_{jjj} \in (130, 200)$  GeV 的事例可以有效压低这两个背景. 这个筛选条件会剔除 47%

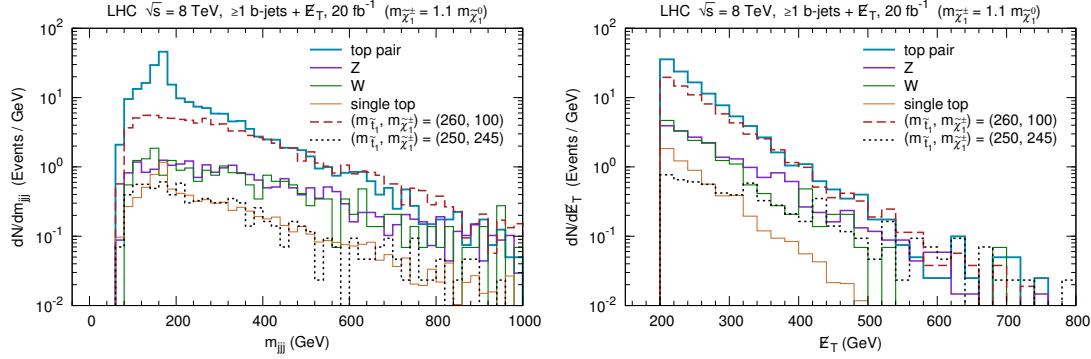


图 5.9:  $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中,  $\sqrt{s} = 8$  TeV 时背景和信号的  $m_{jjj}$  (左) 和  $\not{E}_T$  (右) 分布 [204].

(31%) 的  $t\bar{t} + \text{jets}$  (single  $t$ ) 事例, 而两个信号基准点的事例中分别只有 20% 和 21% 被移除. 在图 5.9 的右图中, 我们画出了背景和信号的  $\not{E}_T$  分布.

应用所有筛选条件之后, 标准模型背景事例数  $B = 3132$ , 其中包含 2269 个  $t\bar{t} + \text{jets}$  事例、390 个  $Z(\rightarrow \nu\bar{\nu}) + \text{hf}$  事例、353 个  $W(\rightarrow \ell\nu) + \text{hf}$  事例和 120 个 single  $t$  事例. 因此  $S/\sqrt{B} = 3$  (5) 对应的 BSM 可见截面为  $\sigma_{\text{vis}}^{\text{BSM}} = 8.4$  fb (14.0 fb). 图 5.10 用彩色圆点展示了  $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$  平面上的  $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$  预期可见截面, 也用蓝色实线标示出  $3\sigma$  和  $5\sigma$  实验灵敏度曲线. 为了比较, 这两条灵敏度曲线也画在图 5.6 中.

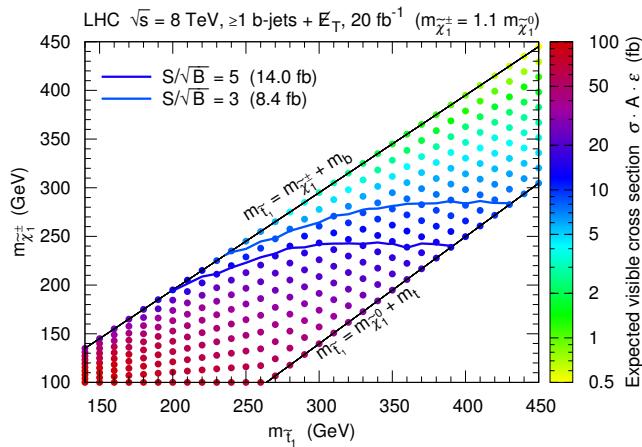


图 5.10:  $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中,  $\sqrt{s} = 8$  TeV 时  $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$  平面上的  $\tilde{t}_1\tilde{t}_1^*$  预期可见截面 (彩色圆点) [204].

灵敏度曲线在  $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$  平面上几乎是水平的, 原因如下. 一般来说, 当  $m_{\tilde{t}_1}$  固定时,  $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$  较大的  $\tilde{t}_1 \tilde{t}_1^*$  事例更容易形成硬喷注而通过筛选条件. 当  $m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$  比较小时, 则需要较小的  $m_{\tilde{t}_1}$  来提供较大的产生截面, 才能获得更多通过筛选条件的事例, 达到更高的信号显著性. 这两个效应综合起来得出这样近乎水平的灵敏度曲线. 于是,  $S/\sqrt{B} > 3$  (5) 的区域几乎覆盖了  $m_{\tilde{\chi}_1^\pm} \lesssim 280$  (240) GeV 的绝大部分参数空间.

### 5.1.3 $\tilde{\tau}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$ 共湮灭图像

最后, 我们讨论  $\tilde{\tau}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像. 由于  $\tilde{\tau}_1$  不参与强相互作用, 它在 LHC 上的直接产生截面相对较小.  $\tilde{\tau}_1$  的衰变产物主要是  $\tau$  子, 如果  $\tau$  子动量比较大, 在实验上就比较容易重建. 然而, 在  $\tilde{\tau}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中,  $\tilde{\tau}_1$  是 NLSP, 且与  $\tilde{\chi}_1^0$  在质量上几乎简并. 这样, 衰变出来的  $\tau$  子常常很软, 不易触发探测器. 在这里, 我们将  $\tilde{\tau}_1$  和  $\tilde{\chi}_1^0$  的质量关系固定为  $m_{\tilde{\tau}_1} = 1.1m_{\tilde{\chi}_1^0}$ , 在  $m_b + m_{\tilde{\tau}_1} \leq m_{\tilde{t}_1} \leq m_{\tilde{\chi}_1^0} + m_t$  区域中假设  $\tilde{t}_1 \rightarrow b\tilde{\tau}_1^+\nu_\tau$  衰变分支比为 100%, 然后研究  $pp \rightarrow \tilde{t}_1 \tilde{t}_1^* \rightarrow b\bar{b}\nu_\tau\bar{\nu}_\tau\tilde{\tau}_1^+\tilde{\tau}_1^-$  过程的 LHC 实验限制和探测能力. 这个过程的费曼图如图 5.11 所示.

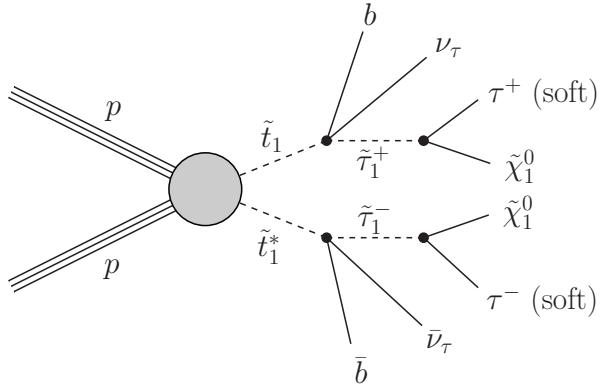


图 5.11:  $\tilde{\tau}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中的  $\tilde{t}_1 \tilde{t}_1^*$  产生过程.

这里的情况类似于  $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中的情况, 我们沿用相同的实验分析和模拟筛选条件来研究. 但是,  $\tilde{t}_1$  的衰变是 3 体衰变, 衰变出来  $b$  夸克偏软, 形成的喷注不容易标记. 而且,  $\cancel{E}_T$  的来源至少有 4 个粒子, 两个中微子和两个  $\tilde{\chi}_1^0$ , 它们的横向动量会相互抵消, 使得  $\cancel{E}_T$  偏小.

由于这两个原因, 在  $\tilde{\chi}_1^\pm$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中用到的 7 TeV ATLAS 和 CMS 数据分析结果在这里给出的限制比较弱, 我们模拟出来的 8 TeV  $20 \text{ fb}^{-1}$  数据

量预期灵敏度也比较低, 如图 5.12 所示。在  $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\tau}_1}$  平面上, ATLAS 和 CMS 的 7 TeV 搜寻排除了  $m_{\tilde{t}_1} \lesssim 220$  GeV 的一部分区域。在 8 TeV LHC 上, 若采集  $20 \text{ fb}^{-1}$  数据,  $3\sigma$  ( $5\sigma$ ) 实验灵敏度至多可以触及到  $m_{\tilde{\tau}_1} \simeq 240$  ( $200$ ) GeV 和  $m_{\tilde{t}_1} \simeq 370$  ( $330$ ) GeV。

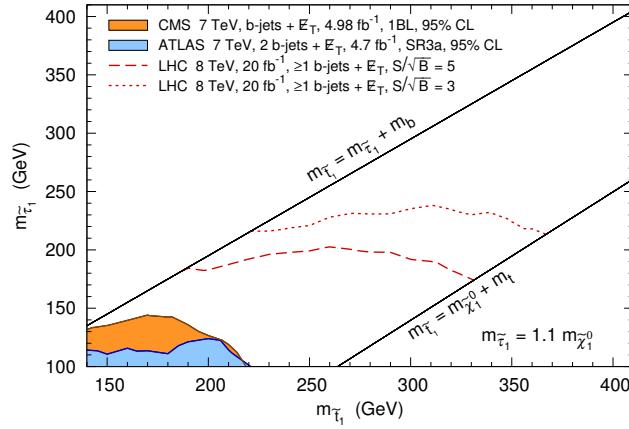


图 5.12:  $\tilde{\tau}_1$ - $\tilde{\chi}_1^0$  共湮灭图像中,  $m_{\tilde{t}_1}$ - $m_{\tilde{\tau}_1}$  平面上的实验限制和预期灵敏度 [204]。

## 5.2 $\tau$ portal 暗物质简化模型

在银河系中心附近, 暗物质密度很大, 因而银心区域一直受到间接探测实验的重点关注。不过, 银心附近的天体物理环境比较复杂, 伽马射线源比较多, 通过伽马射线连续谱来寻找暗物质信号不容易。一些研究组自 2009 年以来发现, 在银心区域的 Fermi-LAT 伽马射线数据中, 扣除已知天体物理背景之后, 存在着显著性很高的连续谱超出信号 [209–219], 峰值在 GeV 附近。这个信号一直从银心扩展到离银心约  $10^\circ$  的地方, 而且它的空间分布与 NFW 密度分布 [24] 的平方类似。

一些工作表明, 它有可能起源于在背景分析中未包含的某些天体物理过程, 如毫秒脉冲星的贡献 [220, 221]、超新星遗迹输出宇宙线的贡献 [222] 和  $\mathcal{O}(10^6)$  年以前输出高能电子的爆发事件 [223] 等。不过, 这些天体物理源能否同时解释流强、能谱和空间分布, 仍是争议中的问题 [221, 224, 225]。

这个信号的另一类解释是暗物质湮灭, 比如暗物质粒子湮灭到夸克、带电轻子 [209, 210, 212, 216] 或一些新的轻粒子 [226–228]。如果用暗物质湮灭到  $b\bar{b}$  来

解释, 只要假设暗物质粒子质量  $m_\chi \simeq 30 - 40$  GeV, 湮灭截面  $\sim 10^{-26}$  cm<sup>3</sup> s<sup>-1</sup>, 就可以很好地拟合数据. 而且, 这样的湮灭截面数值刚好是解释暗物质遗留密度所需要的.

暗物质粒子如果在树图阶上耦合到  $b$  夸克, 就可以通过圈图与核子耦合, 产生在直接探测实验中可以搜寻的核反冲信号, 而这类实验正好对  $m_\chi \sim 40$  GeV 的暗物质粒子非常灵敏 [229, 230], 有希望在不远的未来检验这种解释. 另一方面, 银晕中暗物质湮灭到  $b\bar{b}$  会产生额外的反质子, 而 PAMELA 的宇宙线反质子测量没有发现异常超出, 对这种解释设置了很强的限制 [231, 232]. 不过, 由于宇宙线传播和太阳调制效应的不确定度, 具体的限制程度并不完全明确. 此外, 如果暗物质与  $b$  夸克的耦合由一个中介粒子来联系, 中介粒子的质量应该在  $\mathcal{O}(10^2)$  GeV 附近. 在 LHC 上有可能将中介粒子直接产生出来, 因而这种解释也能在 LHC 上进行检验 [229, 230, 233–236].

在本节中, 我们研究一类  $\tau$  portal 暗物质简化模型, 假设暗物质粒子主要与  $\tau$  子耦合, 用暗物质湮灭到  $\tau^+\tau^-$  来解释这个银心 GeV 超出信号, 然后讨论在 LHC 上如何验证这个解释. 此前有一些工作研究过一般的亲轻子 (leptophilic) 暗物质模型在对撞机上的唯象学 [237–239], 不过, 主要关注点在于暗物质与前两代带电轻子的耦合.

单用暗物质湮灭到  $\tau^+\tau^-$  来解释这个信号, 要求  $m_\chi \sim 9$  GeV, 湮灭截面  $\sim 5 \times 10^{-27}$  cm<sup>3</sup> s<sup>-1</sup>. 我们将会采用一个研究组拟合出来的如下具体数值 [215]:

$$m_\chi = 9.43 \left( \begin{array}{l} +0.63 \\ -0.52 \end{array} \text{ stat.} \right) (\pm 1.2 \text{ sys.}) \text{ GeV}, \quad (5.3)$$

$$\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle = (0.51 \pm 0.24) \times 10^{-26} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}. \quad (5.4)$$

此时, 暗物质粒子也能通过圈图与原子核发生散射 [237, 238, 240, 241], 不过直接探测实验在  $m_\chi \sim 9$  GeV 处的灵敏度远低于  $m_\chi \sim 40$  GeV 处的灵敏度. 同时, 与暗物质湮灭到  $e^+e^-$  或  $\mu^+\mu^-$  相比, 湮灭到  $\tau^+\tau^-$  而产生的宇宙线  $e^\pm$  能谱比较软, 容易规避来自宇宙线  $e^\pm$  测量的限制 [165].

### 5.2.1 模型描述

我们讨论这样一类简化模型. 有 2 个新粒子, 它们在一个  $Z_2$  对称性下均为奇.  $\tau$  子与这两个新粒子直接耦合, 在此  $Z_2$  对称性下为偶. 这样一来, 较轻的那

个新粒子不能衰变, 我们假设它是中性的, 记作  $\chi$ , 是模型中的暗物质候选粒子. 较重的粒子则是联系  $\chi$  与  $\tau$  子的中介粒子.

这里考虑两种情形: (1) 暗物质粒子  $\chi$  是自旋为  $1/2$  的费米子, 中介粒子是自旋为 0 的标量粒子, 记作  $\phi$ ; (2)  $\chi$  是自旋为 0 的标量粒子, 中介粒子是自旋为  $1/2$  的费米子, 记作  $\psi$ . 在这两种情形中, 我们都假设  $\chi$  是标准模型规范相互作用单态.

对于费米子暗物质的情形, 我们考虑两个模型 DFDM (Dirac Fermionic Dark Matter) 和 MFDM (Majorana Fermionic Dark Matter), 其中  $\chi$  分别为狄拉克费米子和 Majorana 费米子.  $\chi$  和标量中介粒子  $\phi$  通过可重整的 Yukawa 耦合与右手  $\tau$  子发生相互作用:

$$\mathcal{L}_\phi = \lambda \phi \bar{\tau}_R \chi_L + \text{h.c.} \quad (5.5)$$

由于  $\chi$  是单态,  $\phi$  的相加性量子数应与右手  $\tau$  子相同, 因而带有弱超荷  $-1$ , 电荷  $-1$ ,  $\tau$  轻子数  $+1$ . 于是,  $\phi$  也耦合到光子和  $Z$  玻色子. 这样的  $\phi$  在超对称模型中对应着右手标量  $\tau$  子, 用  $\sim 10$  GeV 质量的 neutrino 和较轻的标量  $\tau$  子来解释银心 GeV 超出信号的做法参见文献 [242].

对于标量暗物质的情形, 我们同样考虑两个模型 CSDM (Complex Scalar Dark Matter) 和 RSDM (Real Scalar Dark Matter), 其中  $\chi$  分别为复标量粒子和实标量粒子.  $\chi$  和费米子中介粒子  $\psi$  也通过可重整的 Yukawa 耦合与右手  $\tau$  子发生相互作用:

$$\mathcal{L}_\psi = \kappa \chi \bar{\tau}_R \psi_L + \text{h.c.} \quad (5.6)$$

同理,  $\psi$  亦带有弱超荷  $-1$ , 电荷  $-1$ ,  $\tau$  轻子数  $+1$ .

为简单起见, 我们不会假设左手  $\tau$  子与两个新粒子直接耦合. 否则, 为了保持规范不变性, 需要将中介粒子扩充成一个  $SU(2)_L$  二重态, 增加新的自由度, 使问题复杂化. 此外, 我们也不假设有其它中介粒子将暗物质粒子联系到电子或  $\mu$  子. 如果这种中介粒子比较轻, 就会通过圈图对电子或  $\mu$  子磁偶极矩贡献较大, 并引起轻子味破坏衰变. 此方面研究参见文献 [237, 238, 241, 243].

在这 4 个简化模型中, 暗物质粒子都会通过交换  $t$  道中介粒子湮灭到  $\tau^+ \tau^-$ .

在低速极限下, 从模型求得的湮灭截面为

$$\begin{aligned} \text{DFDM 模型: } \frac{1}{2} \langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle &= \frac{\lambda^4 m_\chi^2 \beta_\tau}{64\pi(m_\phi^2 + m_\chi^2 - m_\tau^2)^2} \\ &\simeq 5 \times 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \left( \frac{m_\chi}{9.4 \text{ GeV}} \right)^2 \left( \frac{\lambda}{m_\phi/179 \text{ GeV}} \right)^4, \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} \text{MFDM 模型: } \langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle &= \frac{\lambda^4 m_\tau^2 \beta_\tau}{32\pi(m_\phi^2 + m_\chi^2 - m_\tau^2)^2} \\ &\simeq 5 \times 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \left( \frac{\lambda}{m_\phi/93 \text{ GeV}} \right)^4, \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} \text{CSDM 模型: } \frac{1}{2} \langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle &= \frac{\kappa^4 m_\tau^2 \beta_\tau^3}{32\pi(m_\psi^2 + m_\chi^2 - m_\tau^2)^2} \\ &\simeq 5 \times 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \left( \frac{\kappa}{m_\psi/93 \text{ GeV}} \right)^4, \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} \text{RSDM 模型: } \langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle &= \frac{\kappa^4 m_\tau^2 \beta_\tau^3}{4\pi(m_\psi^2 + m_\chi^2 - m_\tau^2)^2} \\ &\simeq 5 \times 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \left( \frac{\kappa}{m_\psi/156 \text{ GeV}} \right)^4. \end{aligned} \quad (5.10)$$

其中,  $\beta_\tau \equiv \sqrt{1 - m_\tau^2/m_\chi^2}$ , 而近似结果对应于  $m_\tau \ll m_\chi \ll m_\phi, m_\psi$ . 对于非自共轭暗物质, 在(5.7)和(5.9)式中引入了一个  $1/2$  因子, 以此弥补与自共轭暗物质的差别, 从而, 这些结果可以直接联系(5.4)式.

在 MFDM, CSDM 和 RSDM 模型中,  $s$  波湮灭截面正比于  $m_\tau^2$ . 正如在近似表达式中显示出来的, 为了得出解释银心超出信号需要的截面值, 中介粒子应该比较轻, 质量在  $\mathcal{O}(10^2)$  GeV 附近, 这么轻的粒子有希望在对撞机搜寻中发现.

图 5.13 展示了各个  $\tau$  portal 暗物质简化模型的参数空间,  $m_\chi$  被固定在 9.43 GeV 处. 其中, 绿色带子对应着湮灭截面 (5.4) 式的  $1\sigma$  范围, 点划线表示中心值. 实际上, 图 5.13 是这个工作的总结, 里面还画出了直接探测实验的排除限、LEP 实验的排除区域和 LHC 实验的搜寻灵敏度, 这些问题将在接下来的两个小节中讨论.

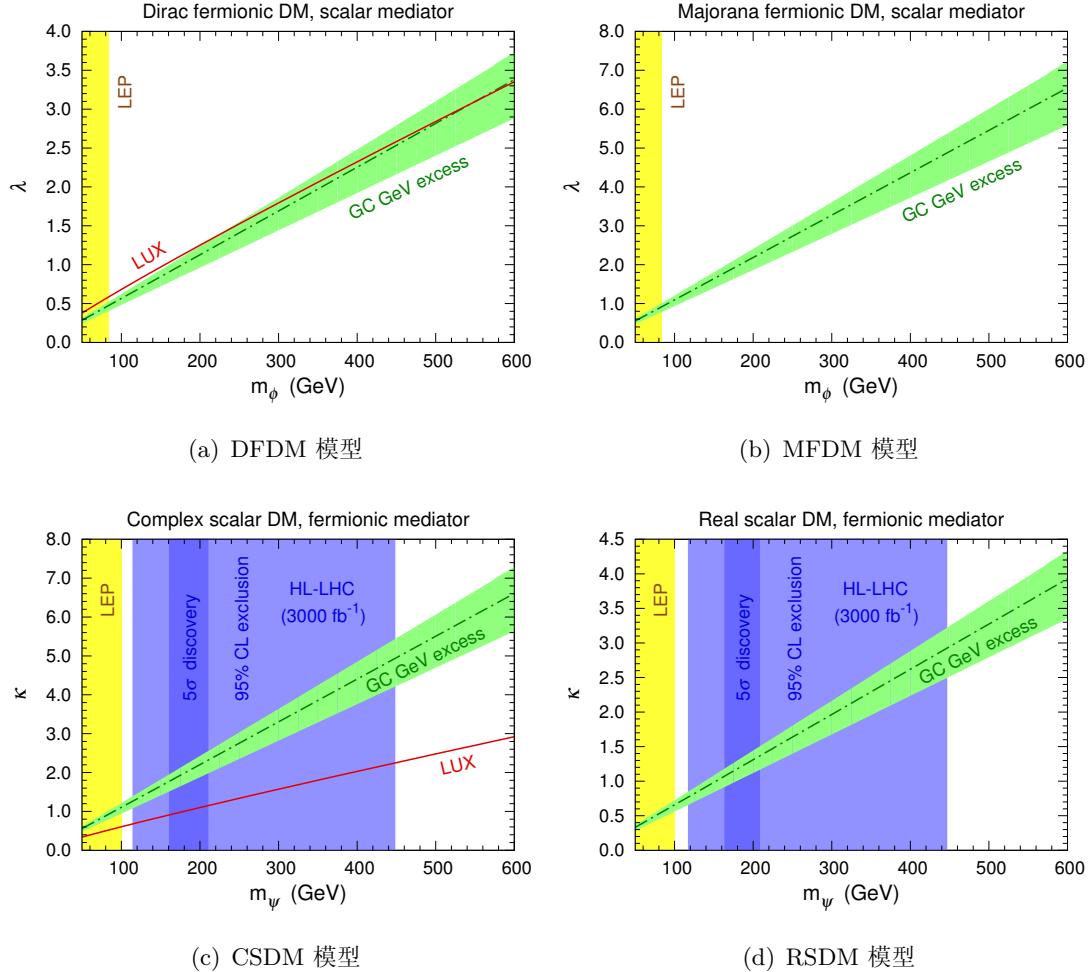


图 5.13: 各个  $\tau$  portal 暗物质简化模型的参数空间 [244].

### 5.2.2 直接探测

在这些简化模型中, 尽管暗物质粒子没有直接耦合到夸克或胶子, 它仍然可以通过圈图水平上的电磁形状因子与原子核相互作用, 从而引起可见的直接探测信号. 在 DFDM, MFDM 和 CSDM 模型中, 暗物质粒子可通过在单圈水平上交换一个虚光子与原子核散射, 如图 5.14 所示. 不过, 对于 Majorana 暗物质粒子来说, 领头阶贡献对应于一个 anapole moment 算符, 导致散射截面太小, 不可能被目前的直接探测实验发现 [237]. 另一方面, 在 RSDM 模型中, 暗物质粒子要在双圈水平上交换两个虚光子才能与原子核散射, 在直接探测实验中就更难发现了 [238].

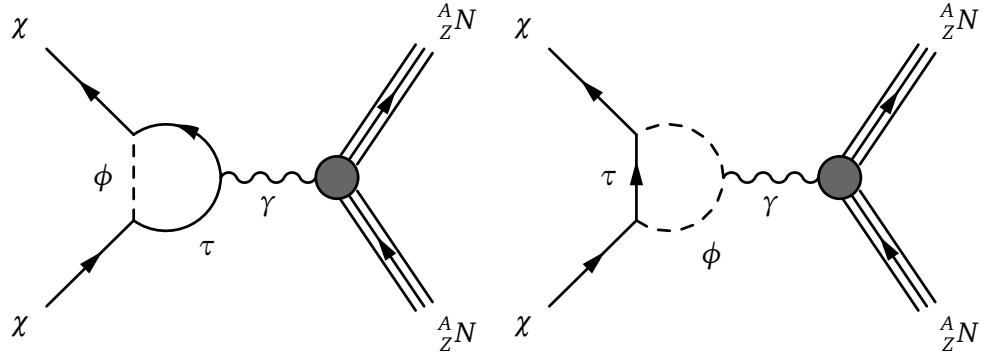


图 5.14: 单圈水平上费米子暗物质与原子核散射示意图. 对于复标量暗物质, 费曼图是类似的, 只需将  $\phi$  传播子替换成  $\psi$  传播子.

当前自旋无关直接探测实验 (如 LUX [62]) 的零信号结果可以限制 DFDM 和 CSDM 模型. 在 DFDM 模型中, 暗物质粒子与核子的自旋无关平均散射截面可以表示为 [237, 245]

$$\sigma_{\chi N} = \frac{Z^2 e^2 B^2 \mu_{\chi N}^2}{\pi A^2}, \quad (5.11)$$

其中,  $\mu_{\chi N} \equiv m_\chi m_N / (m_\chi + m_N)$  是暗物质与核子的约化质量,  $A$  ( $Z$ ) 是靶原子核的质量数 (原子序数), 而

$$B \simeq -\frac{\lambda^2 e}{64\pi^2 m_\phi^2} \left[ \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \ln \left( \frac{m_\tau^2}{m_\phi^2} \right) \right] \quad (5.12)$$

是一个形状因子, 匹配着暗物质与光子的有效算符  $[\bar{\chi} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \partial^\nu \chi + \text{h.c.}] F_{\mu\nu}$ . 在 CSDM 模型中, 暗物质与核子的自旋无关平均散射截面为 [237]

$$\sigma_{\chi N} = \frac{Z^2 e^2 C^2 \mu_{\chi N}^2}{8\pi A^2}, \quad (5.13)$$

其中,

$$C \simeq -\frac{\kappa^2 e}{16\pi^2 m_\psi^2} \left[ 1 + \frac{2}{3} \ln \left( \frac{m_\tau^2}{m_\psi^2} \right) \right] \quad (5.14)$$

是匹配着有效算符  $(\partial^\mu \chi)(\partial^\nu \chi^*) F_{\mu\nu}$  的形状因子.

对于  $m_\chi = 9.43$  GeV, LUX 实验在 90% 置信水平上排除了  $\sigma_{\chi N} \gtrsim 2 \times 10^{44} \text{ cm}^2$  的散射截面. 我们将这个限制应用到 DFDM 和 CSDM 模型中, 如

图 5.13(a) 和 5.13(c) 中红色实线所示。可以看到，在 CSDM 模型中与银心 GeV 超出信号相关的参数区域（绿色带子）已被 LUX 实验排除。在 DFDM 模型中，LUX 的结果也排除了  $m_\phi \gtrsim 200$  GeV 时绿色带子的一部分，而剩余部分很可能在曝光量更大的未来直接探测实验中受到检验。

### 5.2.3 对撞机搜寻

由于  $\phi$  和  $\psi$  带有弱超荷和电荷，它们可以通过 Drell-Yan 过程，即交换  $s$  道  $\gamma/Z$  的过程，在对撞机上成对产生。在  $e^+e^-$  对撞机上，DFDM 和 MFDM 模型中的  $\phi\phi^*$  对产生信号实质上与超对称模型中的右手标量  $\tau$  子对产生信号相同。因此，LEP 搜寻 [246] 对右手标量  $\tau$  子的限制可以照搬过来。LEP 的对撞能量至多达到  $\sqrt{s} = 208$  GeV，排除了  $m_\phi \lesssim 84$  GeV 的参数区域。另一方面，当  $m_\psi = m_\phi$  时， $\psi\bar{\psi}$  对产生截面比  $\phi\phi^*$  截面大了 1 个量级。于是，我们认为 LEP 搜寻对  $m_\psi$  的限制可以达到接近运动学阈值的地方，即排除了 CSDM 和 RSDM 模型中  $m_\psi \lesssim 100$  GeV 的参数区域。在图 5.13 中，这些限制用黄色区域表示。

接下来研究 LHC 对  $\phi$  和  $\psi$  对产生过程的探测能力。当  $\sqrt{s} = 8$  TeV 和 14 TeV 时，LHC 上  $pp \rightarrow \phi\phi^*/\psi\bar{\psi} + \text{jets}$  过程的产生截面如图 5.15 所示。可以发现，当  $m_\psi = m_\phi$  时， $\psi\bar{\psi}$  截面要比  $\phi\phi^*$  截面大 1 个量级，这一方面是因为  $\psi$  的内部自由度更多，一方面是因为  $\phi\phi^*$  产生过程在角分布上存在运动学压低。

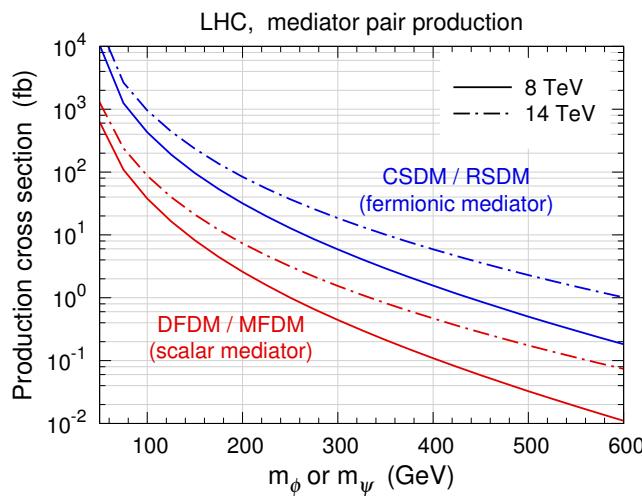


图 5.15:  $\sqrt{s} = 8$  TeV 和 14 TeV 时，LHC 上  $pp \rightarrow \phi\phi^*/\psi\bar{\psi} + \text{jets}$  过程的产生截面 [244]。

产生出来之后,  $\phi$  和  $\psi$  基本上以 100% 的分支比衰变到 1 个  $\tau$  子和 1 个暗物质粒子。 $\tau$  子的轻子衰变模式  $e\nu_e\nu_\tau$  和  $\mu\nu_\mu\nu_\tau$  分别具有 17.9% 和 17.4% 的分支比, 其余模式都是强子衰变, 分支比为 64.7%。强子衰变的  $\tau$  子形成喷注, 在 LHC 上可以通过  $\tau$  标记技术将它重建出来。另一方面, 暗物质粒子和从  $\tau$  子衰变出来的中微子会引起较大的  $\cancel{E}_T$ 。于是, 中介粒子的搜寻道可分为三类:  $2\tau_h + \cancel{E}_T$ ,  $\tau_\ell\tau_h + \cancel{E}_T$  和  $2\tau_\ell + \cancel{E}_T$ , 其中  $\tau_h$  ( $\tau_\ell$ ) 表示强子 (轻子) 衰变的  $\tau$  子。

我们用 `FeynRules` [125] 创建了这些  $\tau$  portal 模型, 然后进行蒙特卡洛模拟。背景和信号的样本通过 `MadGraph 5` [124] 产生。我们用 `PYTHIA 6` [130] 来处理部分子簇射、粒子衰变和强子化过程, 它在处理  $\tau$  子衰变时实际上调用了 `TAUOLA` 程序 [247], 以期获得更精确的结果。`MLM` 方法 [137] 被用于匹配矩阵元和部分子簇射计算。快速探测器模拟通过 `Delphes 3` [138] 进行。我们在模拟中采用了一组对应于 ATLAS 探测器的参数。

在 LHC 上,  $\phi$  和  $\psi$  产生过程的末态类似于一些超对称粒子的电弱产生过程, 如  $\tilde{\chi}_1^+\tilde{\chi}_1^-$ ,  $\tilde{\tau}^+\tilde{\tau}^-$  和  $\tilde{\ell}^+\tilde{\ell}^-$  产生。利用  $\sqrt{s} = 8$  TeV 时  $\sim 20 \text{ fb}^{-1}$  的数据, 实验组仔细地研究过这些超对称过程 (如文献 [248–250])。实验组的这些数据分析结果也适合于搜寻中介粒子  $\phi$  和  $\psi$ 。我们生成了 8 TeV 时的  $pp \rightarrow \phi\phi^*/\psi\bar{\psi} + \text{jets}$  信号样本, 应用这些实验数据分析中使用的事例筛选条件, 发现实验数据对 BSM 事例数的 95% 置信度上限大于这里的信号事例数, 即便在最好的条件下也要大 2 倍以上。因此, 我们认为 8 TeV LHC 数据还不能限制这些  $\tau$  portal 模型。下面我们讨论 14 TeV LHC 的情况。

$2\tau_h + \cancel{E}_T$  和  $\tau_\ell\tau_h + \cancel{E}_T$  搜寻道的信号显著性依赖于  $\tau$  标记技术。 $\sqrt{s} = 8$  TeV 时, 在 ATLAS 探测器上, 两种  $\tau$  标记方法 (Boosted Decision Trees 和 Projective Likelihood) 给出差不多的效率 [114]。对于适中 (严格) 的  $\tau$  标记, 正确标记的效率约为 60% (40%), 而 QCD 喷注的误判率约为 5% (2%)。虽然适中的  $\tau$  标记可以找到更多的真实  $\tau_h$ , 它的误判率也比较大, 导致包含 QCD 喷注的庞大背景不容易受到控制。因此, 在模拟 14 TeV LHC 的过程中, 我们假设正确标记效率为 40%, QCD 喷注误判率为 2%。

我们要搜寻的信号包含 1 对较重的正反粒子, 分别衰变成 1 个可见粒子和 1 个不可见粒子。对于这样的信号特征,  $m_{\text{T2}}$  变量 [119–121] 有助于区分信号和背景。 $m_{\text{T2}}$  的定义由 (3.25) 式给出, 在这里我们将  $\mu_i$ ,  $m_{v_1}$  和  $m_{v_2}$  取为 0。对于  $2\tau_h + \cancel{E}_T$ ,  $2\tau_\ell + \cancel{E}_T$  和  $\tau_\ell\tau_h + \cancel{E}_T$  搜寻道, 构造  $m_{\text{T2}}$  时使用的可见粒子分别是 2

个  $\tau_h$ , 2 个  $\ell$ , 以及 1 个  $\ell$  和 1 个  $\tau_h$ .  $m_{\text{T}2}$  分布的上边界与母粒子和不可见粒子的质量相关. 当中介粒子与暗物质粒子质量差比较大时, 信号的  $m_{\text{T}2}$  分布将比背景扩展得更远.

### 5.2.3.1 $2\tau_h + \cancel{E}_T$ 搜索道

在  $2\tau_h + \cancel{E}_T$  搜索道中, 含有  $\tau$  子和中微子的标准模型过程是主要背景, 包含  $VV + \text{jets}$  (即  $WW/WZ/ZZ + \text{jets}$ ),  $t\bar{t} + \text{jets}$  和  $W + \text{jets}$ . 如果末态中有 1 个喷注被错误地标记成  $\tau_h$ ,  $W + \text{jets}$  背景就有可能通过筛选条件.

为了有效地压低背景, 我们采用下列事例筛选条件.

- **Basic cuts:**  $\cancel{E}_T > 100 \text{ GeV}$ ; 有 2 个符号相反的  $\tau_h$ , 满足  $p_T > 30 \text{ GeV}$  和  $|\eta| < 2.5$ ; 没有孤立电子 ( $p_T > 10 \text{ GeV}$  且  $|\eta| < 2.47$ ) 或  $\mu$  子 ( $p_T > 10 \text{ GeV}$  且  $|\eta| < 2.4$ ).
- **Jet veto:** 没有任何中心区喷注 ( $p_T > 30 \text{ GeV}$  且  $|\eta| < 2.5$ ) 或朝前区喷注 ( $p_T > 40 \text{ GeV}$  且  $2.5 \leq |\eta| < 4.5$ ).
- **$m_{\text{T}2}$  cut:**  $m_{\text{T}2} > 90 \text{ GeV}$ .

在表 5.4 中, 我们列出了各次事例筛选过后背景与信号的截面和信号显著性. 这里, 信号显著性对应于积分亮度为  $3000 \text{ fb}^{-1}$  的情况, 定义为  $\mathcal{S} = S/\sqrt{B+S}$ , 其中  $S$  ( $B$ ) 是信号 (总背景) 事例数. 对于 DFDM (MFDM) 模型, 信号基准点取为  $m_\phi = 225$  (250)  $\text{GeV}$ ; 对于 CSDM (RSDM) 模型, 则取为  $m_\psi = 300$  (200)  $\text{GeV}$ .

应用 basic cuts 之后,  $t\bar{t} + \text{jets}$  和  $W + \text{jets}$  是主要背景. Jet veto 对压低  $t\bar{t} + \text{jets}$  非常有效, 因为来自  $t$  夸克衰变的每个  $b$  夸克一般都会形成可见喷注. 两个  $\tau_h$  构造出来的  $m_{\text{T}2}$  分布如图 5.16(a) 所示.  $W + \text{jets}$  背景随着  $m_{\text{T}2}$  的增大而迅速下降,  $m_{\text{T}2}$  cut 能够剔除这个背景中 80% 的事例. 不过, 由于  $\tau_h$  误判, 以及  $\tau$  衰变出来的中微子引起的不完全能量测量, 信号的  $m_{\text{T}2}$  分布与  $t\bar{t} + \text{jets}$  和  $VV + \text{jets}$  背景分得不够开. 因此, 我们也不能使用更高的  $m_{\text{T}2}$  阈值, 否则会损失太多信号事例.

表 5.4: 3 个搜寻道中各次事例筛选过后背景和信号的截面  $\sigma$  (单位为 fb) 和信号显著性  $\mathcal{S}$ .

$2\tau_h + \cancel{E}_T$ 搜寻道											
	$VV$	$t\bar{t}$	$W$	DFDM		MFDM		CSDM		RSDM	
	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$
Basic cuts	10.3	171	182	0.0853	0.24	0.0658	0.19	0.410	1.2	0.945	2.7
Jet veto	1.22	3.97	46.3	0.0453	0.35	0.0349	0.27	0.220	1.7	0.499	3.8
$m_{T2}$ cut	0.591	1.68	9.06	0.0261	0.42	0.0214	0.35	0.167	2.7	0.336	5.4

$\tau_\ell\tau_h + \cancel{E}_T$ 搜寻道											
	$VV$	$t\bar{t}$	$W$	DFDM		MFDM		CSDM		RSDM	
	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$
Basic cuts	84.3	1190	1310	0.163	0.18	0.130	0.14	0.796	0.86	1.65	1.8
Jet veto	10.6	31.0	361	0.0835	0.23	0.0674	0.18	0.424	1.2	0.811	2.2
$m_{T2}$ cut	3.19	10.3	2.50	0.0319	0.44	0.0293	0.40	0.263	3.6	0.372	5.0

$2\tau_\ell + \cancel{E}_T$ 搜寻道											
	$VV$	$t\bar{t}$	DFDM		MFDM		CSDM		RSDM		
	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	$\sigma$	$\mathcal{S}$	
Basic cuts	918	5660	0.115	0.078	0.0884	0.060	0.526	0.36	1.29	0.87	
Jet veto	354	204	0.0629	0.15	0.0483	0.11	0.291	0.67	0.698	1.6	
$Z$ veto	281	190	0.0598	0.15	0.0462	0.12	0.275	0.69	0.655	1.7	
$m_{T2}$ cut	0.500	0.388	0.00593	0.34	0.00649	0.38	0.0681	3.8	0.0549	3.1	

### 5.2.3.2 $\tau_\ell\tau_h + \cancel{E}_T$ 搜寻道

在  $\tau_\ell\tau_h + \cancel{E}_T$  搜寻道中, 主要背景与  $2\tau_h + \cancel{E}_T$  搜寻道一样. 我们采用以下事例筛选条件.

- **Basic cuts:**  $\cancel{E}_T > 100$  GeV; 有 1 个  $\tau_h$  ( $p_T > 30$  GeV 且  $|\eta| < 2.5$ ) 和 1 个  $\ell$  [它如果是电子 ( $\mu$  子), 应满足  $p_T > 20$  GeV 和  $|\eta| < 2.47$  ( $p_T > 20$  GeV 和  $|\eta| < 2.4$ )], 两者符号相反.

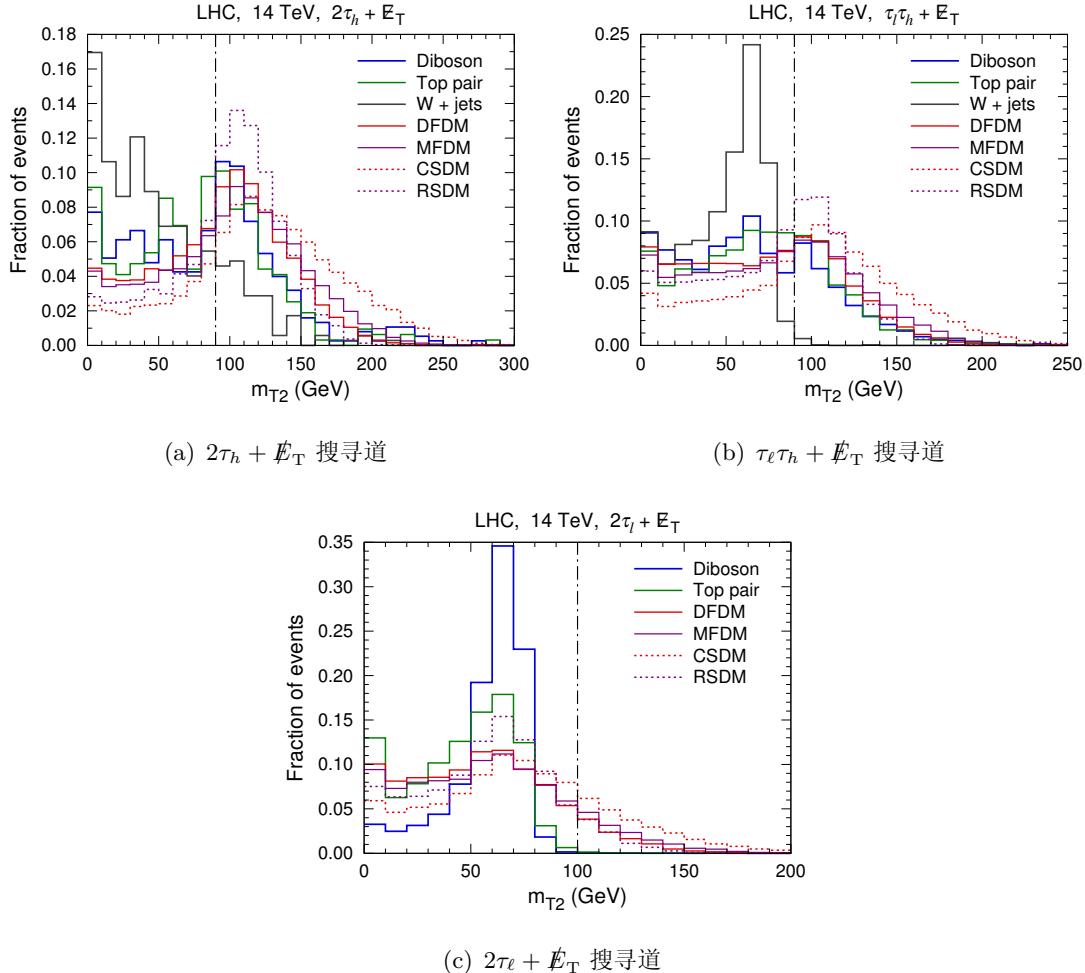


图 5.16: 3 个搜寻道中背景和信号的归一化  $m_{T2}$  分布 [244]. 黑色点划线标示的位置是筛选条件阈值.

- **Jet veto:** 没有任何中心区喷注 ( $p_T > 30$  GeV 且  $|\eta| < 2.5$ ) 或朝前区喷注 ( $p_T > 40$  GeV 且  $2.5 \leq |\eta| < 4.5$ ).
- **$m_{T2}$  cut:**  $m_{T2} > 90$  GeV.

背景和信号的截面及信号显著性同样列于表 5.4 中. 经过 basic cuts 和 jet veto 的筛选,  $W + \text{jets}$  成为主要背景. 我们用  $\tau_h$  和  $\ell$  构造  $m_{T2}$  变量, 分布如图 5.16(b) 所示.  $W + \text{jets}$  的  $m_{T2}$  分布实质上只能延展到  $W$  质量处, 此时  $m_{T2}$  变量的作用其实与通常的  $m_T$  变量差不多. 应用  $m_{T2}$  cut 之后,  $W + \text{jets}$  被压低了 2 个量级, 还不如  $t\bar{t} + \text{jets}$  背景重要.

### 5.2.3.3 $2\tau_\ell + \cancel{E}_T$ 搜索道

在  $2\tau_\ell + \cancel{E}_T$  搜索道中, 主要背景是  $VV + \text{jets}$  和  $t\bar{t} + \text{jets}$ . 我们采用如下事例筛选条件.

- **Basic cuts:**  $\cancel{E}_T > 60 \text{ GeV}$ ; 有 2 个符号相反的  $\ell$  [如果  $\ell$  是电子 ( $\mu$  子), 应满足  $p_T > 20 \text{ GeV}$  和  $|\eta| < 2.47$  ( $p_T > 20 \text{ GeV}$  和  $|\eta| < 2.4$ )]; 没有  $\tau_h$  ( $p_T > 30 \text{ GeV}$  且  $|\eta| < 2.5$ ).
- **Jet veto:** 没有任何中心区喷注 ( $p_T > 30 \text{ GeV}$  且  $|\eta| < 2.5$ ) 或朝前区喷注 ( $p_T > 40 \text{ GeV}$  且  $2.5 \leq |\eta| < 4.5$ ).
- **$Z$  veto:** 如果两个  $\ell$  味道相同, 它们的不变质量必须满足  $|m_{\ell\ell} - m_Z| > 10 \text{ GeV}$ .
- **$m_{T2}$  cut:**  $m_{T2} > 100 \text{ GeV}$ .

表 5.4 中也列有此搜索道里背景和信号的截面, 以及信号显著性. 对于信号来说, 虽然  $2\tau_\ell + \cancel{E}_T$  这个搜索道的分支比很小, 应用 basic cuts 之后留下的事例却比  $2\tau_h + \cancel{E}_T$  搜索道还略多一些.  $t\bar{t} + \text{jets}$  依然通过 jet veto 有效压低. 在两个同味  $\ell$  的不变质量分布中,  $VV + \text{jets}$  背景在  $Z$  玻色子质量处具有一个显著的峰, 它被  $Z$  veto 条件排除. 图 5.16(c) 展示了两个  $\ell$  构造的  $m_{T2}$  分布. 可以看到, 背景的分布在  $W$  质量处有明显的上边界, 而信号分布延伸得更远. 因此,  $m_{T2}$  cut 对压低背景极其有效.

在图 5.17 中, 我们展示了应用所有事例筛选条件之后的信号可见截面, 横轴为中介粒子质量  $m_\phi$  或  $m_\psi$ . 由于相同的产生截面和事例分布, MFDM 和 RSDM 模型的结果分别与 DFDM 和 CSDM 模型的结果相同. 图中呈现出来的轻微差别是模拟样本的统计涨落引起的. 3 个搜索道的灵敏度相似, 但并不相同.  $2\tau_\ell + \cancel{E}_T$  搜索道能够覆盖更宽的中介粒子质量范围,  $2\tau_h + \cancel{E}_T$  搜索道在最灵敏的地方可以达到更高的信号显著性,  $\tau_\ell\tau_h + \cancel{E}_T$  搜索道的灵敏度则处于前两个搜索道之间.

我们还在图 5.17 中用点划线标出两条预期的 95% 置信度排除限, 分别对应于积分亮度为  $300 \text{ fb}^{-1}$  和  $3000 \text{ fb}^{-1}$ . 采集  $300 \text{ fb}^{-1}$  的数据看起来还不足以检验这些模型. LHC 的后期计划, 高亮度 LHC (HL-LHC) 将能够采集  $3000 \text{ fb}^{-1}$

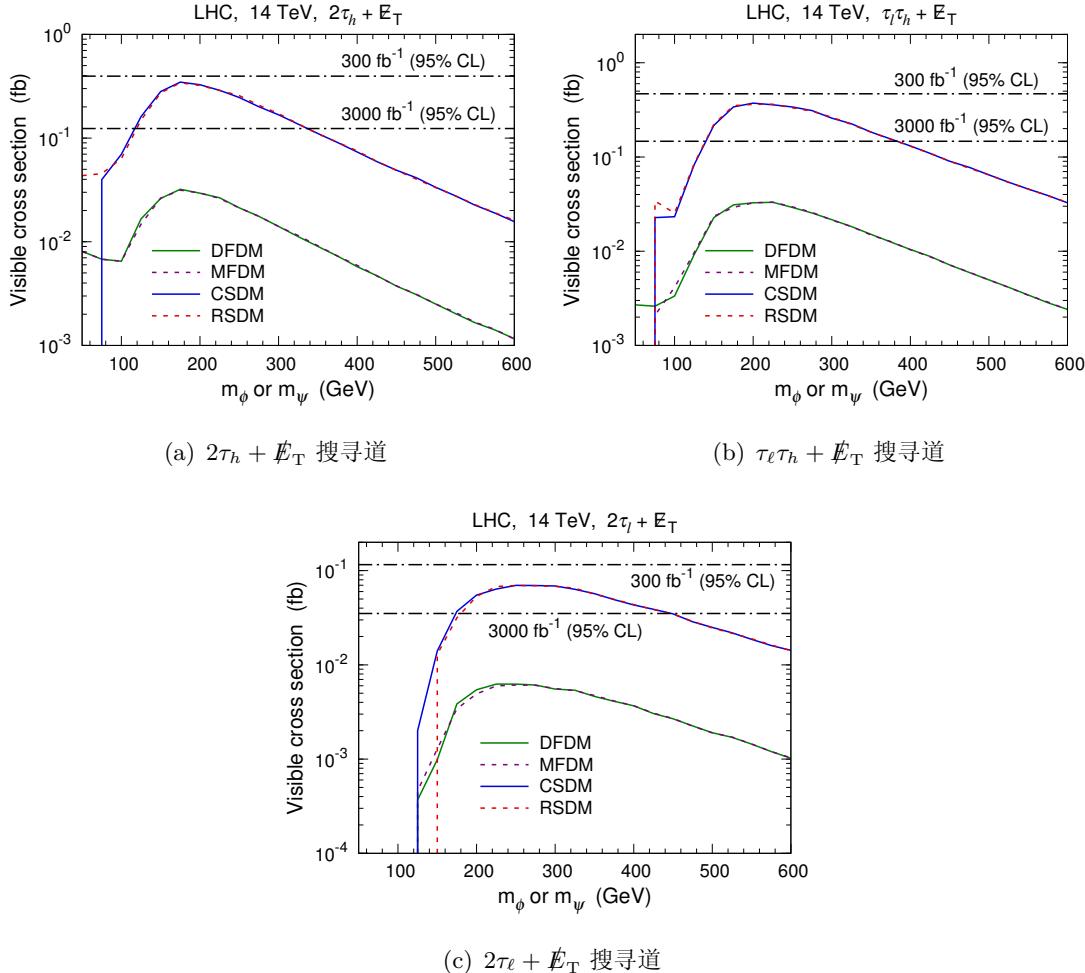


图 5.17: 在 3 个搜寻道中, 应用所有事例筛选条件之后的信号可见截面 [244].

的数据, 那时就有能力探索 CSDM 和 RSDM 模型. 如前所述, 若  $m_\phi = m_\psi$ , DFDM 和 MFDM 模型中的中介粒子产生截面比 CSDM 和 RSDM 模型中的截面小了 1 个量级, 这直接反映在图 5.17 中. 因此, HL-LHC 似乎还没有能力探索这两个模型.

我们将 3 个搜寻道对 CSDM 和 RSDM 模型的探测能力合并起来. 在图 5.13(c) 和 5.13(d) 中, 淡蓝色和深蓝色区域分别对应于采集  $3000 \text{ fb}^{-1}$  数据的 HL-LHC 预期能够给出的 95% 置信度排除区域和  $5\sigma$  显著性区域, 它们分别覆盖了  $120 \text{ GeV} \lesssim m_\psi \lesssim 450 \text{ GeV}$  和  $160 \text{ GeV} \lesssim m_\psi \lesssim 210 \text{ GeV}$  的范围.

### 5.3 $Z'$ portal 暗物质简化模型

在强子对撞机上研究暗物质性质，比较简单的方式是在有效场论框架下，用高量纲不可重整有效算符来描述暗物质粒子与标准模型粒子的相互作用 [167, 192, 251–262]. 这是一种不关注模型细节的做法，相当于假设中介粒子很重，其效应能以截断能标代替。在这种情况下，暗物质粒子在强子对撞机上成对产生的同时，还需要有一个或多个来自初态辐射的粒子与之伴随产生，否则不能重建出  $\cancel{E}_T$  信号。根据伴随粒子的种类，可以将暗物质搜寻道分为 monojet +  $\cancel{E}_T$  [192, 251–257, 259]，monophoton +  $\cancel{E}_T$  [192, 251, 261]，mono- $W$  +  $\cancel{E}_T$  [262, 263]，mono- $Z$  +  $\cancel{E}_T$  [167]，mono- $b$  +  $\cancel{E}_T$  [260]，甚至 mono-Higgs +  $\cancel{E}_T$  [251, 258] 等。

在有效算符框架下，可以很方便地比较对撞机的搜寻结果与直接和间接探测实验的结果。CMS 实验组在 monojet +  $\cancel{E}_T$  搜寻道中分析了 7 TeV 和 8 TeV LHC 运行数据 [264]，将得出的排除限转换到暗物质与原子核的散射截面上，如图 5.18 所示。图中还画出许多直接探测实验的结果。左图对应于自旋无关散射截面，对于暗物质与夸克的矢量流有效算符  $\bar{\chi}\gamma_\mu\chi\bar{q}\gamma^\mu q$ ，LHC 的排除能力只有在  $m_\chi$  小于几个 GeV 时才能够胜过直接探测实验。由于阈能原因，直接探测实验在这个区域灵敏度下降了很多。右图对应于自旋相关散射截面，直接探测实验在这方面的灵敏度比较低。对于暗物质与夸克的轴矢量流有效算符  $\bar{\chi}\gamma_\mu\gamma_5\chi\bar{q}\gamma^\mu\gamma_5 q$ ，LHC 的排除能力要比直接探测实验强得多。

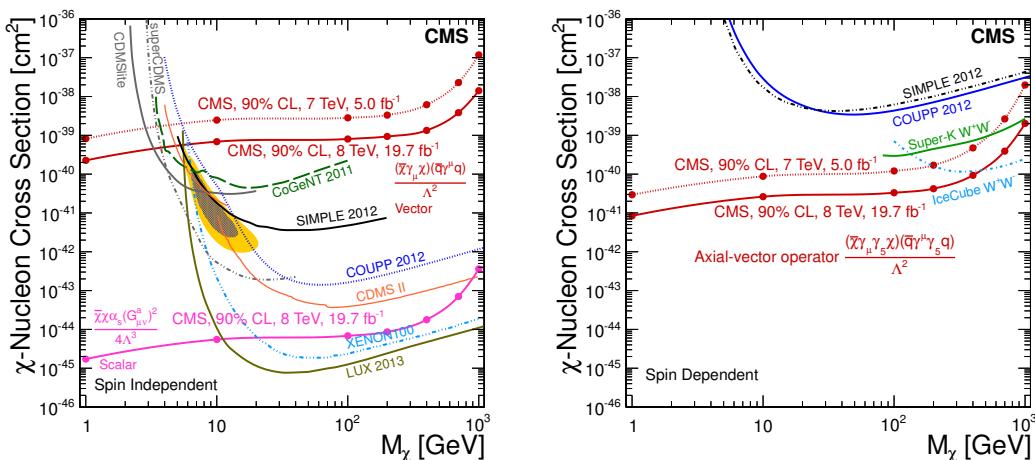


图 5.18: monojet +  $\cancel{E}_T$  搜寻道中，CMS 实验组给出的排除限转换到暗物质与原子核散射截面上的结果 [264]。

不过,有效场论的适用范围有限。当相互作用过程的动量转移足够大,可与中介粒子质量比拟,甚至超过中介粒子质量时,有效场论就失效了。为此,更合理而又简单的方式是研究简化模型,比如我们在 5.2 节中讨论的那些  $\tau$  portal 模型。这类模型一般只引入 1 个新的中介粒子,用它联系暗物质粒子和标准模型粒子。在中介粒子比较重的情况下,简化模型会回归到有效算符框架。另一方面,简化模型也能够作为一些 UV 完整模型的特殊情况,比如我们在 5.1 节中讨论的那些共湮灭图像,这一点在超对称研究中得到了普遍的应用 [265–267]。在特定的暗物质简化模型中,我们也可以很容易地比较对撞机搜寻、直接探测和间接探测这三种实验方法的结果 [234, 268–275]。

在本节中,我们讨论一类  $Z'$  portal 暗物质简化模型,假设中介粒子是自旋为 1 的中性粒子  $Z'$ 。7 TeV 和 8 TeV 的 LHC 结果已经被用于限制这类模型的参数空间 [270, 272]。在未来几年中,13 – 14 TeV 的 LHC 实验也会进一步探索这类模型。然而,我们这里的工作是 SppC 预研的一部分,因而讨论的对撞能量更高,为 33 TeV, 50 TeV 和 100 TeV, 对应于 SppC 和 VHE-LHC 的能量。考虑这么高对撞能量的一些对撞机研究,可以参见文献 [276–280]。下面,我们将在 monojet +  $\cancel{E}_T$  搜寻道中讨论未来  $pp$  对撞机对  $Z'$  portal 暗物质简化模型的探测能力。

### 5.3.1 模型概述

假设暗物质粒子  $\chi$  是标准模型规范相互作用下的单态,只与自旋为 1 的中介粒子  $Z'$  耦合。另一方面,  $Z'$  也耦合到夸克,作为暗物质与夸克相互作用的媒介。在这里,我们不打算穷尽所有可能的粒子自旋和洛伦兹结构,只关注两种情形,  $\chi$  是狄拉克费米子和  $\chi$  是复标量粒子。

对于费米子暗物质的情形,我们考虑暗物质粒子和夸克与  $Z'$  通过矢量流或轴矢量流耦合,相互作用拉氏量为

$$\mathcal{L}_{\text{FV}} = \sum_q g_q Z'_\mu \bar{q} \gamma^\mu q + g_\chi Z'_\mu \bar{\chi} \gamma^\mu \chi, \quad (5.15)$$

$$\mathcal{L}_{\text{FA}} = \sum_q g_q Z'_\mu \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 q + g_\chi Z'_\mu \bar{\chi} \gamma^\mu \gamma_5 \chi. \quad (5.16)$$

其中,求和遍及 6 味夸克。对于标量暗物质的情形,不能为暗物质粒子构造轴矢

量流, 因而只考虑如下矢量流耦合,

$$\mathcal{L}_{\text{SV}} = \sum_q g_q Z'_\mu \bar{q} \gamma^\mu q + i g_\chi Z'_\mu [\chi^* \partial^\mu \chi - (\partial^\mu \chi^*) \chi]. \quad (5.17)$$

下标 FV 和 FA 分别代表发生矢量流和轴矢量流相互作用的费米子暗物质模型, 而 SV 代表发生矢量流相互作用的标量暗物质模型. 在这 3 种简化模型中, 我们已经假设相互作用具有可重整量纲和  $CP$  不变性.

这些模型中的自由参数是  $m_\chi$ ,  $m_{Z'}$ ,  $g_\chi$  和  $g_q$ . 一般而言,  $Z'$  与夸克的耦合  $g_q$  是味依赖的, 应该由 UV 完整模型的细节决定. 为简单起见, 我们假设  $g_q$  对 6 味夸克来说是相同的, 以此作为一个有启发意义的例子.

通过 monojet +  $\cancel{E}_T$  搜寻道, 可以研究暗物质产生过程  $pp \rightarrow Z'^{(*)}(\rightarrow \chi\bar{\chi}/\chi\chi^*) + \text{jets}$ . 这个过程的截面依赖于  $g_\chi$  和  $g_q$  这两个耦合系数. 另一方面,  $g_q$  的大小会受到强子对撞机上 dijet 共振态 ( $q\bar{q} \rightarrow Z' \rightarrow q\bar{q}$  过程) 搜寻的额外限制 [281, 282]. 而且, 能量更高的未来  $pp$  对撞机更有希望发现这种 dijet 共振态. 如果综合 dijet 共振态和 monojet +  $\cancel{E}_T$  的搜寻结果, 就可以对  $g_\chi$  和  $g_q$  分开给出测量或限制.

在下文中, 我们只关注 monojet +  $\cancel{E}_T$  搜寻道, 并假设  $g_q = g_\chi$  以减少自由参数. 除了  $Z'$  在壳产生的情形, 暗物质产生过程的截面正比于  $g_q^2$  和  $g_\chi^2$  的乘积, 此时, 假设  $g_q = g_\chi$  得出的结果可以很容易地扩展到  $g_q \neq g_\chi$  的情况.

$Z'$  的宽度  $\Gamma_{Z'}$  可以表示为

$$\Gamma_{Z'} = \Gamma(Z' \rightarrow \chi\bar{\chi}/\chi\chi^*) \theta(m_{Z'} - 2m_\chi) + \sum_q c_q \Gamma(Z' \rightarrow q\bar{q}) \theta(m_{Z'} - 2m_q). \quad (5.18)$$

其中, 颜色因子  $c_q = 3$ , 而阶梯函数表明特定衰变道只有在运动学允许的条件下才会打开. 可见,  $\Gamma_{Z'}$  由分别正比于  $g_q^2$  和  $g_\chi^2$  的各项之和求得. 因此,  $\Gamma_{Z'}$  和  $g_q^2 g_\chi^2$  可以同时作为独立的自由参数, 取代  $g_q$  和  $g_\chi$  的位置. 在暗物质搜寻中, 关于  $\Gamma_{Z'}$  效应和  $g_q \neq g_\chi$  的讨论可以参见文献 [192, 268, 281, 283]. 在 FV, FA 和 SV 模型中, 各个衰变道的分宽度为

$$\Gamma_{\text{FV}}(Z' \rightarrow q\bar{q}) = \frac{m_{Z'}}{12\pi} g_q^2 \xi_q \left( 1 + \frac{2m_q^2}{m_{Z'}^2} \right), \quad \Gamma_{\text{FV}}(Z' \rightarrow \chi\bar{\chi}) = \frac{m_{Z'}}{12\pi} g_\chi^2 \xi_\chi \left( 1 + \frac{2m_\chi^2}{m_{Z'}^2} \right); \quad (5.19)$$

$$\Gamma_{\text{FA}}(Z' \rightarrow q\bar{q}) = \frac{m_{Z'}}{12\pi} g_q^2 \xi_q^3, \quad \Gamma_{\text{FA}}(Z' \rightarrow \chi\bar{\chi}) = \frac{m_{Z'}}{12\pi} g_\chi^2 \xi_\chi^3; \quad (5.20)$$

$$\Gamma_{\text{SV}}(Z' \rightarrow q\bar{q}) = \Gamma_{\text{FV}}(Z' \rightarrow \bar{q}q), \quad \Gamma_{\text{SV}}(Z' \rightarrow \chi\chi^*) = \frac{m_{Z'}}{12\pi} \frac{g_\chi^2}{4} \xi_\chi^3. \quad (5.21)$$

其中,  $\xi_f \equiv \sqrt{1 - 4m_f^2/m_{Z'}^2}$  ( $f = q, \chi$ ), 是  $Z'$  静止系中粒子  $f$  的运动速度.

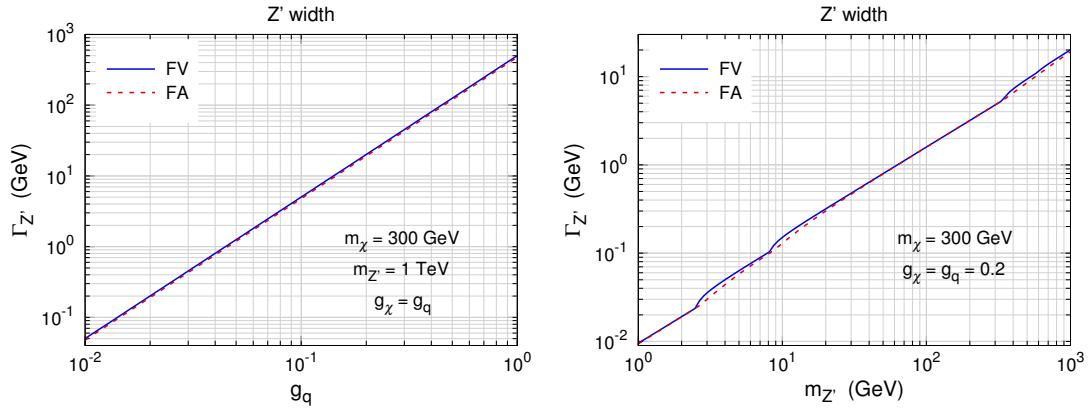


图 5.19:  $Z'$  粒子的宽度  $\Gamma_{Z'}$  随耦合系数和质量的变化关系.

当  $m_\chi = 300$  GeV 时,  $Z'$  粒子的宽度  $\Gamma_{Z'}$  随耦合系数和质量的变化关系如图 5.19 所示, 其中蓝色实线 (红色点线) 对应于 FV (FA) 模型. 左图横轴为耦合系数  $g_q$ , 已假设  $g_\chi = g_q$  和  $m_{Z'} = 1$  TeV. 可以看到, 当耦合系数达到 1 时, 宽度  $\Gamma_{Z'}$  已经开始接近  $m_{Z'}$ . 右图横轴为  $m_{Z'}$ , 耦合系数固定为  $g_\chi = g_q = 0.2$ .

假如  $Z'$  宽度比它的质量还大, 将  $Z'$  看作一个粒子就有问题了. 因此, 一般不希望  $g_\chi$  和  $g_q$  太大. 对于 FV 和 FA 模型, 由  $\xi_q < 1$  和  $\xi_q(1 + 2m_q^2/m_{Z'}^2) < 1$ , 可得

$$\Gamma_{Z'} < \frac{m_{Z'}}{12\pi} \left( g_\chi^2 + \sum_q c_q g_q^2 \right). \quad (5.22)$$

于是,  $\Gamma_{Z'} < m_{Z'}$  的要求给出

$$g_\chi^2 + \sum_q c_q g_q^2 < 12\pi. \quad (5.23)$$

假设  $g_\chi = g_q$  时, 对耦合系数的限制条件为  $g_q < 1.4$ . 在 SV 模型中, 限制条件是类似的. 此外, 微扰论也要求耦合系数不能太大. 鉴于这些原因, 我们在下面的

讨论中只考虑  $g_q (g_\chi) \leq 1$  的参数空间.

### 5.3.2 Monojet 搜索道

在本小节中, 我们通过蒙特卡洛模拟, 研究未来  $pp$  对撞机上 monojet +  $\cancel{E}_T$  搜索道对暗物质产生过程  $pp \rightarrow Z'^{(*)} (\rightarrow \chi\bar{\chi}/\chi\chi^*) + \text{jets}$  的探测能力. 主要的标准模型背景是  $Z (\rightarrow \nu\bar{\nu}) + \text{jets}$  和  $W (\rightarrow l\nu) + \text{jets}$ . 我们用 `FeynRules` [125] 建立 3 种  $Z'$  portal 暗物质简化模型, 将它们输入到 `MadGraph 5` [124] 中, 然后产生背景和信号的样本. 接着用 `PYTHIA 6` [130] 处理粒子衰变、部分子簇射和强子化过程. 矩阵元和部分子簇射计算之间的匹配通过 MLM 方法 [137] 完成. `Delphes 3` [138] 被用于执行快速探测器模拟, 采用了一组对应于 ATLAS 探测器的模拟参数. 喷注由  $\text{anti-}k_t$  算法 [110] 重建, 角度距离参数取为  $R = 0.4$ .

筛选事例时, 要求末态中至少有 1 个高能喷注. 对于  $\sqrt{s} = 33/50/100 \text{ TeV}$ , 要求领头喷注  $j_1$  满足  $|\eta(j_1)| < 2.4$  和  $p_T(j_1) > 1.6/1.8/2.6 \text{ TeV}$ . 若事例中包含超过 2 个  $p_T > 100 \text{ GeV}$  且  $|\eta| < 4$  的喷注, 则剔除该事例. 为了留下更多的信号事例, 第 2 个喷注  $j_2$  是允许的, 只要它满足  $\Delta\phi(j_1, j_2) < 2.5$ . 对 multijet 背景中某个喷注的不精确测量可能会导致比较大的  $\cancel{E}_T$ , 关于  $\Delta\phi(j_1, j_2)$  的这个筛选条件可以规避这样的背景. 更进一步, 为了压低  $W (\rightarrow l\nu) + \text{jets}$ ,  $Z (\rightarrow \ell^+\ell^-) + \text{jets}$  和  $t\bar{t} + \text{jets}$  等背景, 事例中不能含有  $p_T > 20 \text{ GeV}$  且  $|\eta| < 2.5$  的孤立电子、 $\mu$  子、 $\tau_h$  和光子.

关于  $\cancel{E}_T$  的筛选条件对暗物质搜寻比较重要. 在图 5.20 中, 我们展示了  $\sqrt{s} = 33, 50, 100 \text{ TeV}$  时背景和信号的归一化  $\cancel{E}_T$  分布, 假设  $g_q = g_\chi = 0.1$ ,  $m_\chi = 1 \text{ TeV}$  和  $m_{Z'} = 5 \text{ TeV}$ . 这些分布随着对撞能量升高而变硬, 而相对坡度主要取决于物理过程中包含的质量标度. 由于这里已经假设  $m_{Z'}$  和  $m_\chi$  远大于  $m_Z$  和  $m_W$ , 信号分布总是比背景分布更硬. 3 种暗物质简化模型的分布非常相似, 表明在高能对撞中自旋和洛伦兹结构的具体形式影响很小. 为了提高信号显著性, 对于  $\sqrt{s} = 33/50/100 \text{ TeV}$ , 我们采用  $\cancel{E}_T > 1.6/1.8/2.6 \text{ TeV}$  的筛选条件.

应用事例筛选条件之后,  $Z (\rightarrow \nu\bar{\nu}) + \text{jets}$  和  $W (\rightarrow l\nu) + \text{jets}$  背景以及信号的可见截面列于表 5.5 中. 对于 3 种模型中的信号, 均已假设  $g_q = g_\chi = 0.1$ ,  $m_\chi = 1 \text{ TeV}$  和  $m_{Z'} = 5 \text{ TeV}$ . 因为我们在更高对撞能量处采用更严苛的筛选条件, 背景的可见截面随着  $\sqrt{s}$  的提高反而减小. FV 和 FA 模型中的暗物质产生

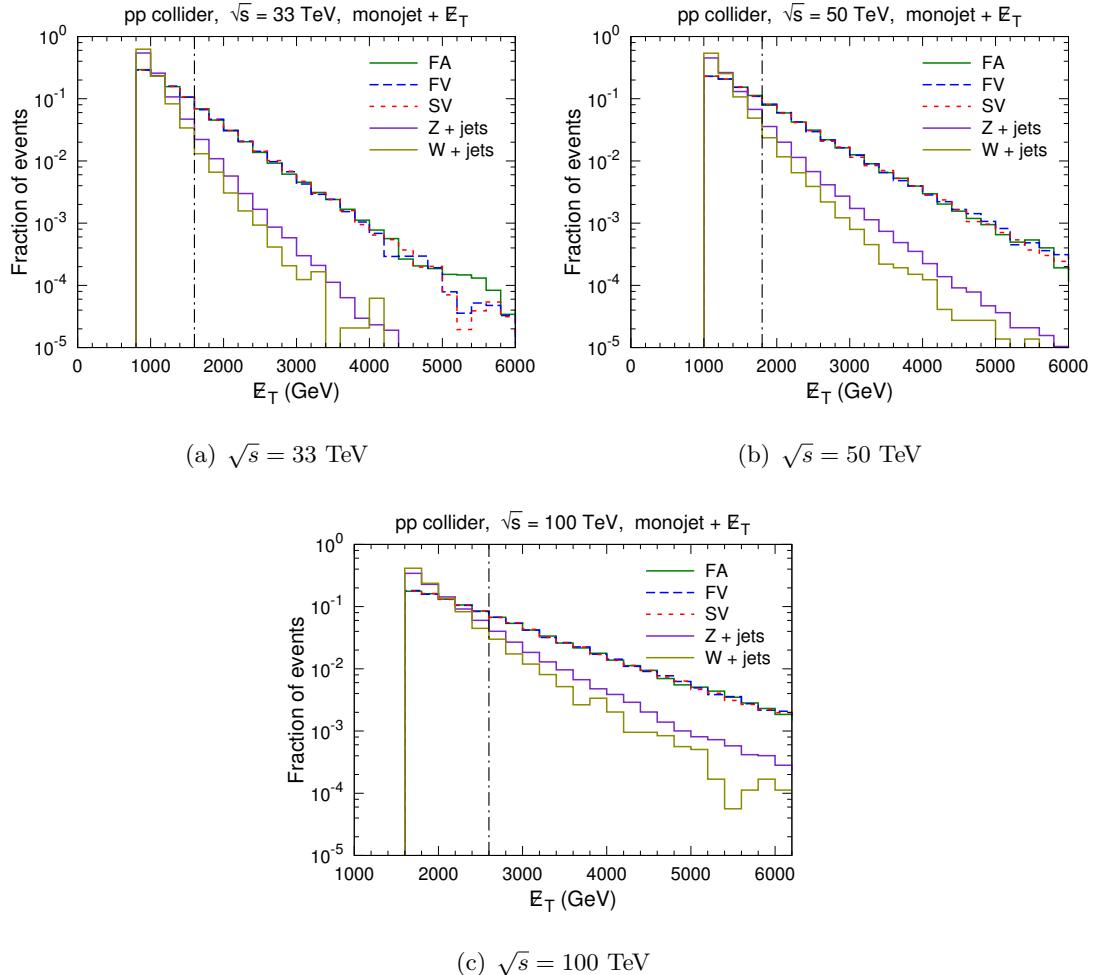


图 5.20: 背景和信号的归一化  $E_T$  分布 [284]. 黑色点划线标示的位置是筛选条件阈值.

表 5.5: 应用事例筛选条件之后, 背景和信号的可见截面, 以 fb 为单位.

$\sqrt{s}$	$W + \text{jets}$	$Z + \text{jets}$	FV	FA	SV
33 TeV	$8.179 \times 10^1$	$1.948 \times 10^2$	$3.043 \times 10^{-2}$	$2.399 \times 10^{-2}$	$6.133 \times 10^{-3}$
50 TeV	$6.991 \times 10^1$	$1.816 \times 10^2$	$9.037 \times 10^{-2}$	$7.054 \times 10^{-2}$	$1.824 \times 10^{-2}$
100 TeV	$3.475 \times 10^1$	$1.062 \times 10^2$	$2.340 \times 10^{-1}$	$1.851 \times 10^{-1}$	$4.735 \times 10^{-2}$

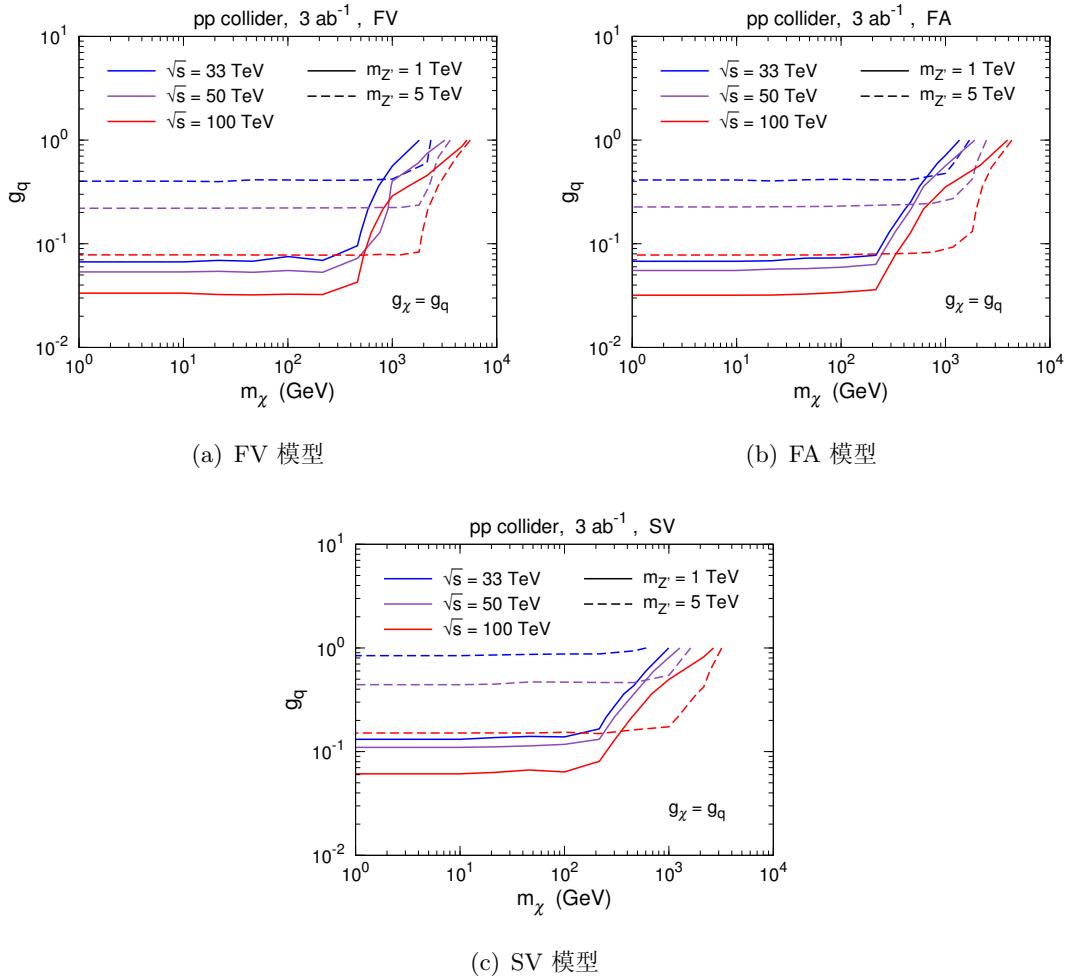


图 5.21:  $m_\chi$ - $g_q$  平面上的对撞机 90% 置信度预期排除限 [284].

率是类似的, 说明不同洛伦兹结构在高能时差别不大. 比较起来, SV 模型的暗物质产生截面要小很多, 这是因为标量粒子内部自由度少, 而且它们的产生过程在角分布上受到运动学压低.

经过模拟和筛选, 我们估算出积分亮度为  $3 \text{ ab}^{-1}$  时  $m_\chi$ - $g_q$  平面上的 90% 置信度预期排除限, 如图 5.21 所示. 实线和虚线分别对应于  $m_{Z'} = 1 \text{ TeV}$  和  $5 \text{ TeV}$ , 而蓝色/紫色/红色线条对应于  $\sqrt{s} = 33/50/100 \text{ TeV}$ . 估算时, 将信号显著性定义为  $S/\sqrt{B+S}$ , 其中  $S$  ( $B$ ) 是信号 (总背景) 事例数.

中介粒子  $Z'$  是否在壳产生对暗物质产生截面的影响很大. 当  $m_\chi < m_{Z'}/2$  时,  $Z'$  能够在壳产生, 然后衰变成一对暗物质粒子. 此时暗物质产生截面受到共

振增强, 在窄宽度近似下正比于  $g_q^2 \text{Br}(Z' \rightarrow \chi\chi)$ , 其中  $\text{Br}(Z' \rightarrow \chi\chi)$  是  $Z'$  衰变到暗物质粒子对的分支比. 对于  $m_{Z'} \gg 2m_\chi$ ,  $\text{Br}(Z' \rightarrow \chi\chi)$  几乎是常数, 在 FV, FA 和 SV 模型中的值约为  $1/19$ ,  $1/19$  和  $1/73$ . 此条件下暗物质产生截面基本上与  $m_\chi$  不相关. 这解释了图 5.21 中  $m_\chi < m_{Z'}/2$  处排除限的行为. 由于 FV 和 FA 模型中的  $\text{Br}(Z' \rightarrow \chi\chi)$  几乎相等, 这两个模型的排除限也非常类似. 而 SV 模型中的  $\text{Br}(Z' \rightarrow \chi\chi)$  差不多只有前两个模型中数值的  $1/4$ , 因而对  $g_q$  的排除限要弱 2 倍左右.

当  $m_\chi > m_{Z'}/2$  时,  $Z'$  不在壳, 实验灵敏度下降了很多. 在这种情况下, 暗物质产生截面正比于  $[g_q g_\chi / (Q^2 - m_{Z'}^2)]^2$ , 其中  $Q^2$  是转移到暗物质粒子对的动量平方. 结果, 对撞机搜寻对于重的不在壳  $Z'$  可能会比轻的不在壳  $Z'$  还要灵敏, 从图 5.21 中可以看出来.

当  $Z'$  不在壳且  $m_{Z'}^2 \ll Q^2$  时, 暗物质产生截面基本上正比于  $(g_q g_\chi / Q^2)^2$ , 与  $m_{Z'}$  无关. 因此, 在图 5.21 中, 当  $m_\chi$  增大到一定程度时, 不同  $m_{Z'}$  对应的排除限变得相互接近. 反过来, 如果  $Z'$  不在壳且  $m_{Z'}^2 \gg Q^2$ , 暗物质产生截面将几乎正比于  $(g_q g_\chi / m_{Z'}^2)^2$ . 此时可以将它匹配到有效算符描述上, 相应的截断能标为  $\Lambda_{\text{eff}} = m_{Z'} / \sqrt{g_q g_\chi}$ .

### 5.3.3 不同类型实验灵敏度比较

从上一小节的结果可以看出, 不同简化模型中的暗物质对撞机信号比较相似. 不过, 在其它暗物质探测实验中, 信号可能非常不同. 在直接探测实验中, FV 和 SV 模型会引起暗物质与靶核的自旋无关散射, 而 FA 模型则引起自旋相关散射. 如前所述, 目前实验对自旋无关散射的探测能力要比自旋相关散射强得多, 因而对不同模型的限制也不一样.

直接探测实验中暗物质与靶核散射的动量转移非常低, 可以采用零动量极限. 此时, 可以用有效拉氏量来描述 3 种简化模型, 如下:

$$\mathcal{L}_{\text{FV}}^{\text{eff}} = - \sum_q G_{\chi q} \bar{\chi} \gamma^\mu \chi \bar{q} \gamma_\mu q, \quad (5.24)$$

$$\mathcal{L}_{\text{FA}}^{\text{eff}} = - \sum_q G_{\chi q} \bar{\chi} \gamma^\mu \gamma_5 \chi \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 q, \quad (5.25)$$

$$\mathcal{L}_{\text{SV}}^{\text{eff}} = - \sum_q G_{\chi q} [\chi^* \partial^\mu \chi - (\partial^\mu \chi^*) \chi] \bar{q} \gamma_\mu q, \quad (5.26)$$

其中,  $G_{\chi q} \equiv g_q g_\chi / m_{Z'}^2$  是暗物质粒子与夸克的有效耦合. 暗物质与夸克的耦合引起与核子的耦合, 进而引起与原子核的耦合. 在 FV 和 SV 模型中, 暗物质与靶原子核的散射截面为

$$\sigma_{\text{SI}, \chi A} = \frac{\mu_{\chi A}^2}{\pi} [Z G_{V, \chi p} + (A - Z) G_{V, \chi n}]^2. \quad (5.27)$$

在 FA 模型中, 散射截面则是

$$\sigma_{\text{SD}, \chi A} = \frac{3\mu_{\chi A}^2}{\pi} (S_p^A G_{A, \chi p} + S_n^A G_{A, \chi n})^2. \quad (5.28)$$

在这里,  $\mu_{\chi A}$  是暗物质粒子与原子核的约化质量,  $A$  ( $Z$ ) 是原子核的质量数 (原子序数),  $S_p^A$  ( $S_n^A$ ) 是质子 (中子) 对原子核自旋的平均贡献, 而暗物质与质子和中子的有效耦合可表示为

$$G_{V, \chi p} = 2G_{\chi u} + G_{\chi d}, \quad G_{V, \chi n} = G_{\chi u} + 2G_{\chi d}; \quad (5.29)$$

$$G_{A, \chi p} = \sum_{q=u,d,s} G_{\chi q} \Delta_q^p, \quad G_{A, \chi n} = \sum_{q=u,d,s} G_{\chi q} \Delta_q^n. \quad (5.30)$$

其中, 轴矢量流相互作用的核子形状因子可取为  $\Delta_d^n = \Delta_u^p = 0.842 \pm 0.012$ ,  $\Delta_u^n = \Delta_d^p = -0.427 \pm 0.013$  和  $\Delta_s^n = \Delta_s^p = -0.085 \pm 0.018$  [285].

为了比较对撞机搜寻与直接探测的灵敏度, 我们利用上述表达式将上一小节中的预期排除限转换到  $m_\chi$ - $\sigma_{\chi N}$  平面上, 如图 5.22 所示, 其中  $\sigma_{\chi N}$  是暗物质与核子的散射截面. 对撞机搜寻预期排除限的线型含义与图 5.21 一致. 图中还画出当前直接探测实验 XENON100 [61], LUX [62], SuperCDMS [286], SIMPLE [63], PICASSO [74] 和 COUPP [64] 的排除限, 中微子探测实验 Ice-Cube [287] 和 Super-K [288] 的排除限, 以及 XENON1T [289] 的未来探测灵敏度. 对于矢量流相互作用, 目前的直接探测实验设置的限制很严, 对撞机搜寻灵敏度只在  $m_\chi \lesssim 10$  GeV 处能够超越这些限制. 对于轴矢量相互作用, 来自直接探测实验的限制非常弱, 对撞机搜寻灵敏度能够胜过它们好几个量级.

在间接探测和遗留密度计算中, 暗物质湮灭截面比较重要. 在这 3 种简化模型中, 只要运动学条件得到满足, 暗物质可以湮灭到 1 对夸克或 1 对  $Z'$ . 对于 SV 模型, 我们还考虑了来自相互作用项  $g_\chi^2 \chi^* \chi Z'_\mu Z^\mu$  的贡献, 这一项会在将 SV 模型扩展成  $U(1)$  规范不变形式时出现. 湮灭截面可以按分波展开成 (2.31) 式

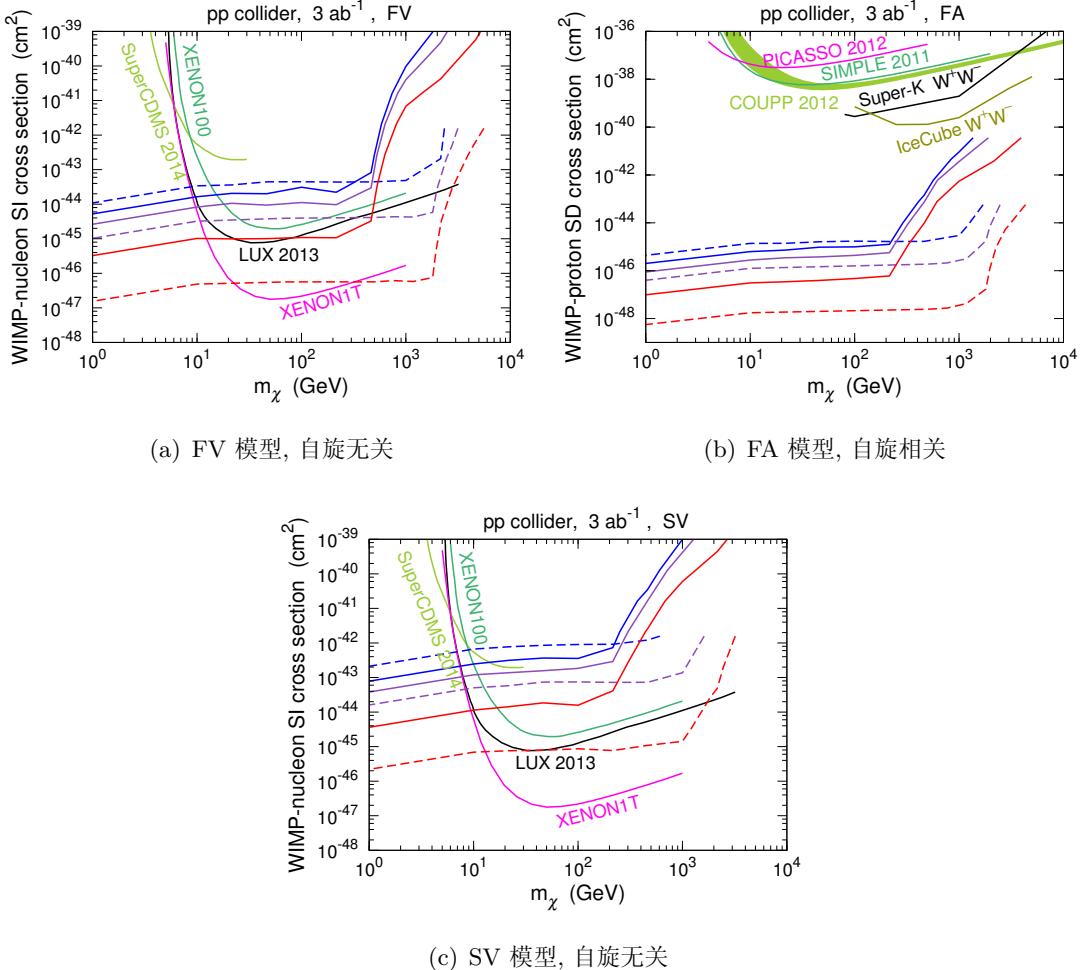


图 5.22:  $m_\chi$ - $\sigma_{\chi N}$  平面上的对撞机 90% 置信度预期排除限 [284].

的形式.

在 FV 模型中,  $s$  波和  $p$  波湮灭的系数为

$$a_{\text{FV}} = \frac{g_\chi^4 (1 - m_{Z'}^2/m_\chi^2)^{3/2}}{4\pi(m_{Z'}^2 - 2m_\chi^2)^2} m_\chi^2 + \sum_q \frac{c_q g_q^2 g_\chi^2 \sqrt{1 - m_q^2/m_\chi^2}}{2\pi[(m_{Z'}^2 - 4m_\chi^2)^2 + m_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2]} (2m_\chi^2 + m_q^2), \quad (5.31)$$

$$b_{\text{FV}} = \frac{g_\chi^4 \sqrt{1 - m_{Z'}^2/m_\chi^2}}{96\pi(m_{Z'}^2 - 2m_\chi^2)^4} (23m_{Z'}^6 - 66m_\chi^2 m_{Z'}^4 + 76m_\chi^4 m_{Z'}^2)$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_q \frac{c_q g_q^2 g_\chi^2}{48\pi m_\chi^2 \sqrt{1 - m_q^2/m_\chi^2} [(m_{Z'}^2 - 4m_\chi^2)^2 + m_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2]^2} \\
& \times \{ m_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2 (2m_q^2 m_\chi^2 + 11m_q^4 - 4m_\chi^2) \\
& + (m_{Z'}^2 - 4m_\chi^2) [-4m_\chi^4 (14m_q^2 + m_{Z'}^2) + 2m_q^2 m_\chi^2 (m_{Z'}^2 - 46m_q^2) \\
& + 11m_q^4 m_{Z'}^2 + 112m_\chi^6] \}. 
\end{aligned} \tag{5.32}$$

其中, 第 1 项来自于暗物质湮灭到  $Z'Z'$ , 第 2 项来自于暗物质湮灭到  $q\bar{q}$ , 下同.  
FA 模型的分波系数则是

$$\begin{aligned}
a_{\text{FA}} &= \frac{g_\chi^4 (1 - m_{Z'}^2/m_\chi^2)^{3/2}}{4\pi(m_{Z'}^2 - 2m_\chi^2)^2} m_\chi^2 \\
&+ \sum_q \frac{c_q g_q^2 g_\chi^2 \sqrt{1 - m_q^2/m_\chi^2}}{2\pi[(m_{Z'}^2 - 4m_\chi^2)^2 + m_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2]} m_q^2 \left(1 - \frac{4m_\chi^2}{m_{Z'}^2}\right)^2,
\end{aligned} \tag{5.33}$$

$$\begin{aligned}
b_{\text{FA}} &= \frac{g_\chi^4 \sqrt{1 - m_{Z'}^2/m_\chi^2}}{96\pi m_{Z'}^4 (m_{Z'}^2 - 2m_\chi^2)^4} \\
&\times (23m_{Z'}^{10} - 118m_\chi^2 m_{Z'}^8 + 172m_\chi^4 m_{Z'}^6 + 32m_\chi^6 m_{Z'}^4 - 192m_\chi^8 m_{Z'}^2 + 128m_\chi^{10}) \\
&+ \sum_q \frac{c_q g_q^2 g_\chi^2}{48\pi m_\chi^2 m_{Z'}^2 \sqrt{1 - m_q^2/m_\chi^2} [(m_{Z'}^2 - 4m_\chi^2)^2 + m_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2]^2} \\
&\times \{ m_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2 [-4m_q^2 m_\chi^2 m_{Z'}^2 (18m_q^2 + 7m_{Z'}^2) \\
&+ 8m_\chi^4 (6m_q^2 m_{Z'}^2 + 6m_q^4 + m_{Z'}^4) + 23m_q^4 m_{Z'}^4] \\
&+ (m_{Z'}^2 - 4m_\chi^2)^2 [m_q^4 (240m_\chi^4 - 120m_\chi^2 m_{Z'}^2 + 23m_{Z'}^4) \\
&- 4m_q^2 (48m_\chi^6 - 24m_\chi^4 m_{Z'}^2 + 7m_\chi^2 m_{Z'}^4) + 8m_\chi^4 m_{Z'}^4] \}.
\end{aligned} \tag{5.34}$$

暗物质湮灭到  $q\bar{q}$  对  $a_{\text{FA}}$  的贡献正比于  $m_q^2$ , 表明  $s$  波湮灭被螺旋度压低. 在 SV 模型中, 分波系数为

$$a_{\text{SV}} = \frac{g_\chi^4 \sqrt{1 - m_{Z'}^2/m_\chi^2}}{16\pi(m_{Z'}^2 - 2m_\chi^2)^2} (8m_\chi^4 - 8m_\chi^2 m_{Z'}^2 + 3m_{Z'}^4), \tag{5.35}$$

$$\begin{aligned}
b_{SV} = & \frac{g_\chi^4}{384\pi(m_{Z'}^2 - 2m_\chi^2)^4\sqrt{1 - m_{Z'}^2/m_\chi^2}} (-640m_\chi^{10} + 1888m_\chi^8m_{Z'}^2 \\
& -2224m_\chi^6m_{Z'}^4 + 1332m_\chi^4m_{Z'}^6 - 392m_\chi^2m_{Z'}^8 + 45m_{Z'}^{10}) \\
& + \sum_q \frac{c_q g_q^2 g_\chi^2 \sqrt{1 - m_q^2/m_\chi^2}}{12\pi[(m_{Z'}^2 - 4m_\chi^2)^2 + m_{Z'}^2\Gamma_{Z'}^2]} (2m_\chi^2 + m_q^2). \quad (5.36)
\end{aligned}$$

暗物质湮灭到  $q\bar{q}$  的领头阶贡献来自  $p$  波, 这是因为一对标量粒子在没有轨道角动量的情况下不能形成一个矢量态.

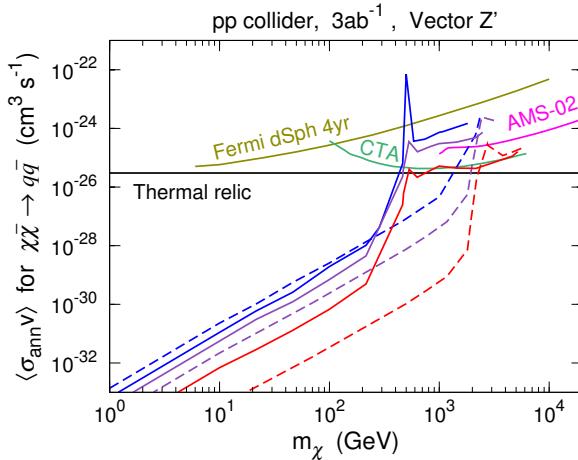


图 5.23: 在 FV 模型中,  $m_\chi$ - $\langle\sigma_{\text{ann}}v\rangle$  平面上的对撞机 90% 置信度预期排除限 [284].

利用这些表达式, 我们可以将对撞机搜寻预期排除限转换到暗物质湮灭成  $q\bar{q}$  的截面上, 在 FV 模型中的结果如图 5.23 所示. 对撞机预期排除限的线型含义与图 5.21 一致. 为了比较, 图中还画出间接探测实验的排除限和灵敏度, 包括 Fermi-LAT 观测矮星系给出的排除限 [164], AMS-02 测量反质子能谱 20 年的预期灵敏度, 以及 CTA 用 100 小时的有效时间观测矮星系 Segue 1 的预期灵敏度 [290]. 水平黑色实线标示出热平衡产生暗物质的标准湮灭截面  $3 \times 10^{-26} \text{ cm}^3/\text{s}$ . 可以看到, 对于  $m_\chi \lesssim m_{Z'}/2$ , 未来对撞机搜寻的灵敏度可以比间接探测实验强几个量级. 另一方面, 在 FA 模型中, 暗物质到  $q\bar{q}$  的  $s$  波湮灭截面受到螺旋度压低, 而 SV 模型的湮灭截面领头阶是  $p$  波的. 由于当今宇宙中的暗物质是非相对论性的, 间接探测实验通过  $q\bar{q}$  湮灭道很难探索这两个模型.

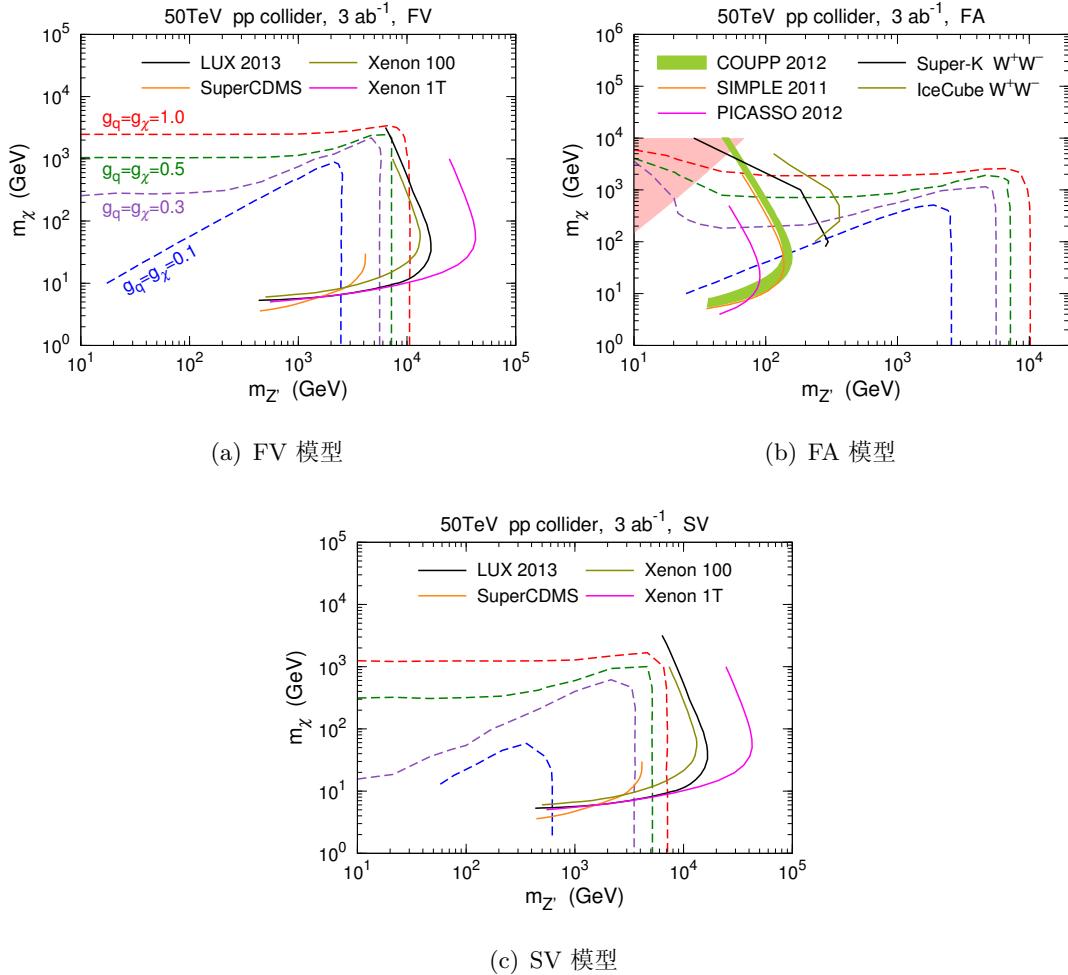


图 5.24:  $\sqrt{s} = 50$  TeV 时,  $m_{Z'}-m_\chi$  平面上的对撞机 90% 置信度预期排除限与直接探测实验排除限 [284].

虽然如此, 当  $m_\chi > m_{Z'}$  时, 暗物质粒子能够湮灭到  $Z'Z'$ , 而  $Z'$  将进一步衰变到夸克上, 引起可探测的伽马射线和宇宙线信号.

在上面的研究中, 我们固定了  $m_{Z'}$  的值, 接下来讨论  $m_{Z'}$  对暗物质搜寻的影响. 我们假设  $\sqrt{s} = 50$  TeV 和  $3 \text{ ab}^{-1}$  积分亮度, 将  $g_q$  的值固定之后, 可以在  $m_{Z'}-m_\chi$  平面上画出未来 pp 对撞机的 90% 置信度预期排除限, 如图 5.24 所示. 蓝色/紫色/绿色/红色虚线对应于  $g_q = g_\chi = 0.1/0.3/0.5/1.0$  时的对撞机预期排除限.  $m_{Z'}-m_\chi$  平面可分成  $m_\chi < m_{Z'}/2$  和  $m_\chi > m_{Z'}/2$  这两个区域来讨论. 在  $m_\chi > m_{Z'}/2$  的区域中, 前面已提到, 暗物质产生截面由  $[g_q g_\chi / (Q^2 - m_{Z'}^2)]^2$  因

子控制。若  $m_\chi \gg m_{Z'}$ , 则  $Q^2 \gg m_{Z'}^2$ , 产生率与  $m_{Z'}$  无关。这一点解释了预期排除限的那些几乎水平的线段, 除了 FA 模型在  $m_{Z'} \lesssim 50$  GeV 处的排除限, 此处的问题将在下面的段落中讨论。对于像  $g_q = g_\chi = 0.1$  这样的弱耦合,  $Z'$  不在壳时暗物质产生率实在太低, 因而排除限被限制在  $m_\chi = m_{Z'}/2$  附近的区域。另一方面, 在  $m_\chi < m_{Z'}/2$  的区域中,  $Z'$  在壳产生, 排除限在这里基本上是竖直的。此时预计能排除到的  $m_{Z'}$  最大值依赖于对撞能量, 与  $m_\chi$  几乎无关。

在图 5.24 中, 我们还将直接探测实验的排除限和灵敏度曲线映射过来。在映射时, 我们假设  $g_q = g_\chi = 0.5$ , 因此结果应与绿色虚线比较。对于 FV 和 SV 模型, 看起来除了  $m_\chi \lesssim 10$  GeV 的区域, 对撞机搜寻还不能与直接探测实验竞争。在 FA 模型中, 若  $m_\chi \lesssim 1$  TeV, 则对撞机搜寻的灵敏度比直接探测实验高。

在 FA 模型中, 重矢量场  $Z'$  耦合到轴矢量流, 而这些轴矢量流由有质量的费米子场构成, 是非守恒流, 因此会引起危险的 UV 行为。当  $m_{Z'}$  趋于零时, 暗物质产生过程的截面实质上正比于  $g_q^2 g_\chi^2 m_q^2 m_\chi^2 / (m_{Z'}^4 Q^2)$ , 在  $m_{Z'} = 0$  处发散。于是, 从图 5.24(b) 中可以看到, 当  $m_{Z'} \lesssim 50$  GeV 时,  $g_q = g_\chi \geq 0.3$  的对撞机灵敏度出现了不正常的提升。实际上, 简化模型在这种条件下是失效的。欲解决这个问题, 需要将简化模型扩充为 UV 完整模型, 引入更多的自由度, 让  $m_{Z'}$  不再是一个自由参数, 而来自于某些物理机制, 比如自发对称性破缺。

当  $m_{Z'} \rightarrow 0$  时, FA 模型的暗物质产生过程会破坏散射矩阵幺正性。为了估计这个模型的失效区域, 我们从部分子水平上的  $q\bar{q} \rightarrow \chi\bar{\chi}$  过程导出一个幺正性约束。2 体非弹性散射过程的幺正性条件可以表示成

$$|a_j^{\text{inel}}(\hat{s})| \leq \frac{1}{2\sqrt{\beta(\hat{s}, m_{\text{in}})\beta(\hat{s}, m_{\text{out}})}}, \quad (5.37)$$

其中  $\beta(\hat{s}, m) \equiv \sqrt{1 - 4m^2/\hat{s}}$ , 而  $m_{\text{in}}$  ( $m_{\text{out}}$ ) 是某一个入射 (出射) 粒子的质量,  $\hat{s}$  是系统的质心能。 $a_j^{\text{inel}}(\hat{s})$  是不变振幅  $\mathcal{M}_{\text{inel}}$  的第  $j$  阶分波系数:

$$a_j^{\text{inel}}(\hat{s}) = \frac{1}{32\pi} \int_0^\pi d\theta \sin \theta P_j(\cos \theta) \mathcal{M}_{\text{inel}}(\hat{s}, \cos \theta), \quad (5.38)$$

其中  $P_j(x)$  是第  $j$  阶勒让德多项式。在 FA 模型中,  $q_- \bar{q}_- \rightarrow \chi_- \bar{\chi}_-$  (负号表示螺

旋度为负) 过程的第 0 阶分波系数为

$$a_0^{\text{inel}}(\hat{s}) = \frac{g_q g_\chi}{4\pi} \frac{m_q m_\chi}{\hat{s} - m_{Z'}^2 + i m_{Z'} \Gamma_{Z'}} \left(1 - \frac{\hat{s}}{m_{Z'}^2}\right). \quad (5.39)$$

显然, 当  $m_{Z'} \ll \sqrt{\hat{s}}$  时, 这个过程破坏幺正性.

在强子对撞机上为暗物质产生过程设置幺正性限制有一个问题, 即如何确定  $\hat{s}$ , 因为各个事例中暗物质粒子对的不变质量是不确定的, 受到伴随产生的喷注和 PDF 的影响. 文献中有一些估计  $\hat{s}$  的办法, 如将它取为对撞机对撞能量 [291], 取为  $\sqrt{4m_\chi^2 + p_T^2}$  [268, 270], 或者取为多于某个确定分数的事例中暗物质粒子对的最小不变质量 [292]. 在这里, 我们采用文献 [293] 的方法, 将  $\hat{s}$  取为以 PDF 加权的平均动量转移:

$$\hat{s} = \langle Q^2 \rangle = \frac{\sum_q \int dx_1 dx_2 [f_q(x_1) f_{\bar{q}}(x_2) + f_q(x_2) f_{\bar{q}}(x_1)] \theta(Q - 2m_\chi) Q^2}{\sum_q \int dx_1 dx_2 [f_q(x_1) f_{\bar{q}}(x_2) + f_q(x_2) f_{\bar{q}}(x_1)] \theta(Q - 2m_\chi)}, \quad (5.40)$$

其中,  $Q^2 = (p_q + p_{\bar{q}} - p_j)^2 = x_1 x_2 s - \sqrt{s} p_T (x_1 e^{-\eta} + x_2 e^\eta)$  是  $q\bar{q} \rightarrow \chi\bar{\chi} j$  过程中转移到暗物质粒子对的动量平方, 而  $p_T$  和  $\eta$  分别是部分子  $j$  的横向动量和赝快度. 计算时, PDF 采用 CTEQ6L1 [294].

对于  $g_q = g_\chi = 1$ , 我们通过  $b_- \bar{b}_- \rightarrow \chi_- \bar{\chi}_-$  过程导出幺正性约束. 在计算中, 我们取  $\eta = 0$ , 并将  $p_T$  设为筛选条件中领头喷注的横向动量阈值, 以此得到一个比较保守的约束. 图 5.24(b) 中的淡红色区域就是破坏幺正性的区域. 在此区域内, FA 简化模型失效, 因而得出的对撞机搜寻预期排除限也是无意义的.

最后, 我们讨论对撞机搜寻与暗物质遗留密度的联系. Planck 合作组给出的暗物质遗留密度观测值为  $\Omega_\chi h^2 = 0.1173 \pm 0.0031$  [295]. 假设暗物质是热平衡产生的, 理论模型的一个参数区域如果预言的遗留密度偏大, 会被观测值排除. 另一方面, 如果预言的暗物质遗留密度偏小, 就可以在一定条件下成立, 比如, 还存在其它暗物质成分, 或者有一部分暗物质是非热平衡产生的.

对于各个简化模型, 我们将上文列出的暗物质湮灭截面分波系数代入到 (2.37) 式中, 求出模型预言的暗物质遗留密度, 如图 5.25 所示. 红色/绿色/蓝色线条对应于  $g_q = g_\chi = 0.1/0.3/0.5$ . 实线上的质量参数能够给出遗留密度观测值, 被它包着的区域给出的遗留密度则偏小. 虚线是  $\sqrt{s} = 50$  TeV 时对撞机搜寻的预期排除限. 可以看到, 在 FV 模型中, 对撞机有能力探索  $g_q = g_\chi = 0.3$  和

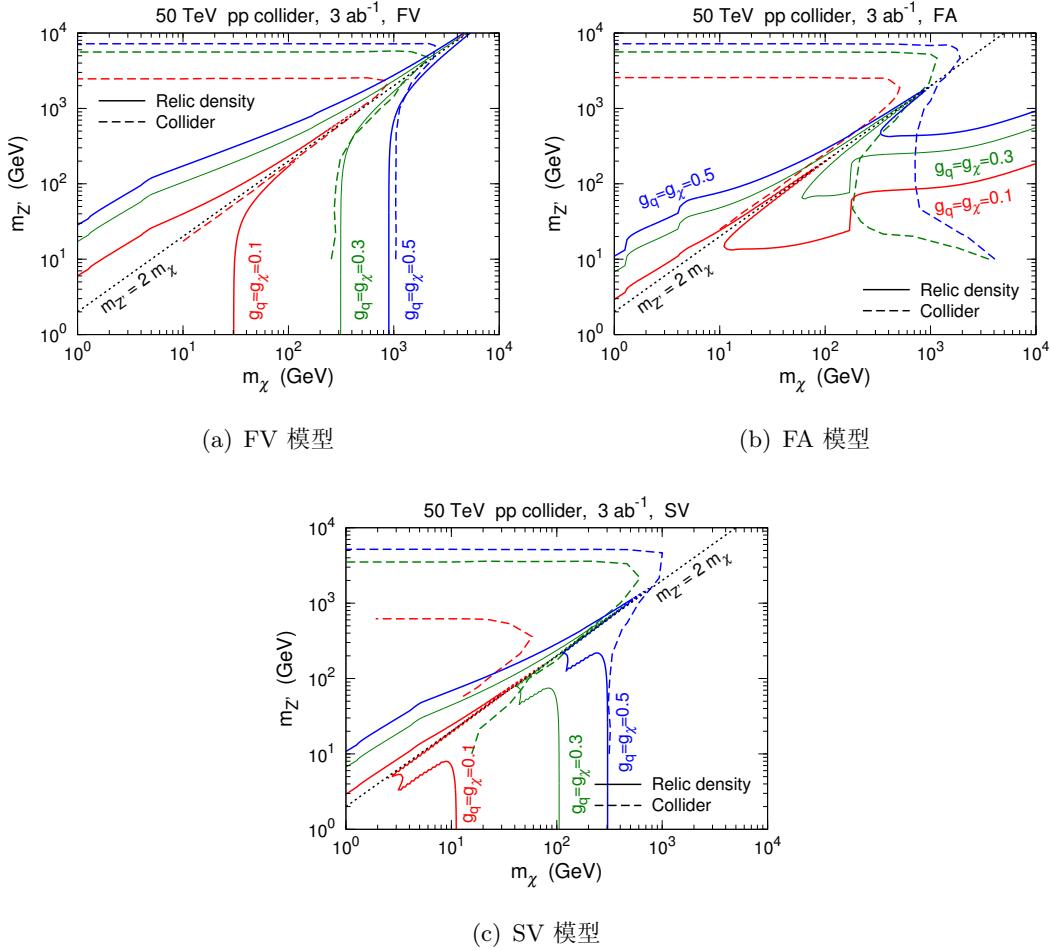


图 5.25:  $\sqrt{s} = 50 \text{ TeV}$  时,  $m_{Z'}-m_\chi$  平面上的对撞机 90% 置信度预期排除限与暗物质遗留密度 [284].

$g_q = g_\chi = 0.5$  的大部分遗留密度允许区域. 在 FA 模型中,  $m_\chi > m_t$  处的一些遗留密度允许区域不能被对撞机检验. 对于  $g_q = g_\chi = 0.5$ , 对撞机搜寻能够完全覆盖 SV 模型的遗留密度允许区域.

假如还有其它暗物质相互作用没有被包含在我们的简化模型中, 暗物质湮灭会被增强, 从而减小遗留密度. 比方说,  $Z'$  与轻子的耦合就会增强暗物质湮灭. 又比方说, 将简化模型扩充为 UV 完整模型时,  $Z'$  和  $\chi$  的质量通过某个自发对称性破缺机制获得, 可能会存在额外的 Higgs 粒子  $h'$ , 引起额外的湮灭过程  $\chi\bar{\chi} \rightarrow h' \rightarrow Z'Z'$ . 在这些情况下, 对撞机 monojet +  $\cancel{E}_T$  搜寻结果可能不会改变, 但遗留密度观测值允许的区域会扩大.

## 第六章 总结

对撞机搜寻是暗物质探测的重要手段, 在某些情况下, 它的灵敏度可能比直接和间接探测实验要高. 在有效算符和简化模型框架下, 我们通过仔细的蒙特卡洛模拟, 给出当前与未来的轻子和强子对撞机对暗物质粒子的搜寻排除限和预期灵敏度, 并将结果与直接探测、间接探测和遗留密度观测值比较. 同时, 也研究了对撞机对一些疑似信号的检验能力.

下面是我对各个具体工作及其主要结论的总结.

1. Fermi-LAT 伽马射线观测数据中存在  $\sim 130$  GeV 线谱疑似信号, 可能由暗物质湮灭到双光子的过程引起. 如果是真的, 这个过程也会在  $e^+e^-$  对撞机上导致可探测信号. 假设暗物质与光子通过有效算符相互作用, 我们在 monophoton 搜寻道中研究了未来  $e^+e^-$  对撞机对这个信号的检验能力. 如果采用普通的非极化束流,  $\sqrt{s} = 3$  TeV 的  $e^+e^-$  对撞机可以很容易地检验费米子暗物质引起的信号, 却难以检验标量暗物质引起的信号. 如果采用适当的极化束流, 可以有效地提高灵敏度, 此时,  $\sqrt{s} = 1$  (3) TeV 的对撞机采集  $2000 \text{ fb}^{-1}$  ( $1000 \text{ fb}^{-1}$ ) 的数据, 就足以检验费米子 (标量) 暗物质引起的信号.
2. 作为对上一个工作的扩展, 我们研究了在未来  $e^+e^-$  对撞机上通过 mono- $Z$  搜寻道探测暗物质的灵敏度. 这个搜寻道对暗物质与电弱规范玻色子及  $e^\pm$  的相互作用比较敏感, 我们用有效算符描述这些相互作用. 依据  $Z$  玻色子的衰变末态, 将此搜寻道进一步分为带电轻子道和强子道. 我们发现, 强子道的灵敏度总是比带电轻子道高. 在一些算符中, 对撞机搜寻灵敏度在一定范围内要高于间接探测灵敏度. 另一方面, 间接探测对另一些算符无能为力, 对撞机搜寻却没问题. 此外, 采用适当的极化束流, 可以相当于采集超过 3 倍的数据量.
3. 在超对称模型中, 暗物质候选粒子  $\tilde{\chi}_1^0$  的湮灭截面通常偏小而不能给出正确的暗物质遗留密度. 解决这个问题的一个方案是要求一些粒子与  $\tilde{\chi}_1^0$  质量接近, 在  $\tilde{\chi}_1^0$  退耦时发生共湮灭而提高有效湮灭截面. 我们考虑了 3 种

这样的共湮灭图像, 并研究它们对 LHC 搜寻标量顶夸克  $\tilde{t}_1$  的影响. 我们发现, 在这 3 种共湮灭图像中, 7 TeV LHC 的  $\sim 5 \text{ fb}^{-1}$  实验数据至多将  $\tilde{t}_1$  质量分别排除至 220, 380 和 220 GeV; 如果在 8 TeV LHC 上采集  $20 \text{ fb}^{-1}$  数据, 则至多可以将  $\tilde{t}_1$  质量分别排除至 340, 430 和 370 GeV.

4. 在银心方向中, Fermi-LAT 观测数据中存在 GeV 连续谱疑似信号, 这个信号可用暗物质湮灭到  $\tau^+\tau^-$  来解释. 我们用一类  $\tau$  portal 暗物质简化模型来实现这个解释. 在 LHC 上, 可以通过  $2\tau_h + \cancel{E}_T$ ,  $\tau_\ell\tau_h + \cancel{E}_T$  和  $2\tau_\ell + \cancel{E}_T$  这 3 个搜寻道, 来寻找模型里中介粒子的产生过程. 我们发现, 对于两种以费米子为中介粒子的模型, 14 TeV 的 LHC 采集  $3000 \text{ fb}^{-1}$  数据可以探索  $120 - 450 \text{ GeV}$  的中介粒子质量范围.
5. 我们假设暗物质在 FV, FA 和 SV 这 3 个  $Z'$  portal 简化模型中与夸克相互作用, 然后在 monojet +  $\cancel{E}_T$  搜寻道中研究未来  $pp$  对撞机对这些模型的探测能力, 对撞能量取为 33, 50 和 100 TeV. 模拟结果表明, 在 FA 模型中, 对撞机灵敏度在大部分参数区域中远胜于直接探测实验; 在 FV 模型中, 若耦合系数为 0.3 或 0.5, 对撞机有能力探索大部分遗留密度允许的区域; 在 SV 模型中, 若耦合系数为 0.5, 对撞机搜寻可以完全覆盖遗留密度允许的区域.

从上述各项工作的结果中, 我们发现, 对撞机能够探索许多直接和间接探测实验无能为力的参数区域, 但在一些情况下灵敏度不如其它实验. 这说明三种暗物质探测途径各有优势, 且在一定程度上相互补足.

在上述研究中, 为了简化讨论, 我们从搜寻道特征出发, 要么采用有效算符框架, 要么采用简化模型. 这种做法能够给出的结论具有一般性, 但也可能避开了一些唯象学限制. 因为在真正的 UV 完整模型中, 常常存在许多不是暗物质候选者的新粒子. 它们和暗物质粒子的质量和耦合不是相互独立的, 容易受到直接搜寻、味物理和稀有衰变等许多实验的限制. 而且, 这些粒子的存在也可能会影响暗物质粒子的散射、湮灭和产生过程, 从而影响各类暗物质探测实验的排除限和灵敏度. 不过, 总的来说, 我们的工作在一定程度上能够反映当前和未来对撞机对暗物质的探测能力.

## 附录 A 离散对称性 $P, T, C$

在本附录中, 我总结了由标量场、旋量场和矢量场组成的一些算符在  $P, T$  和  $C$  变换下的性质. 标量场与旋量场部分主要参考文献 [296].

固有 Lorentz 群变换对时空坐标的作用为

$$x^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu, \quad (\text{A.1})$$

其中  $\Lambda^\mu{}_\nu$  满足

$$g_{\mu\nu} \Lambda^\mu{}_\rho \Lambda^\nu{}_\sigma = g_{\rho\sigma}, \quad \Lambda^\rho{}_\mu \Lambda^\sigma{}_\nu g^{\mu\nu} = g^{\rho\sigma}, \quad (\Lambda^{-1})^\rho{}_\nu = \Lambda_\nu{}^\rho. \quad (\text{A.2})$$

宇称变换

$$\mathcal{P}^\mu{}_\nu = (\mathcal{P}^{-1})^\mu{}_\nu = \mathcal{P}_\nu{}^\mu = \text{diag}(+1, -1, -1, -1) \quad (\text{A.3})$$

和时间反演变换

$$\mathcal{T}^\mu{}_\nu = (\mathcal{T}^{-1})^\mu{}_\nu = \mathcal{T}_\nu{}^\mu = \text{diag}(-1, +1, +1, +1) \quad (\text{A.4})$$

不属于固有洛伦兹群.

### A.1 标量场

固有 Lorentz 群变换  $\Lambda^\mu{}_\nu$  相应么正算符  $U(\Lambda)$  对标量场  $\phi(x)$  的作用为

$$U(\Lambda)^{-1} \phi(x) U(\Lambda) = \phi(\Lambda^{-1} x). \quad (\text{A.5})$$

由于宇称变换和时间反演变换均为自身的逆变换, 作用两次不会改变可观测量. 标量场  $\phi(x)$  在原理上是一个可观测量. 记  $P \equiv U(\mathcal{P})$ ,  $T \equiv U(\mathcal{T})$ , 则对标量场有

$$P^{-2} \phi(x) P^2 = \phi(x), \quad T^{-2} \phi(x) T^2 = \phi(x). \quad (\text{A.6})$$

从而, 标量场的  $P$  变换可以有两种形式:

$$\text{对于标量场, } P^{-1}\phi(x)P = +\phi(\mathcal{P}x); \quad (\text{A.7})$$

$$\text{对于赝标量场, } P^{-1}\phi(x)P = -\phi(\mathcal{P}x). \quad (\text{A.8})$$

标量场的  $T$  变换也有两种形式:

$$T^{-1}\phi(x)T = +\phi(\mathcal{T}x); \quad (\text{A.9})$$

$$T^{-1}\phi(x)T = -\phi(\mathcal{T}x). \quad (\text{A.10})$$

若拉氏量满足  $P^{-1}\mathcal{L}(x)P = +\mathcal{L}(\mathcal{P}x)$  和  $T^{-1}\mathcal{L}(x)T = +\mathcal{L}(\mathcal{T}x)$ , 则对  $d^4x$  积分而得的作用量  $S$  对  $P$  变换和  $T$  变换也是不变的, 此时宇称和时间反演守恒.

在固有洛伦兹变换下, 由场构造出来的能动量矢量  $P^\mu = (H, P^i)$  的变换为

$$U(\Lambda)^{-1}P^\mu U(\Lambda) = \Lambda^\mu{}_\nu P^\nu. \quad (\text{A.11})$$

如果哈密顿量  $H$  在  $P$  变换和  $T$  变换下不变, 即  $P^{-1}HP = +H$  和  $T^{-1}HT = +H$ , 则应要求

$$P^{-1}P^\mu P = \mathcal{P}^\mu{}_\nu P^\nu, \quad T^{-1}P^\mu T = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu P^\nu. \quad (\text{A.12})$$

值得注意的是, 时间反演算符  $T$  是反幺正的, 即  $T^{-1}iT = -i$ .

考虑复标量场  $\phi = (\varphi_1 + i\varphi_2)/\sqrt{2}$  和拉氏量

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \partial^\mu\phi^\dagger\partial_\mu\phi - m^2\phi^\dagger\phi - \frac{1}{4}\lambda(\phi^\dagger\phi)^2 \\ &= \frac{1}{2}\partial^\mu\varphi_1\partial_\mu\varphi_1 + \frac{1}{2}\partial^\mu\varphi_2\partial_\mu\varphi_2 - \frac{1}{2}m^2(\varphi_1^2 + \varphi_2^2) - \frac{1}{16}\lambda(\varphi_1^2 + \varphi_2^2)^2, \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$\mathcal{L}$  除了具有  $U(1)$  对称性 (对两个实标量场而言是  $SO(2)$  对称性)

$$\phi(x) \rightarrow e^{-i\alpha}\phi(x), \quad \begin{pmatrix} \varphi_1(x) \\ \varphi_2(x) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1(x) \\ \varphi_2(x) \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

之外, 还具有离散对称性

$$\phi(x) \rightarrow \phi^\dagger(x), \quad \begin{pmatrix} \varphi_1(x) \\ \varphi_2(x) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} +1 & \\ & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1(x) \\ \varphi_2(x) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.15})$$

此离散对称性被称为电荷共轭对称性, 它总是伴随  $U(1)$  连续对称性而来.

可以将标量场的电荷共轭算符  $C$  定义为

$$C^{-1}\phi(x)C = \phi^\dagger(x), \quad (\text{A.16})$$

亦即

$$C^{-1}\varphi_1(x)C = +\varphi_1(x), \quad C^{-1}\varphi_2(x)C = -\varphi_2(x), \quad (\text{A.17})$$

从而  $C^{-1}\mathcal{L}(x)C = \mathcal{L}(x)$  说明电荷共轭对称性守恒.

算符  $\phi^\dagger\phi$  的变换性质为

$$P^{-1}\phi^\dagger(x)\phi(x)P = +\phi^\dagger(\mathcal{P}x)\phi(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.18})$$

$$T^{-1}\phi^\dagger(x)\phi(x)T = +\phi^\dagger(\mathcal{T}x)\phi(\mathcal{T}x), \quad (\text{A.19})$$

$$C^{-1}\phi^\dagger(x)\phi(x)C = +\phi^\dagger(x)\phi(x). \quad (\text{A.20})$$

由于

$$P^{-1}\partial^\mu P = \mathcal{P}^\mu{}_\nu\partial^\nu, \quad T^{-1}\partial^\mu T = \mathcal{T}^\mu{}_\nu\partial^\nu, \quad C^{-1}\partial^\mu C = \partial^\mu, \quad (\text{A.21})$$

算符  $\phi^\dagger i\overleftrightarrow{\partial^\mu}\phi$  的变换性质为

$$P^{-1}\phi^\dagger(x)i\overleftrightarrow{\partial^\mu}\phi(x)P = +\mathcal{P}^\mu{}_\nu\phi^\dagger(\mathcal{P}x)i\overleftrightarrow{\partial^\nu}\phi(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.22})$$

$$T^{-1}\phi^\dagger(x)i\overleftrightarrow{\partial^\mu}\phi(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu\phi^\dagger(\mathcal{T}x)i\overleftrightarrow{\partial^\nu}\phi(\mathcal{T}x), \quad (\text{A.23})$$

$$C^{-1}\phi^\dagger(x)i\overleftrightarrow{\partial^\mu}\phi(x)C = -\phi^\dagger(x)i\overleftrightarrow{\partial^\mu}\phi(x). \quad (\text{A.24})$$

动能项  $(\partial^\mu\phi^\dagger)(\partial_\mu\phi)$  的变换性质为

$$P^{-1}[\partial^\mu\phi^\dagger(x)][\partial_\mu\phi(x)]P = +[\partial^\mu\phi^\dagger(\mathcal{P}x)][\partial_\mu\phi(\mathcal{P}x)], \quad (\text{A.25})$$

$$T^{-1}[\partial^\mu\phi^\dagger(x)][\partial_\mu\phi(x)]T = +[\partial^\mu\phi^\dagger(\mathcal{T}x)][\partial_\mu\phi(\mathcal{T}x)], \quad (\text{A.26})$$

$$C^{-1}[\partial^\mu\phi^\dagger(x)][\partial_\mu\phi(x)]C = +[\partial^\mu\phi^\dagger(x)][\partial_\mu\phi(x)]. \quad (\text{A.27})$$

## A.2 旋量场

幺正算符  $U(\Lambda)$  对 (狄拉克或 Majorana) 旋量场  $\psi(x)$  的作用为

$$U(\Lambda)^{-1}\psi(x)U(\Lambda) = D(\Lambda)\psi(\Lambda^{-1}x). \quad (\text{A.28})$$

无穷小变换  $\Lambda^\mu{}_\nu = \delta^\mu{}_\nu + \omega^\mu{}_\nu$  对应于  $D(\Lambda) = 1 + \frac{i}{2}\omega_{\mu\nu}S^{\mu\nu}$ , 其中  $S^{\mu\nu} = \frac{i}{4}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ .

对于宇称变换, 有

$$P^{-1}\psi(x)P = i\beta\psi(\mathcal{P}x), \quad \beta \equiv \gamma^0. \quad (\text{A.29})$$

在质心系中考虑一对正反费米子的态  $|\Phi\rangle = \int \widetilde{dp}\Phi(\mathbf{p})b_s^\dagger(\mathbf{p})d_{s'}^\dagger(-\mathbf{p})|0\rangle$ . 假设动量空间波函数  $\Phi(\mathbf{p})$  具有确定的轨道宇称  $\Phi(-\mathbf{p}) = (-)^l\Phi(\mathbf{p})$ , 而真空是宇称变换不变的, 则可得  $P^{-1}|\Phi\rangle = -(-)^l|\Phi\rangle$ , 即一对正反费米子的内禀宇称为  $-1$ , 这一结论对 Majorana 费米子也成立.

下面讨论旋量场双线性型  $\bar{\psi}A\psi$  的变换性质, 其中  $A$  是狄拉克矩阵的组合. 利用  $P^{-1}\bar{\psi}(x)P = -i\bar{\psi}(\mathcal{P}x)\beta$ , 可知

$$P^{-1}\bar{\psi}(x)A\psi(x)P = \bar{\psi}(\mathcal{P}x)\beta A\beta\psi(\mathcal{P}x). \quad (\text{A.30})$$

因此,  $\bar{\psi}A\psi$  的  $P$  变换性质由  $\beta A\beta$  的形式所决定. 由

$$\beta 1 \beta = +1, \quad \beta i\gamma_5 \beta = -i\gamma_5, \quad (\text{A.31})$$

$$\beta\gamma^\mu\beta = \mathcal{P}^\mu{}_\nu\gamma^\nu, \quad \beta\gamma^\mu\gamma_5\beta = -\mathcal{P}^\mu{}_\nu\gamma^\nu\gamma_5, \quad \beta\sigma^{\mu\nu}\beta = +\mathcal{P}^\mu{}_\rho\mathcal{P}^\nu{}_\sigma\sigma^{\rho\sigma}, \quad (\text{A.32})$$

可得

$$P^{-1}\bar{\psi}(x)\psi(x)P = +\bar{\psi}(\mathcal{P}x)\psi(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.33})$$

$$P^{-1}\bar{\psi}(x)i\gamma_5\psi(x)P = -\bar{\psi}(\mathcal{P}x)i\gamma_5\psi(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.34})$$

$$P^{-1}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)P = +\mathcal{P}^\mu{}_\nu\bar{\psi}(\mathcal{P}x)\gamma^\nu\psi(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.35})$$

$$P^{-1}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma_5\psi(x)P = -\mathcal{P}^\mu{}_\nu\bar{\psi}(\mathcal{P}x)\gamma^\nu\gamma_5\psi(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.36})$$

$$P^{-1}\bar{\psi}(x)\sigma^{\mu\nu}\psi(x)P = +\mathcal{P}^\mu{}_\rho\mathcal{P}^\nu{}_\sigma\bar{\psi}(\mathcal{P}x)\sigma^{\rho\sigma}\psi(\mathcal{P}x). \quad (\text{A.37})$$

由此可知,  $\bar{\psi}\psi$  是标量,  $\bar{\psi}i\gamma_5\psi$  是赝标量,  $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$  是(极)矢量,  $\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$  是轴矢量. 左手流  $\bar{\psi}_L\gamma^\mu\psi_L \equiv \frac{1}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu(1-\gamma_5)\psi$  和右手流  $\bar{\psi}_R\gamma^\mu\psi_R \equiv \frac{1}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu(1+\gamma_5)\psi$  的变换关系为

$$P^{-1}\bar{\psi}_L(x)\gamma^\mu\psi_L(x)P = \mathcal{P}^\mu{}_\nu\bar{\psi}_R(\mathcal{P}x)\gamma^\nu\psi_R(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.38})$$

$$P^{-1}\bar{\psi}_R(x)\gamma^\mu\psi_R(x)P = \mathcal{P}^\mu{}_\nu\bar{\psi}_L(\mathcal{P}x)\gamma^\nu\psi_L(\mathcal{P}x). \quad (\text{A.39})$$

带有电荷  $Q$  的狄拉克场与电磁场相互作用时, 运动方程为

$$[\gamma^\mu(i\partial_\mu + QeA_\mu) - m]\psi = 0, \quad (\text{A.40})$$

取厄米共轭并右乘  $\gamma^0$ , 得

$$0 = \psi^\dagger[\gamma^{\mu\dagger}(-i\partial_\mu + QeA_\mu) - m]\gamma^0 = \bar{\psi}[-\gamma^\mu(i\partial_\mu - QeA_\mu) - m], \quad (\text{A.41})$$

转置, 得

$$[-(\gamma^\mu)^T(i\partial_\mu - QeA_\mu) - m]\bar{\psi}^T = 0. \quad (\text{A.42})$$

假设  $\mathcal{C} \equiv i\gamma^0\gamma^2$ , 它有如下性质:

$$\mathcal{C}^T = \mathcal{C}^\dagger = \mathcal{C}^{-1} = -\mathcal{C}, \quad \mathcal{C}^{-1}\gamma^\mu\mathcal{C} = -(\gamma^\mu)^T, \quad \mathcal{C}^{-1}\gamma_5\mathcal{C} = \gamma_5. \quad (\text{A.43})$$

由此可得

$$0 = [\mathcal{C}^{-1}\gamma^\mu\mathcal{C}(i\partial_\mu - QeA_\mu) - m]\bar{\psi}^T = \mathcal{C}^{-1}[\gamma^\mu(i\partial_\mu - QeA_\mu) - m]\mathcal{C}\bar{\psi}^T. \quad (\text{A.44})$$

令  $\psi_c \equiv \mathcal{C}\bar{\psi}^T$ , 则

$$[\gamma^\mu(i\partial_\mu - QeA_\mu) - m]\psi_c = 0. \quad (\text{A.45})$$

与 (A.40) 式比较, 可知  $\psi_c$  带有与  $\psi$  相反的电荷. 因此, 狄拉克场的电荷共轭变

换为

$$C^{-1}\psi(x)C = \mathcal{C}\bar{\psi}^T(x), \quad (\text{A.46})$$

而  $\mathcal{C}$  是旋量空间的电荷共轭变换矩阵. 从而,

$$C^{-1}\bar{\psi}C = \psi^T\mathcal{C}. \quad (\text{A.47})$$

于是, 注意到转置时交换两个费米子场应多出一个额外的负号, 有

$$C^{-1}\bar{\psi}(x)A\psi(x)C = \bar{\psi}(x)\mathcal{C}^{-1}A^T\mathcal{C}\psi(x). \quad (\text{A.48})$$

利用

$$\mathcal{C}^{-1}1^T\mathcal{C} = +1, \quad \mathcal{C}^{-1}(i\gamma_5)^T\mathcal{C} = +i\gamma_5, \quad \mathcal{C}^{-1}(\gamma^\mu)^T\mathcal{C} = -\gamma^\mu, \quad (\text{A.49})$$

$$\mathcal{C}^{-1}(\gamma^\mu\gamma_5)^T\mathcal{C} = +\gamma^\mu\gamma_5, \quad \mathcal{C}^{-1}(\gamma^\mu\gamma^\nu)^T\mathcal{C} = \gamma^\nu\gamma^\mu, \quad \mathcal{C}^{-1}(\sigma^{\mu\nu})^T\mathcal{C} = -\sigma^{\mu\nu}, \quad (\text{A.50})$$

可得

$$C^{-1}\bar{\psi}(x)\psi(x)C = +\bar{\psi}(x)\psi(x), \quad (\text{A.51})$$

$$C^{-1}\bar{\psi}(x)i\gamma_5\psi(x)C = +\bar{\psi}(x)i\gamma_5\psi(x), \quad (\text{A.52})$$

$$C^{-1}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)C = -\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x), \quad (\text{A.53})$$

$$C^{-1}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma_5\psi(x)C = +\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma_5\psi(x), \quad (\text{A.54})$$

$$C^{-1}\bar{\psi}(x)\sigma^{\mu\nu}\psi(x)C = -\bar{\psi}(x)\sigma^{\mu\nu}\psi(x), \quad (\text{A.55})$$

$$C^{-1}\bar{\psi}_L(x)\gamma^\mu\psi_L(x)C = -\bar{\psi}_R(x)\gamma^\mu\psi_R(x), \quad (\text{A.56})$$

$$C^{-1}\bar{\psi}_R(x)\gamma^\mu\psi_R(x)C = -\bar{\psi}_L(x)\gamma^\mu\psi_L(x). \quad (\text{A.57})$$

对于 Majorana 场,  $\psi = \mathcal{C}\bar{\psi}^T$ , 则  $\bar{\psi} = \psi^T\mathcal{C}$ , 于是,

$$C^{-1}\psi(x)C = \psi(x), \quad C^{-1}\bar{\psi}(x)C = \bar{\psi}(x), \quad (\text{A.58})$$

从而,

$$C^{-1}\bar{\psi}(x)A\psi(x)C = \bar{\psi}(x)A\psi(x). \quad (\text{A.59})$$

由此可见, 对于 Majorana 场, 必有

$$\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x) = 0, \quad \bar{\psi}(x)\sigma^{\mu\nu}\psi(x) = 0. \quad (\text{A.60})$$

对于时间反演变换, 有

$$T^{-1}\psi(x)T = \mathcal{C}\gamma_5\psi(\mathcal{T}x). \quad (\text{A.61})$$

从而  $T^{-1}\bar{\psi}(x)T = T^{-1}\psi^\dagger(x)\beta T = \bar{\psi}(\mathcal{T}x)\gamma_5\mathcal{C}^{-1}$ , 故由  $T^{-1}AT = A^*$  得

$$T^{-1}\bar{\psi}(x)A\psi(x)T = \bar{\psi}(\mathcal{T}x)\gamma_5\mathcal{C}^{-1}A^*\mathcal{C}\gamma_5\psi(\mathcal{T}x). \quad (\text{A.62})$$

利用

$$\gamma_5\mathcal{C}^{-1}1^*\mathcal{C}\gamma_5 = +1, \quad \gamma_5\mathcal{C}^{-1}(i\gamma_5)^*\mathcal{C}\gamma_5 = -i\gamma_5, \quad (\text{A.63})$$

$$\gamma_5\mathcal{C}^{-1}(\gamma^\mu)^*\mathcal{C}\gamma_5 = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu\gamma^\nu, \quad \gamma_5\mathcal{C}^{-1}(\gamma^\mu\gamma_5)^*\mathcal{C}\gamma_5 = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu\gamma^\nu\gamma_5, \quad (\text{A.64})$$

$$\gamma_5\mathcal{C}^{-1}(\sigma^{\mu\nu})^*\mathcal{C}\gamma_5 = -\mathcal{T}^\mu{}_\rho\mathcal{T}^\nu{}_\sigma\sigma^{\rho\sigma}. \quad (\text{A.65})$$

可得

$$T^{-1}\bar{\psi}(x)\psi(x)T = +\bar{\psi}(\mathcal{T}x)\psi(\mathcal{T}x), \quad (\text{A.66})$$

$$T^{-1}\bar{\psi}(x)i\gamma_5\psi(x)T = -\bar{\psi}(\mathcal{T}x)i\gamma_5\psi(\mathcal{T}x), \quad (\text{A.67})$$

$$T^{-1}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu\bar{\psi}(\mathcal{T}x)\gamma^\nu\psi(\mathcal{T}x), \quad (\text{A.68})$$

$$T^{-1}\bar{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma_5\psi(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu\bar{\psi}(\mathcal{T}x)\gamma^\nu\gamma_5\psi(\mathcal{T}x), \quad (\text{A.69})$$

$$T^{-1}\bar{\psi}(x)\sigma^{\mu\nu}\psi(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\rho\mathcal{T}^\nu{}_\sigma\bar{\psi}(\mathcal{T}x)\sigma^{\rho\sigma}\psi(\mathcal{T}x), \quad (\text{A.70})$$

$$T^{-1}\bar{\psi}_L(x)\gamma^\mu\psi_L(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu\bar{\psi}_L(\mathcal{T}x)\gamma^\nu\psi_L(\mathcal{T}x), \quad (\text{A.71})$$

$$T^{-1}\bar{\psi}_R(x)\gamma^\mu\psi_R(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu\bar{\psi}_R(\mathcal{T}x)\gamma^\nu\psi_R(\mathcal{T}x). \quad (\text{A.72})$$

动能项  $\bar{\psi}i\gamma^\mu\partial_\mu\psi$  的变换性质为

$$P^{-1}\bar{\psi}(x)i\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x)P = +\bar{\psi}(\mathcal{P}x)i\gamma^\mu\partial_\mu\psi(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.73})$$

$$T^{-1}\bar{\psi}(x)i\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x)T = +\bar{\psi}(\mathcal{T}x)i\gamma^\mu\partial_\mu\psi(\mathcal{T}x), \quad (\text{A.74})$$

$$C^{-1}\bar{\psi}(x)i\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x)C = +\bar{\psi}(x)i\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x). \quad (\text{A.75})$$

### A.3 电磁场

电磁场  $A^\mu$  的  $P, T, C$  变换性质可以通过分析有源麦克斯韦方程得到 [297]. 在经典电动力学中, 麦克斯韦方程在  $P, T$  和  $C$  变换下分别保持不变. 根据对应原理, 量子电动力学中 Lorenz 规范下的电磁场运动方程

$$\partial^2 A^\mu = ej^\mu \quad (\text{A.76})$$

也应在这些变换下保持不变, 其中  $j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ . 从而, 由

$$P^{-1}j^\mu(x)P = \mathcal{P}^\mu{}_\nu j^\nu(\mathcal{P}x), \quad T^{-1}j^\mu(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu j^\nu(\mathcal{T}x), \quad C^{-1}j^\mu(x)C = -j^\mu(x), \quad (\text{A.77})$$

和

$$P^{-1}\partial^\mu P = \mathcal{P}^\mu{}_\nu\partial^\nu, \quad T^{-1}\partial^\mu T = \mathcal{T}^\mu{}_\nu\partial^\nu, \quad C^{-1}\partial^\mu C = \partial^\mu, \quad (\text{A.78})$$

可以推出

$$P^{-1}A^\mu(x)P = \mathcal{P}^\mu{}_\nu A^\nu(\mathcal{P}x), \quad T^{-1}A^\mu(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu A^\nu(\mathcal{T}x), \quad C^{-1}A^\mu(x)C = -A^\mu(x). \quad (\text{A.79})$$

场强张量  $F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$  的变换性质如下,

$$P^{-1}F^{\mu\nu}(x)P = \mathcal{P}^\mu{}_\alpha\mathcal{P}^\nu{}_\beta F^{\alpha\beta}(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.80})$$

$$T^{-1}F^{\mu\nu}(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\alpha\mathcal{T}^\nu{}_\beta F^{\alpha\beta}(\mathcal{T}x), \quad (\text{A.81})$$

$$C^{-1}F^{\mu\nu}(x)C = -F^{\mu\nu}(x). \quad (\text{A.82})$$

若  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  分别取  $\{0, 1, 2, 3\}$  中的两个数字, 而  $\lambda_3$  和  $\lambda_4$  分别取剩余的另外两个数字, 则有  $\mathcal{P}_{\lambda_3}{}^{\lambda_3}\mathcal{P}_{\lambda_4}{}^{\lambda_4} = -\mathcal{P}^{\lambda_1}{}_{\lambda_1}\mathcal{P}^{\lambda_2}{}_{\lambda_2}$ , 从而

$$\begin{aligned} \varepsilon^{\lambda_1\lambda_2\alpha\beta}\mathcal{P}_\alpha{}^{\lambda_3}\mathcal{P}_\beta{}^{\lambda_4} &= \varepsilon^{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}\mathcal{P}_{\lambda_3}{}^{\lambda_3}\mathcal{P}_{\lambda_4}{}^{\lambda_4} = -\mathcal{P}^{\lambda_1}{}_{\lambda_1}\mathcal{P}^{\lambda_2}{}_{\lambda_2}\varepsilon^{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} \\ &= -\mathcal{P}^{\lambda_1}{}_\alpha\mathcal{P}^{\lambda_2}{}_\beta\varepsilon^{\alpha\beta\lambda_3\lambda_4}, \end{aligned} \quad (\text{A.83})$$

于是, 下式成立:

$$\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \mathcal{P}_\alpha{}^\rho \mathcal{P}_\beta{}^\sigma = -\mathcal{P}^\mu{}_\alpha \mathcal{P}^\nu{}_\beta \varepsilon^{\alpha\beta\rho\sigma}. \quad (\text{A.84})$$

同理, 可以推出

$$\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \mathcal{T}_\alpha{}^\rho \mathcal{T}_\beta{}^\sigma = -\mathcal{T}^\mu{}_\alpha \mathcal{T}^\nu{}_\beta \varepsilon^{\alpha\beta\rho\sigma}. \quad (\text{A.85})$$

是故, 对偶场强张量  $\tilde{F}^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$  的变换性质如下,

$$P^{-1} \tilde{F}^{\mu\nu}(x) P = -\mathcal{P}^\mu{}_\alpha \mathcal{P}^\nu{}_\beta \tilde{F}^{\alpha\beta}(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.86})$$

$$T^{-1} \tilde{F}^{\mu\nu}(x) T = +\mathcal{T}^\mu{}_\alpha \mathcal{T}^\nu{}_\beta \tilde{F}^{\alpha\beta}(\mathcal{T}x), \quad (\text{A.87})$$

$$C^{-1} \tilde{F}^{\mu\nu}(x) C = -\tilde{F}^{\mu\nu}(x). \quad (\text{A.88})$$

由此,  $F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x)$  和  $F_{\mu\nu}(x) \tilde{F}^{\mu\nu}(x)$  的变换性质分别为:

$$P^{-1} F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x) P = +F_{\mu\nu}(\mathcal{P}x) F^{\mu\nu}(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.89})$$

$$T^{-1} F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x) T = +F_{\mu\nu}(\mathcal{T}x) F^{\mu\nu}(\mathcal{T}x), \quad (\text{A.90})$$

$$C^{-1} F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x) C = +F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x); \quad (\text{A.91})$$

$$P^{-1} F_{\mu\nu}(x) \tilde{F}^{\mu\nu}(x) P = -F_{\mu\nu}(\mathcal{P}x) \tilde{F}^{\mu\nu}(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.92})$$

$$T^{-1} F_{\mu\nu}(x) \tilde{F}^{\mu\nu}(x) T = -F_{\mu\nu}(\mathcal{T}x) \tilde{F}^{\mu\nu}(\mathcal{T}x), \quad (\text{A.93})$$

$$C^{-1} F_{\mu\nu}(x) \tilde{F}^{\mu\nu}(x) C = +F_{\mu\nu}(x) \tilde{F}^{\mu\nu}(x). \quad (\text{A.94})$$

## A.4 电弱规范场

电弱理论由  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  规范群描述, 它同时违反  $P$  和  $C$  对称性. 然而, 在大多数弱作用过程里,  $CP$  联合对称性依然得以保持.  $CP$  破坏只出现在少数稀有过程里, 被认为由 CKM 矩阵里的  $CP$  相角引起.

电弱理论的协变导数可表达为

$$D_\mu = \partial_\mu - ig' B_\mu Y - ig W_\mu^a T^a = \partial_\mu - ig' B_\mu Y - ig W_\mu, \quad (\text{A.95})$$

其中  $W_\mu \equiv W_\mu^a T^a$ . 对于左手费米子二重态  $\psi_L$  而言,  $T^a = \frac{\sigma^a}{2}$ , 而

$$\bar{\psi}_L i\gamma^\mu D_\mu \psi_L = \bar{\psi}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + g \bar{\psi}_L \gamma^\mu W_\mu^a T^a \psi_L. \quad (\text{A.96})$$

$CP$  守恒体现在相互作用项  $g\bar{\psi}_L \gamma^\mu W_\mu^a T^a \psi_L$  上, 应有

$$(CP)^{-1} \bar{\psi}_L(x) \gamma^\mu W_\mu(x) \psi_L(x) CP = \bar{\psi}_L(\mathcal{P}x) \gamma^\mu W_\mu(\mathcal{P}x) \psi_L(\mathcal{P}x). \quad (\text{A.97})$$

利用  $P^{-1} \psi_L(x) P = i\beta \psi_R(\mathcal{P}x)$ ,  $P^{-1} \bar{\psi}_L(x) P = -i\bar{\psi}_R(\mathcal{P}x)\beta$ , 有

$$(CP)^{-1} \psi_L(x) CP = i\beta \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \mathcal{C} \bar{\psi}^T(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.98})$$

$$(CP)^{-1} \bar{\psi}_L(x) CP = -i\psi^T(\mathcal{P}x) \mathcal{C} \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\beta, \quad (\text{A.99})$$

可得

$$(CP)^{-1} \bar{\psi}_L(x) \gamma^\mu W_\mu(x) \psi_L(x) CP = -\bar{\psi}_L(\mathcal{P}x) \mathcal{P}^\mu{}_\nu \gamma^\nu [(CP)^{-1} W_\mu(x) CP]^T \psi_L(\mathcal{P}x). \quad (\text{A.100})$$

可见,  $-\mathcal{P}^\nu{}_\mu \gamma^\mu [(CP)^{-1} W_\nu(x) CP]^T = \gamma^\mu W_\mu(\mathcal{P}x)$ , 即  $-\mathcal{P}^\nu{}_\mu [(CP)^{-1} W_\nu(x) CP]^T = W_\mu(\mathcal{P}x)$ . 因此, 规范场  $W^\mu$  的  $CP$  变换性质为

$$(CP)^{-1} W^\mu(x) CP = -\mathcal{P}^\mu{}_\nu W^{\nu T}(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.101})$$

$$(CP)^{-1} W^{a\mu}(x) T^a CP = -\mathcal{P}^\mu{}_\nu W^{a\nu}(\mathcal{P}x) (T^a)^*. \quad (\text{A.102})$$

令  $T^\pm \equiv T^1 \pm iT^2 = \frac{1}{2}(\sigma^1 \pm i\sigma^2) = \sigma^\pm$ ,  $W_\mu^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$ , 则有

$$W_\mu^1 T^1 + W_\mu^2 T^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ T^+ + W_\mu^- T^-). \quad (\text{A.103})$$

由于  $(T^\pm)^* = \frac{1}{2}(\sigma^1 \pm i\sigma^2)^* = T^\pm$ ,  $(T^3)^* = T^3$ ,  $W^\pm$  和  $W^3$  的  $CP$  变换性质为

$$(CP)^{-1} W^{\pm\mu}(x) CP = -\mathcal{P}^\mu{}_\nu W^{\pm\nu}(\mathcal{P}x), \quad (CP)^{-1} W^{3\mu}(x) CP = -\mathcal{P}^\mu{}_\nu W^{3\nu}(\mathcal{P}x). \quad (\text{A.104})$$

同理, 可以得到

$$(CP)^{-1} B^\mu(x) CP = -\mathcal{P}^\mu{}_\nu B^\nu(\mathcal{P}x). \quad (\text{A.105})$$

于是,  $Z^\mu \equiv W^{3\mu} \cos \theta_W - B^\mu \sin \theta_W$  和  $A^\mu \equiv W^{3\mu} \sin \theta_W + B^\mu \cos \theta_W$  的  $CP$  变

换性质为

$$(CP)^{-1}Z^\mu(x)CP = -\mathcal{P}^\mu{}_\nu Z^\nu(\mathcal{P}x), \quad (CP)^{-1}A^\mu(x)CP = -\mathcal{P}^\mu{}_\nu A^\nu(\mathcal{P}x). \quad (\text{A.106})$$

另一方面,  $T$  对称性要求

$$T^{-1}\bar{\psi}_L(x)\gamma^\mu W_\mu(x)\psi_L(x)T = \bar{\psi}_L(\mathcal{T}x)\gamma^\mu W_\mu(\mathcal{T}x)\psi_L(\mathcal{T}x). \quad (\text{A.107})$$

利用  $T^{-1}\psi_L(x)T = \mathcal{C}\gamma_5\psi_L(x)$ ,  $T^{-1}\bar{\psi}_L(x)T = \bar{\psi}_L(\mathcal{T}x)\gamma_5\mathcal{C}^{-1}$ , 可得

$$T^{-1}\bar{\psi}_L(x)\gamma^\mu W_\mu(x)\psi_L(x)T = -\bar{\psi}_L(\mathcal{T}x)\mathcal{T}^\mu{}_\nu\gamma^\nu T^{-1}W_\mu(x)T\psi_L(\mathcal{T}x), \quad (\text{A.108})$$

可见,

$$-\mathcal{T}^\nu{}_\mu\gamma^\mu T^{-1}W_\nu(x)T = \gamma^\mu W_\mu(\mathcal{T}x). \quad (\text{A.109})$$

注意到  $T$  算符的反幺正性, 规范场  $W^\mu$  的  $T$  变换性质为

$$T^{-1}W^\mu(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu W^\nu(\mathcal{T}x), \quad T^{-1}W^{a\mu}(x)T^aT = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu W^{a\nu}(\mathcal{T}x)T^a, \quad (\text{A.110})$$

$W^\pm$  和  $W^3$  的  $T$  变换性质为

$$T^{-1}W^{\pm\mu}(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu W^{\pm\nu}(\mathcal{T}x), \quad T^{-1}W^{3\mu}(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu W^{3\nu}(\mathcal{T}x). \quad (\text{A.111})$$

同理, 可以得到

$$T^{-1}B^\mu(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu B^\nu(\mathcal{T}x). \quad (\text{A.112})$$

于是,  $Z^\mu$  和  $A^\mu$  的  $T$  变换性质为

$$T^{-1}Z^\mu(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu Z^\nu(\mathcal{T}x), \quad T^{-1}A^\mu(x)T = -\mathcal{T}^\mu{}_\nu A^\nu(\mathcal{T}x). \quad (\text{A.113})$$

$W^{\pm\mu}$ ,  $Z^\mu$  和  $B^\mu$  的  $CP$  和  $T$  变换性质均与电磁场  $A^\mu$  的变换性质相同, 因此,  $W^{\pm\mu\nu} \equiv \partial^\mu W^{\pm\nu} - \partial^\nu W^{\pm\mu}$ ,  $Z^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu$  和  $B^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu$  均与  $F^{\mu\nu}$  具有相同的  $CP$  和  $T$  变换性质,  $\tilde{W}^{\pm\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}W_{\rho\sigma}^\pm$ ,  $\tilde{Z}^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}Z_{\rho\sigma}$  和  $\tilde{B}^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}B_{\rho\sigma}$  的  $CP$  和  $T$  变换性质则与  $\tilde{F}^{\mu\nu}$  相同.

李群的生成元  $t^a$  满足

$$[t^a, t^b] = if^{abc}t^c, \quad [t^{a*}, t^{b*}] = -if^{abc}t^{c*}, \quad \text{tr}(t^a t^b) = \text{tr}(t^{a*} t^{b*}) = \frac{1}{2}\delta^{ab}. \quad (\text{A.114})$$

对于  $SU(2)_L$  规范场, 场强张量

$$W^{\mu\nu} = W^{a\mu\nu}T^a = \partial^\mu W^{a\nu}T^a - \partial^\nu W^{a\mu}T^a - ig[W^{a\mu}T^a, W^{b\nu}T^b], \quad (\text{A.115})$$

其中  $W^{a\mu\nu} = \partial^\mu W^{a\nu} - \partial^\nu W^{a\mu} + g\varepsilon^{abc}W^{b\mu}W^{c\nu}$ . 场强张量  $W^{\mu\nu}$  的变换性质为

$$(CP)^{-1}W^{a\mu\nu}(x)T^aCP = -\mathcal{P}^\mu_\rho\mathcal{P}^\nu_\sigma W^{a\rho\sigma}(\mathcal{P}x)T^{a*}, \quad (\text{A.116})$$

$$T^{-1}W^{a\mu\nu}(x)T(T^a)^* = -\mathcal{T}^\mu_\rho\mathcal{T}^\nu_\sigma W^{a\rho\sigma}(\mathcal{T}x)T^a. \quad (\text{A.117})$$

注意到 (A.84) 和 (A.85) 式, 对偶场强张量  $\tilde{W}^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}W_{\alpha\beta}$  的变换性质为

$$(CP)^{-1}\tilde{W}^{a\mu\nu}(x)T^aCP = \mathcal{P}^\mu_\alpha\mathcal{P}^\nu_\beta\tilde{W}^{a\alpha\beta}(\mathcal{P}x)T^{a*}, \quad (\text{A.118})$$

$$T^{-1}\tilde{W}^{a\mu\nu}(x)T(T^a)^* = \mathcal{T}^\mu_\alpha\mathcal{T}^\nu_\beta\tilde{W}^{a\alpha\beta}(\mathcal{T}x)T^a. \quad (\text{A.119})$$

于是,  $W^{a\mu\nu}W_{\mu\nu}^a$  和  $W^{a\mu\nu}\tilde{W}_{\mu\nu}^a$  的变换性质如下.

$$(CP)^{-1}W^{a\mu\nu}(x)W_{\mu\nu}^a(x)CP = +W^{a\mu\nu}(\mathcal{P}x)W_{\mu\nu}^a(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.120})$$

$$T^{-1}W^{a\mu\nu}(x)W_{\mu\nu}^a(x)T = +W^{a\mu\nu}(\mathcal{T}x)W_{\mu\nu}^a(\mathcal{T}x); \quad (\text{A.121})$$

$$(CP)^{-1}W^{a\mu\nu}(x)\tilde{W}_{\mu\nu}^a(x)CP = -W^{a\mu\nu}(\mathcal{P}x)\tilde{W}_{\mu\nu}^a(\mathcal{P}x), \quad (\text{A.122})$$

$$T^{-1}W^{a\mu\nu}(x)\tilde{W}_{\mu\nu}^a(x)T = -W^{a\mu\nu}(\mathcal{T}x)\tilde{W}_{\mu\nu}^a(\mathcal{T}x). \quad (\text{A.123})$$

## A.5 小结

一些算符的  $P, T, C$  变换性质如表 A.1 所示.

可以看到, 带有  $n$  个洛伦兹矢量指标的旋量场双线性型在  $CPT$  变换下的奇偶性与数字  $n$  的奇偶性相同. 由于  $\partial_\mu$  在  $CPT$  变换下是奇的, 这一结论也可以推广到含有时空导数的情况. 对于标量场和矢量场, 总可以选择它们在  $C, P, T$  变换下的相位因子, 使得它们满足: 由场和时空导数组成的厄米算符在  $CPT$  变换下的奇偶性与未收缩矢量指标个数的奇偶性相同. 于是, 由任意场和

时空导数组成的厄米洛伦兹标量在  $CPT$  变换下是偶的. 由于拉氏量必须由这样的标量构成, 在  $CPT$  变换下有  $\mathcal{L}(x) \rightarrow \mathcal{L}(-x)$ , 从而作用量  $S = \int d^4x \mathcal{L}(x)$  是  $CPT$  不变量. 这就是  $CPT$  定理.

表 A.1: 一些算符的  $P, T, C$  变换性质.

算符	$P$	$T$	$C$	$CP$	$CPT$
$i$	+	-	+	+	-
$\partial^\mu$	$[-]^\mu$	$-[-]^\mu$	+	$[-]^\mu$	-
$\phi^\dagger \phi$	+	+	+	+	+
$\phi^\dagger i \overleftrightarrow{\partial}^\mu \phi$	$[-]^\mu$	$[-]^\mu$	-	$-[-]^\mu$	-
$(\partial^\mu \phi^\dagger)(\partial_\mu \phi)$	+	+	+	+	+
$\bar{\psi} \psi$	+	+	+	+	+
$\bar{\psi} i \gamma_5 \psi$	-	-	+	-	+
$\bar{\psi} \gamma^\mu \psi$	$[-]^\mu$	$[-]^\mu$	-	$-[-]^\mu$	-
$\bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \psi$	$-[-]^\mu$	$[-]^\mu$	+	$-[-]^\mu$	-
$\bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi$	$[-]^\mu [-]^\nu$	$-[-]^\mu [-]^\nu$	-	$-[-]^\mu [-]^\nu$	+
$\bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L$	$[-]^\mu \bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R$	$[-]^\mu$	$-\bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R$	$-[-]^\mu$	-
$\bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R$	$[-]^\mu \bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L$	$[-]^\mu$	$-\bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L$	$-[-]^\mu$	-
$\bar{\psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \psi$	+	+	+	+	+
$A^\mu$	$[-]^\mu$	$[-]^\mu$	-	$-[-]^\mu$	-
$F^{\mu\nu}$	$[-]^\mu [-]^\nu$	$-[-]^\mu [-]^\nu$	-	$-[-]^\mu [-]^\nu$	+
$\tilde{F}^{\mu\nu}$	$-[-]^\mu [-]^\nu$	$[-]^\mu [-]^\nu$	-	$[-]^\mu [-]^\nu$	+
$F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$	+	+	+	+	+
$F^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}$	-	-	+	-	+
$W^{\pm\mu}, Z^\mu$		$[-]^\mu$		$-[-]^\mu$	-
$W^{\pm\mu\nu}, Z^{\mu\nu}$		$-[-]^\mu [-]^\nu$		$-[-]^\mu [-]^\nu$	+
$\tilde{W}^{\pm\mu\nu}, \tilde{Z}^{\mu\nu}$		$[-]^\mu [-]^\nu$		$[-]^\mu [-]^\nu$	+
$W^{a\mu\nu} W^a_{\mu\nu}, B^{\mu\nu} B_{\mu\nu}$		+		+	+
$W^{a\mu\nu} \tilde{W}^a_{\mu\nu}, B^{\mu\nu} \tilde{B}_{\mu\nu}$		-		-	+

注: 对于  $\mu = 0$ ,  $[-]^\mu \equiv 1$ ; 对于  $\mu = 1, 2, 3$ ,  $[-]^\mu \equiv -1$ .



## 附录 B 极化振幅

在本附录中, 我将旋量的螺旋态表示和矢量的极化态表示应用于极化振幅计算. 此外, 我还列出了旋量双线性型的螺旋态表达式, 这些表达式有助于理解一些过程的运动学性质.

各种约定主要遵从文献 [298]. 度规张量

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1). \quad (\text{B.1})$$

泡利矩阵

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.2})$$

$$\sigma^\mu \equiv (1, \boldsymbol{\sigma}), \quad \bar{\sigma}^\mu \equiv (1, -\boldsymbol{\sigma}). \quad (\text{B.3})$$

手征表示下的狄拉克矩阵

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} \sigma^\mu & 0 \\ 0 & \bar{\sigma}^\mu \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.4})$$

左右手投影算符

$$P_L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5), \quad P_R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5). \quad (\text{B.5})$$

### B.1 旋量的螺旋态

一对二分量外尔旋量  $\xi_\lambda(p)$  ( $\lambda = \pm$ ) 可以构成一组螺旋态基底, 并满足

$$(\hat{\mathbf{p}} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \xi_\lambda(p) = \lambda \xi_\lambda(p), \quad \lambda = \pm. \quad (\text{B.6})$$

在手征表示下, 狄拉克方程的平面波解可用这组基底表示成

$$u(p, \lambda) = \begin{pmatrix} \omega_{-\lambda}(p) \xi_\lambda(p) \\ \omega_\lambda(p) \xi_\lambda(p) \end{pmatrix}, \quad v(p, \lambda) = \begin{pmatrix} -\lambda \omega_\lambda(p) \xi_{-\lambda}(p) \\ \lambda \omega_{-\lambda}(p) \xi_{-\lambda}(p) \end{pmatrix}, \quad (\text{B.7})$$

其中  $\omega_\lambda(p) = \sqrt{E_p + \lambda|\mathbf{p}|}$ . 容易验证,  $\not{p}u(p, \lambda) = mu(p, \lambda)$ ,  $\not{p}v(p, \lambda) = -mv(p, \lambda)$ . 可见, 狄拉克方程  $(\not{p} - m)u(p, \lambda) = 0$  和  $(\not{p} + m)v(p, \lambda) = 0$  成立.

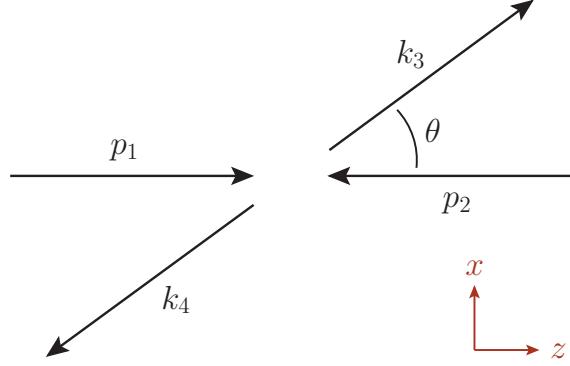


图 B.1: 两体散射示意图.

考虑费米子散射过程  $q(p_1) + \bar{q}(p_2) \rightarrow \chi(k_3) + \bar{\chi}(k_4)$ , 散射角为  $\theta$ , 如图 B.1 所示. 记  $c_\theta \equiv \cos \theta$ ,  $s_\theta \equiv \sin \theta$ . 参考文献 [299] 附录, 初态粒子的动量和螺旋态可表示成

$$p_1 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, \beta_q), \quad p_2 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, -\beta_q), \quad \beta_q \equiv \sqrt{1 - 4m_q^2/s}, \quad (\text{B.8})$$

$$\xi_+(p_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \xi_-(p_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \xi_+(p_2) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \xi_-(p_2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.9})$$

末态粒子的动量和螺旋态可表示成

$$k_3 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, \beta_\chi s_\theta, 0, \beta_\chi c_\theta), \quad k_4 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, -\beta_\chi s_\theta, 0, -\beta_\chi c_\theta), \quad \beta_\chi \equiv \sqrt{1 - 4m_\chi^2/s}, \quad (\text{B.10})$$

$$\xi_+(k_3) = \begin{pmatrix} c_{\theta/2} \\ s_{\theta/2} \end{pmatrix}, \quad \xi_-(k_3) = \begin{pmatrix} -s_{\theta/2} \\ c_{\theta/2} \end{pmatrix}, \quad \xi_+(k_4) = \begin{pmatrix} s_{\theta/2} \\ -c_{\theta/2} \end{pmatrix}, \quad \xi_-(k_4) = \begin{pmatrix} c_{\theta/2} \\ s_{\theta/2} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.11})$$

利用

$$\hat{\mathbf{k}}_3 \cdot \boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} c_\theta & s_\theta \\ s_\theta & -c_\theta \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbf{k}}_4 \cdot \boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} -c_\theta & -s_\theta \\ -s_\theta & c_\theta \end{pmatrix}, \quad (\text{B.12})$$

可以验证, 这些螺旋态都满足本征值方程 (B.6).

## B.2 矢量的极化态

对于无质量矢量粒子 (如光子), 图 B.1 中所示动量表示为

$$p_1 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, 1), \quad p_2 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, -1), \quad (\text{B.13})$$

$$k_3 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, s_\theta, 0, c_\theta), \quad k_4 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, -s_\theta, 0, -c_\theta). \quad (\text{B.14})$$

参考文献 [299] 附录, 动量  $p_1$  和  $p_2$  对应的 (横向) 极化矢量可表示成

$$\varepsilon(p_1, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\lambda\varepsilon_1 - i\varepsilon_2), \quad \varepsilon(p_2, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\lambda\varepsilon_1 - i\varepsilon_2), \quad \lambda = \pm, \quad (\text{B.15})$$

其中

$$\varepsilon_1 = (0, 1, 0, 0), \quad \varepsilon_2 = (0, 0, 1, 0). \quad (\text{B.16})$$

亦即

$$\begin{aligned} \varepsilon(p_1, +) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -1, -i, 0), & \varepsilon(p_1, -) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -i, 0), \\ \varepsilon(p_2, +) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -i, 0), & \varepsilon(p_2, -) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -1, -i, 0). \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

在洛伦兹群的矢量表示中, 角动量算符的 3 个空间分量分别为

$$J_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad J_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad J_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.18})$$

利用

$$\hat{\mathbf{p}}_1 \cdot \mathbf{J} = J_3, \quad \hat{\mathbf{p}}_2 \cdot \mathbf{J} = -J_3, \quad (\text{B.19})$$

可以验证本征值方程  $(\hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{J})\varepsilon(p, \lambda) = \lambda\varepsilon(p, \lambda)$ .

如图 B.1 中所示, 动量  $k_3$  ( $k_4$ ) 可通过将动量  $p_1$  ( $p_2$ ) 绕  $y$  轴旋转  $\theta$  角得到,

即

$$k_3 = R(\mathbf{e}_2, \theta)p_1, \quad k_4 = R(\mathbf{e}_2, \theta)p_2, \quad R(\mathbf{e}_2, \theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -s_\theta & 0 & c_\theta \end{pmatrix}. \quad (\text{B.20})$$

由于极化矢量与动量同处于洛伦兹群的矢量表示, 应有

$$\varepsilon(k_3, \lambda) = R(\mathbf{e}_2, \theta)\varepsilon(p_1, \lambda), \quad \varepsilon(k_4, \lambda) = R(\mathbf{e}_2, \theta)\varepsilon(p_2, \lambda). \quad (\text{B.21})$$

因此

$$\varepsilon(k_3, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\lambda\varepsilon'_1 - i\varepsilon'_2), \quad \varepsilon(k_4, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\lambda\varepsilon'_1 - i\varepsilon'_2), \quad (\text{B.22})$$

其中

$$\varepsilon'_1 = R(\mathbf{e}_2, \theta)\varepsilon_1 = (0, c_\theta, 0, -s_\theta), \quad \varepsilon'_2 = R(\mathbf{e}_2, \theta)\varepsilon_2 = (0, 0, 1, 0). \quad (\text{B.23})$$

故

$$\begin{aligned} \varepsilon(k_3, +) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -c_\theta, -i, s_\theta), & \varepsilon(k_3, -) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, c_\theta, -i, -s_\theta), \\ \varepsilon(k_4, +) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, c_\theta, -i, -s_\theta), & \varepsilon(k_4, -) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -c_\theta, -i, s_\theta). \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

同样, 利用  $\hat{\mathbf{k}}_3 \cdot \mathbf{J} = s_\theta J_1 + c_\theta J_3 = -\hat{\mathbf{k}}_4 \cdot \mathbf{J}$ , 可以验证本征值方程  $(\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{J})\varepsilon(k, \lambda) = \lambda\varepsilon(k, \lambda)$ .

### B.3 费米子矢量流耦合

下面讨论夸克 ( $q$ ) 与狄拉克暗物质粒子 ( $\chi$ ) 的矢量流有效耦合

$$\mathcal{L}_V = \frac{1}{\Lambda^2}\bar{q}\gamma^\mu q\bar{\chi}\gamma_\mu\chi. \quad (\text{B.25})$$

$q(p_1) + \bar{q}(p_2) \rightarrow \chi(k_3) + \bar{\chi}(k_4)$  过程的不变振幅为

$$\mathcal{M}(q_{\lambda_1}\bar{q}_{\lambda_2} \rightarrow \chi_{\lambda_3}\bar{\chi}_{\lambda_4}) = \frac{1}{\Lambda^2} \bar{v}_{\lambda_2}(p_2)\gamma^\mu u_{\lambda_1}(p_1)\bar{u}_{\lambda_3}(k_3)\gamma_\mu v_{\lambda_4}(k_4), \quad (\text{B.26})$$

$$\mathcal{M}^*(q_{\lambda_1}\bar{q}_{\lambda_2} \rightarrow \chi_{\lambda_3}\bar{\chi}_{\lambda_4}) = \frac{1}{\Lambda^2} \bar{u}_{\lambda_1}(p_1)\gamma^\nu v_{\lambda_2}(p_2)\bar{v}_{\lambda_4}(k_4)\gamma_\nu u_{\lambda_3}(k_3). \quad (\text{B.27})$$

利用

$$|\mathbf{p}_1| = |\mathbf{p}_2| = \frac{\sqrt{s}}{2}\beta_q, \quad |\mathbf{k}_3| = |\mathbf{k}_4| = \frac{\sqrt{s}}{2}\beta_\chi, \quad |\mathbf{p}_1||\mathbf{k}_3|\cos\theta = \frac{s}{4}\beta_q\beta_\chi\cos\theta, \quad (\text{B.28})$$

可得

$$p_1 \cdot p_2 = \frac{s}{2} - m_q^2, \quad k_3 \cdot k_4 = \frac{s}{2} - m_\chi^2, \quad (\text{B.29})$$

$$p_1 \cdot k_3 = p_2 \cdot k_4 = \frac{s}{4}(1 - \beta_q\beta_\chi\cos\theta), \quad p_1 \cdot k_4 = p_2 \cdot k_3 = \frac{s}{4}(1 + \beta_q\beta_\chi\cos\theta), \quad (\text{B.30})$$

从而, 由旋量场平面波解的自旋求和关系, 可得非极化散射振幅模方为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}(q\bar{q} \rightarrow \chi\bar{\chi})|^2 \\ &= \frac{1}{4\Lambda^4} \text{Tr}[(\not{p}_2 - m_q)\gamma^\mu(\not{p}_1 + m_q)\gamma^\nu] \text{Tr}[(\not{k}_3 + m_\chi)\gamma_\mu(\not{k}_4 - m_\chi)\gamma_\nu] \\ &= \frac{1}{\Lambda^4} [s^2(1 + \beta_q^2\beta_\chi^2\cos^2\theta) + 4s(m_q^2 + m_\chi^2)]. \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

另一方面, 利用如下等式,

$$\omega_+(p_2)\omega_+(p_1) = \frac{\sqrt{s}}{2}(1 + \beta_q), \quad \omega_-(p_2)\omega_-(p_1) = \frac{\sqrt{s}}{2}(1 - \beta_q), \quad (\text{B.32})$$

$$\omega_+(k_3)\omega_+(k_4) = \frac{\sqrt{s}}{2}(1 + \beta_\chi), \quad \omega_-(k_3)\omega_-(k_4) = \frac{\sqrt{s}}{2}(1 - \beta_\chi), \quad (\text{B.33})$$

$$\omega_-(p_2)\omega_+(p_1) = \omega_+(p_2)\omega_-(p_1) = m_q, \quad \omega_-(k_3)\omega_+(k_4) = \omega_+(k_3)\omega_-(k_4) = m_\chi, \quad (\text{B.34})$$

$$\gamma^0\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\sigma}^\mu \\ \sigma^\mu \end{pmatrix}, \quad (\text{B.35})$$

可得, 初态极化矢量流:

$$\bar{v}_+(p_2)\gamma^\mu u_-(p_1) = -\frac{\sqrt{s}}{2}(1+\beta_q)\xi_-^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1) + \frac{\sqrt{s}}{2}(1-\beta_q)\xi_-^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1), \quad (\text{B.36})$$

$$\bar{v}_-(p_2)\gamma^\mu u_+(p_1) = \frac{\sqrt{s}}{2}(1-\beta_q)\xi_+^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_+(p_1) - \frac{\sqrt{s}}{2}(1+\beta_q)\xi_+^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_+(p_1), \quad (\text{B.37})$$

$$\bar{v}_-(p_2)\gamma^\mu u_-(p_1) = m_q\xi_+^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1) - m_q\xi_+^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1), \quad (\text{B.38})$$

$$\bar{v}_+(p_2)\gamma^\mu u_+(p_1) = -m_q\xi_-^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_+(p_1) + m_q\xi_-^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_+(p_1). \quad (\text{B.39})$$

末态极化矢量流:

$$\bar{u}_-(k_3)\gamma_\mu v_+(k_4) = -\frac{\sqrt{s}}{2}(1+\beta_\chi)\xi_-^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_-(k_4) + \frac{\sqrt{s}}{2}(1-\beta_\chi)\xi_-^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_-(k_4), \quad (\text{B.40})$$

$$\bar{u}_+(k_3)\gamma_\mu v_-(k_4) = \frac{\sqrt{s}}{2}(1-\beta_\chi)\xi_+^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_+(k_4) - \frac{\sqrt{s}}{2}(1+\beta_\chi)\xi_+^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_+(k_4), \quad (\text{B.41})$$

$$\bar{u}_-(k_3)\gamma_\mu v_-(k_4) = m_\chi\xi_+^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_+(k_4) - m_\chi\xi_-^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_+(k_4), \quad (\text{B.42})$$

$$\bar{u}_+(k_3)\gamma_\mu v_+(k_4) = -m_\chi\xi_+^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_-(k_4) + m_\chi\xi_+^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_-(k_4). \quad (\text{B.43})$$

其中,

$$\xi_+^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_+(p_1) = (0, -1, -i, 0) = -\xi_+^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_+(p_1), \quad (\text{B.44})$$

$$\xi_-^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1) = (0, 1, -i, 0) = -\xi_-^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1), \quad (\text{B.45})$$

$$\xi_+^\dagger(k_3)\sigma^\mu\xi_+(k_4) = (0, -c_\theta, i, s_\theta) = -\xi_+^\dagger(k_3)\bar{\sigma}^\mu\xi_+(k_4), \quad (\text{B.46})$$

$$\xi_-^\dagger(k_3)\sigma^\mu\xi_-(k_4) = (0, c_\theta, i, -s_\theta) = -\xi_-^\dagger(k_3)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(k_4); \quad (\text{B.47})$$

$$\xi_-^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_+(p_1) = (1, 0, 0, 1), \quad \xi_-^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_+(p_1) = (1, 0, 0, -1), \quad (\text{B.48})$$

$$\xi_+^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1) = (-1, 0, 0, 1), \quad \xi_+^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1) = (-1, 0, 0, -1), \quad (\text{B.49})$$

$$\xi_-^\dagger(k_3)\sigma^\mu\xi_+(k_4) = (-1, s_\theta, 0, c_\theta), \quad \xi_-^\dagger(k_3)\bar{\sigma}^\mu\xi_+(k_4) = (-1, -s_\theta, 0, -c_\theta), \quad (\text{B.50})$$

$$\xi_+^\dagger(k_3)\sigma^\mu\xi_-(k_4) = (1, s_\theta, 0, c_\theta), \quad \xi_+^\dagger(k_3)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(k_4) = (1, -s_\theta, 0, -c_\theta). \quad (\text{B.51})$$

在宇称变换下,

$$q_{\pm} \xrightarrow{P} q_{\mp}, \quad \bar{q}_{\pm} \xrightarrow{P} \bar{q}_{\mp}, \quad \chi_{\pm} \xrightarrow{P} \chi_{\mp}, \quad \bar{\chi}_{\pm} \xrightarrow{P} \bar{\chi}_{\mp}. \quad (\text{B.52})$$

由于矢量流耦合 (B.25) 保持宇称守恒, 对于任一散射过程, 作宇称变换后得到的过程相应的散射振幅模方与原过程振幅模方是一样的 (而振幅可以相差一个相位因子), 如  $|\mathcal{M}(q_+\bar{q}_- \rightarrow \chi_+\bar{\chi}_-)|^2 = |\mathcal{M}(q_-\bar{q}_+ \rightarrow \chi_-\bar{\chi}_+)|^2$ ,  $|\mathcal{M}(q_+\bar{q}_- \rightarrow \chi_-\bar{\chi}_+)|^2 = |\mathcal{M}(q_-\bar{q}_+ \rightarrow \chi_+\bar{\chi}_-)|^2$ .

接下来计算各极化过程的振幅. 利用

$$\begin{aligned} \xi_-^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_-(k_4) &= \xi_-^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_-(k_4) = -(1+c_\theta), \\ \xi_-^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_-(k_4) &= \xi_-^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_-(k_4) = 1+c_\theta, \\ \xi_-^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_+(k_4) &= \xi_-^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_+(k_4) = -(1-c_\theta), \\ \xi_-^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_+(k_4) &= \xi_-^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_+(k_4) = 1-c_\theta, \\ \xi_+^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_+(k_4) &= \xi_+^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_+(k_4) = 1-c_\theta, \\ \xi_+^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_+(k_4) &= \xi_+^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_+(k_4) = 1+c_\theta, \\ \xi_+^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_-(k_4) &= \xi_+^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_-(k_4) = -(1+c_\theta), \\ \xi_+^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_-(k_4) &= \xi_+^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_-(k_4) = -(1-c_\theta), \\ \xi_+^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_-(k_4) &= \xi_+^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_-(k_4) = s_\theta, \\ \xi_+^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_-(k_4) &= \xi_+^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_-(k_4) = -s_\theta, \\ \xi_+^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_+(k_4) &= \xi_+^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_+(k_4) = -s_\theta, \\ \xi_+^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_+(k_4) &= \xi_+^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_+(k_4) = s_\theta, \\ \xi_-^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_+(k_4) &= \xi_-^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_+(k_4) = -s_\theta, \\ \xi_-^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_+(k_4) &= \xi_-^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_-(p_1)\xi_+^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_+(k_4) = s_\theta, \\ \xi_+^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_+(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_+(k_4) &= \xi_+^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_+(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_+(k_4) = s_\theta, \\ \xi_+^\dagger(p_2)\bar{\sigma}^\mu\xi_+(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\sigma_\mu\xi_+(k_4) &= \xi_+^\dagger(p_2)\sigma^\mu\xi_+(p_1)\xi_-^\dagger(k_3)\bar{\sigma}_\mu\xi_+(k_4) = -s_\theta, \end{aligned}$$

可得

$$\mathcal{M}(q_+\bar{q}_- \rightarrow \chi_+\bar{\chi}_-) = \mathcal{M}(q_-\bar{q}_+ \rightarrow \chi_-\bar{\chi}_+) = -\frac{1}{\Lambda^2}s(1+\cos\theta), \quad (\text{B.53})$$

$$\mathcal{M}(q_+\bar{q}_- \rightarrow \chi_- \bar{\chi}_+) = \mathcal{M}(q_- \bar{q}_+ \rightarrow \chi_+ \bar{\chi}_-) = \frac{1}{\Lambda^2} s(1 - \cos \theta), \quad (\text{B.54})$$

$$\mathcal{M}(q_+ \bar{q}_+ \rightarrow \chi_+ \bar{\chi}_+) = \mathcal{M}(q_- \bar{q}_- \rightarrow \chi_- \bar{\chi}_-) = -\frac{4}{\Lambda^2} m_q m_\chi \cos \theta, \quad (\text{B.55})$$

$$\mathcal{M}(q_+ \bar{q}_+ \rightarrow \chi_- \bar{\chi}_-) = \mathcal{M}(q_- \bar{q}_- \rightarrow \chi_+ \bar{\chi}_+) = \frac{4}{\Lambda^2} m_q m_\chi \cos \theta, \quad (\text{B.56})$$

$$-\mathcal{M}(q_+ \bar{q}_+ \rightarrow \chi_+ \bar{\chi}_-) = \mathcal{M}(q_- \bar{q}_- \rightarrow \chi_- \bar{\chi}_+) = -\frac{2}{\Lambda^2} \sqrt{s} m_q \sin \theta, \quad (\text{B.57})$$

$$-\mathcal{M}(q_+ \bar{q}_+ \rightarrow \chi_- \bar{\chi}_+) = \mathcal{M}(q_- \bar{q}_- \rightarrow \chi_+ \bar{\chi}_-) = -\frac{2}{\Lambda^2} \sqrt{s} m_q \sin \theta, \quad (\text{B.58})$$

$$-\mathcal{M}(q_+ \bar{q}_- \rightarrow \chi_+ \bar{\chi}_+) = \mathcal{M}(q_- \bar{q}_+ \rightarrow \chi_- \bar{\chi}_-) = \frac{2}{\Lambda^2} \sqrt{s} m_\chi \sin \theta, \quad (\text{B.59})$$

$$-\mathcal{M}(q_- \bar{q}_+ \rightarrow \chi_+ \bar{\chi}_+) = \mathcal{M}(q_+ \bar{q}_- \rightarrow \chi_- \bar{\chi}_-) = \frac{2}{\Lambda^2} \sqrt{s} m_\chi \sin \theta. \quad (\text{B.60})$$

由此计算出来的非极化散射振幅模方为

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}(q\bar{q} \rightarrow \chi\bar{\chi})|^2 &= \frac{1}{4} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \sum_{\lambda_3 \lambda_4} |\mathcal{M}(q_{\lambda_1} \bar{q}_{\lambda_2} \rightarrow \chi_{\lambda_3} \bar{\chi}_{\lambda_4})|^2 \\ &= \frac{1}{\Lambda^4} (s^2 + s^2 \cos^2 \theta + 16m_q^2 m_\chi^2 \cos^2 \theta + 4sm_q^2 - 4sm_q^2 \cos^2 \theta + 4sm_\chi^2 - 4sm_\chi^2 \cos^2 \theta) \\ &= \frac{1}{\Lambda^4} [s^2 + 4s(m_q^2 + m_\chi^2) + (s - 4m_q^2)(s - 4m_\chi^2) \cos^2 \theta] \\ &= \frac{1}{\Lambda^4} [s^2(1 + \beta_q^2 \beta_\chi^2 \cos^2 \theta) + 4s(m_q^2 + m_\chi^2)]. \end{aligned} \quad (\text{B.61})$$

这一结果与 (B.31) 式相同.

## B.4 正负电子湮灭到双光子

下面讨论  $e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow \gamma(k_3) + \gamma(k_4)$  过程, 各动量可表示成

$$p_1 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, \beta_e), \quad p_2 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, -\beta_e), \quad (\text{B.62})$$

$$k_3 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, s_\theta, 0, c_\theta), \quad k_4 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, -s_\theta, 0, -c_\theta). \quad (\text{B.63})$$

此过程的不变振幅为

$$\mathcal{M}(e_{\lambda_1}^- e_{\lambda_2}^+ \rightarrow \gamma_{\lambda_3} \gamma_{\lambda_4}) = -e^2 \bar{v}_{\lambda_2}(p_2) \left[ \frac{\gamma_\mu \not{k}_3 \gamma_\nu - 2\gamma_\mu p_{1\nu}}{2p_1 \cdot k_3} + \frac{\gamma_\nu \not{k}_4 \gamma_\mu - 2\gamma_\nu p_{1\mu}}{2p_1 \cdot k_4} \right] u_{\lambda_1}(p_1)$$

$$\times \varepsilon_{\lambda_4}^{*\mu}(k_4) \varepsilon_{\lambda_3}^{*\nu}(k_3). \quad (\text{B.64})$$

利用

$$\begin{aligned} p_1 \cdot p_2 &= \frac{s}{2} - m_e^2, & k_3 \cdot k_4 &= \frac{s}{2}, \\ p_1 \cdot k_3 = p_2 \cdot k_4 &= \frac{s}{4}(1 - \beta_e c_\theta), & p_1 \cdot k_4 = p_2 \cdot k_3 &= \frac{s}{4}(1 + \beta_e c_\theta), \end{aligned} \quad (\text{B.65})$$

及自旋求和关系, 可得非极化振幅模方为

$$\begin{aligned} &\frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}(e^- e^+ \rightarrow \gamma\gamma)|^2 \\ &= \frac{e^4}{4} g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma} \text{Tr} \left\{ (\not{p}_2 - m_e) \left[ \frac{\gamma^\mu \not{k}_3 \gamma^\nu - 2\gamma^\mu p_1^\nu}{2p_1 \cdot k_3} + \frac{\gamma^\nu \not{k}_4 \gamma^\mu - 2\gamma^\nu p_1^\mu}{2p_1 \cdot k_4} \right] \right. \\ &\quad \left. \times (\not{p}_1 + m_e) \left[ \frac{\gamma^\sigma \not{k}_3 \gamma^\rho - 2\gamma^\rho p_1^\sigma}{2p_1 \cdot k_3} + \frac{\gamma^\rho \not{k}_4 \gamma^\sigma - 2\gamma^\sigma p_1^\rho}{2p_1 \cdot k_4} \right] \right\} \\ &= \frac{4e^4 [8sm_e^2(1 - \beta_e^2 c_\theta^2) + s^2(1 - \beta_e^4 c_\theta^4) - 32m_e^4]}{s^2(1 - \beta_e^2 c_\theta^2)^2} \\ &= 64\pi^2 \alpha^2 \left[ \frac{1 + \beta_e^2 c_\theta^2}{1 - \beta_e^2 c_\theta^2} + \frac{8m_e^2}{s(1 - \beta_e^2 c_\theta^2)} - \frac{32m_e^4}{s^2(1 - \beta_e^2 c_\theta^2)^2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.66})$$

另一方面, 利用前面列出的旋量态和极化矢量表达式, 可得

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(e_+^- e_-^+ \rightarrow \gamma_+ \gamma_-) &= \mathcal{M}(e_-^- e_+^+ \rightarrow \gamma_- \gamma_+) = -\frac{2e^2 \beta_e s_\theta (1 + c_\theta)}{1 - \beta_e^2 c_\theta^2}, \\ \mathcal{M}(e_+^- e_-^+ \rightarrow \gamma_- \gamma_+) &= \mathcal{M}(e_-^- e_+^+ \rightarrow \gamma_+ \gamma_-) = \frac{2e^2 \beta_e s_\theta (1 - c_\theta)}{1 - \beta_e^2 c_\theta^2}, \\ \mathcal{M}(e_+^- e_-^+ \rightarrow \gamma_+ \gamma_+) &= \mathcal{M}(e_-^- e_+^+ \rightarrow \gamma_- \gamma_-) = 0, \\ \mathcal{M}(e_+^- e_-^+ \rightarrow \gamma_- \gamma_-) &= \mathcal{M}(e_-^- e_+^+ \rightarrow \gamma_+ \gamma_+) = 0, \\ \mathcal{M}(e_+^- e_+^+ \rightarrow \gamma_+ \gamma_-) &= -\mathcal{M}(e_-^- e_-^+ \rightarrow \gamma_- \gamma_+) = \frac{4e^2 m_e \beta_e s_\theta^2}{\sqrt{s}(1 - \beta_e^2 c_\theta^2)}, \\ \mathcal{M}(e_+^- e_+^+ \rightarrow \gamma_- \gamma_+) &= -\mathcal{M}(e_-^- e_-^+ \rightarrow \gamma_+ \gamma_-) = \frac{4e^2 m_e \beta_e s_\theta^2}{\sqrt{s}(1 - \beta_e^2 c_\theta^2)}, \\ \mathcal{M}(e_+^- e_+^+ \rightarrow \gamma_+ \gamma_+) &= -\mathcal{M}(e_-^- e_-^+ \rightarrow \gamma_- \gamma_-) = -\frac{4e^2 m_e (1 + \beta_e)}{\sqrt{s}(1 - \beta_e^2 c_\theta^2)}, \end{aligned}$$

$$\mathcal{M}(e_+^- e_+^+ \rightarrow \gamma_- \gamma_-) = -\mathcal{M}(e_-^- e_-^+ \rightarrow \gamma_+ \gamma_+) = \frac{4e^2 m_e (1 - \beta_e)}{\sqrt{s} (1 - \beta_e^2 c_\theta^2)}. \quad (\text{B.67})$$

由此, 亦可计算非极化振幅模方如下.

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}(e^- e^+ \rightarrow \gamma \gamma)|^2 &= \frac{1}{4} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \sum_{\lambda_3 \lambda_4} |\mathcal{M}(e_{\lambda_1}^- e_{\lambda_2}^+ \rightarrow \gamma_{\lambda_3} \gamma_{\lambda_4})|^2 \\ &= \frac{4e^4 \{s \beta_e^2 (1 - c_\theta^2) + 4m_e^2 [1 + \beta_e^2 (c_\theta^4 + 2c_\theta^2 + 2)]\}}{s (1 - \beta_e^2 c_\theta^2)^2} \\ &= \frac{64\pi^2 \alpha^2}{s^2 (1 - \beta_e^2 c_\theta^2)^2} \{s^2 \beta_e^2 (1 - c_\theta^2) + 4m_e^2 s [1 + \beta_e^2 (c_\theta^4 + 2c_\theta^2 + 2)]\} \\ &= \frac{64\pi^2 \alpha^2}{s^2 (1 - \beta_e^2 c_\theta^2)^2} \{[s^2 (1 + \beta_e^2 c_\theta^2) + 8m_e^2 s] (1 - \beta_e^2 c_\theta^2) - 32m_e^4\} \\ &= 64\pi^2 \alpha^2 \left[ \frac{1 + \beta_e^2 c_\theta^2}{1 - \beta_e^2 c_\theta^2} + \frac{8m_e^2}{s (1 - \beta_e^2 c_\theta^2)} - \frac{32m_e^4}{s^2 (1 - \beta_e^2 c_\theta^2)^2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.68})$$

这一结果与 (B.66) 式一致.

## B.5 旋量双线性型的螺旋态表达式

在质心系中, 考虑一对入射的正反费米子  $i(p_1)$  和  $\bar{i}(p_2)$ , 质量为  $m_i$ , 则其动量和螺旋态可表示成

$$p_1 = \frac{\sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, \beta_i), \quad p_2 = \frac{\sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, -\beta_i), \quad \beta_i \equiv \sqrt{1 - 4m_i^2/s}, \quad (\text{B.69})$$

$$\xi_+(p_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \xi_-(p_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \xi_+(p_2) = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \xi_-(p_2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.70})$$

而  $\omega_\pm(p_2) \omega_\pm(p_1) = \frac{\sqrt{s}}{2} (1 \pm \beta_i)$ ,  $\omega_\pm(p_2) \omega_\mp(p_1) = m_i$ .

参考 B.3 节表达式, 对于矢量算符  $\bar{\psi} \gamma^\mu \psi$ , 有

$$\bar{v}_+(p_2) \gamma^\mu u_-(p_1) = \sqrt{s} (0, 1, -i, 0), \quad \bar{v}_-(p_2) \gamma^\mu u_+(p_1) = \sqrt{s} (0, 1, i, 0), \quad (\text{B.71})$$

$$\bar{v}_-(p_2) \gamma^\mu u_-(p_1) = -2m_i (0, 0, 0, 1), \quad \bar{v}_+(p_2) \gamma^\mu u_+(p_1) = 2m_i (0, 0, 0, 1). \quad (\text{B.72})$$

对于轴矢量算符  $\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$ , 有

$$\bar{v}_+(p_2)\gamma^\mu\gamma_5u_-(p_1) = \beta_i\sqrt{s}(0, -1, i, 0), \quad \bar{v}_-(p_2)\gamma^\mu\gamma_5u_+(p_1) = \beta_i\sqrt{s}(0, 1, i, 0), \quad (\text{B.73})$$

$$\bar{v}_-(p_2)\gamma^\mu\gamma_5u_-(p_1) = 2m_i(1, 0, 0, 0), \quad \bar{v}_+(p_2)\gamma^\mu\gamma_5u_+(p_1) = 2m_i(1, 0, 0, 0). \quad (\text{B.74})$$

对于标量算符  $\bar{\psi}\psi$ , 有

$$\bar{v}_+(p_2)u_-(p_1) = 0, \quad \bar{v}_-(p_2)u_+(p_1) = 0, \quad (\text{B.75})$$

$$\bar{v}_-(p_2)u_-(p_1) = \beta_i\sqrt{s}, \quad \bar{v}_+(p_2)u_+(p_1) = -\beta_i\sqrt{s}. \quad (\text{B.76})$$

对于赝标量算符  $\bar{\psi}i\gamma_5\psi$ , 有

$$\bar{v}_+(p_2)i\gamma_5u_-(p_1) = 0, \quad \bar{v}_-(p_2)i\gamma_5u_+(p_1) = 0, \quad (\text{B.77})$$

$$\bar{v}_-(p_2)i\gamma_5u_-(p_1) = -i\sqrt{s}, \quad \bar{v}_+(p_2)i\gamma_5u_+(p_1) = -i\sqrt{s}. \quad (\text{B.78})$$

对于 2 阶反对称张量算符  $\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi$ , 有

$$\bar{v}_+(p_2)\sigma^{\mu\nu}u_-(p_1) = 2m_i \begin{pmatrix} & -i & -1 \\ i & & \\ 1 & & \\ & & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.79})$$

$$\bar{v}_-(p_2)\sigma^{\mu\nu}u_+(p_1) = 2m_i \begin{pmatrix} & -i & 1 \\ i & & \\ -1 & & \\ & & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.80})$$

$$\bar{v}_-(p_2)\sigma^{\mu\nu}u_-(p_1) = \sqrt{s} \begin{pmatrix} & & i \\ & & -\beta_i \\ \beta_i & & \\ -i & & \end{pmatrix}, \quad (\text{B.81})$$

$$\bar{v}_+(p_2)\sigma^{\mu\nu}u_+(p_1) = \sqrt{s} \begin{pmatrix} & -i \\ & -\beta_i \\ \beta_i \\ i \end{pmatrix}. \quad (\text{B.82})$$

在质心系中, 考虑一对出射的正反费米子  $f(k_3)$  和  $\bar{f}(k_4)$ , 质量为  $m_f$ , 则其动量和螺旋态可表示成

$$k_3 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, \beta_f s_\theta, 0, \beta_f c_\theta), \quad k_4 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, -\beta_f s_\theta, 0, -\beta_f c_\theta), \quad \beta_f \equiv \sqrt{1 - 4m_f^2/s}, \quad (\text{B.83})$$

$$\xi_+(k_3) = \begin{pmatrix} c_{\theta/2} \\ s_{\theta/2} \end{pmatrix}, \quad \xi_-(k_3) = \begin{pmatrix} -s_{\theta/2} \\ c_{\theta/2} \end{pmatrix}, \quad \xi_+(k_4) = \begin{pmatrix} s_{\theta/2} \\ -c_{\theta/2} \end{pmatrix}, \quad \xi_-(k_4) = \begin{pmatrix} c_{\theta/2} \\ s_{\theta/2} \end{pmatrix}, \quad (\text{B.84})$$

而  $\omega_\pm(k_3)\omega_\pm(k_4) = \frac{\sqrt{s}}{2}(1 \pm \beta_f)$ ,  $\omega_\pm(k_3)\omega_\mp(k_4) = m_f$ .

对于矢量算符  $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ , 有

$$\bar{u}_-(k_3)\gamma^\mu v_+(k_4) = \sqrt{s}(0, c_\theta, i, -s_\theta), \quad \bar{u}_+(k_3)\gamma^\mu v_-(k_4) = \sqrt{s}(0, c_\theta, -i, -s_\theta), \quad (\text{B.85})$$

$$\bar{u}_-(k_3)\gamma^\mu v_-(k_4) = -2m_f(0, s_\theta, 0, c_\theta), \quad \bar{u}_+(k_3)\gamma^\mu v_+(k_4) = 2m_f(0, s_\theta, 0, c_\theta). \quad (\text{B.86})$$

对于轴矢量算符  $\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$ , 有

$$\bar{u}_-(k_3)\gamma^\mu\gamma_5 v_+(k_4) = \beta_f \sqrt{s}(0, -c_\theta, -i, s_\theta), \quad (\text{B.87})$$

$$\bar{u}_+(k_3)\gamma^\mu\gamma_5 v_-(k_4) = \beta_f \sqrt{s}(0, c_\theta, -i, -s_\theta), \quad (\text{B.88})$$

$$\bar{u}_-(k_3)\gamma^\mu\gamma_5 v_-(k_4) = 2m_f(1, 0, 0, 0), \quad (\text{B.89})$$

$$\bar{u}_+(k_3)\gamma^\mu\gamma_5 v_+(k_4) = 2m_f(1, 0, 0, 0). \quad (\text{B.90})$$

对于标量算符  $\bar{\psi}\psi$ , 有

$$\bar{u}_-(k_3)v_+(k_4) = 0, \quad \bar{u}_+(k_3)v_-(k_4) = 0, \quad (\text{B.91})$$

$$\bar{u}_-(k_3)v_-(k_4) = \beta_f \sqrt{s}, \quad \bar{u}_+(k_3)v_+(k_4) = -\beta_f \sqrt{s}. \quad (\text{B.92})$$

对于赝标量算符  $\bar{\psi}i\gamma_5\psi$ , 有

$$\bar{u}_-(k_3)i\gamma_5v_+(k_4) = 0, \quad \bar{u}_+(k_3)i\gamma_5v_-(k_4) = 0, \quad (\text{B.93})$$

$$\bar{u}_-(k_3)i\gamma_5v_-(k_4) = i\sqrt{s}, \quad \bar{u}_+(k_3)i\gamma_5v_+(k_4) = i\sqrt{s}. \quad (\text{B.94})$$

对于 2 阶反对称张量算符  $\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi$ , 有

$$\bar{u}_-(k_3)\sigma^{\mu\nu}v_+(k_4) = 2m_f \begin{pmatrix} ic_\theta & -1 & -is_\theta \\ -ic_\theta & & \\ 1 & & \\ is_\theta & & \end{pmatrix}, \quad (\text{B.95})$$

$$\bar{u}_+(k_3)\sigma^{\mu\nu}v_-(k_4) = 2m_f \begin{pmatrix} ic_\theta & 1 & -is_\theta \\ -ic_\theta & & \\ -1 & & \\ is_\theta & & \end{pmatrix}, \quad (\text{B.96})$$

$$\bar{u}_-(k_3)\sigma^{\mu\nu}v_-(k_4) = \sqrt{s} \begin{pmatrix} -is_\theta & & -ic_\theta \\ is_\theta & -\beta_f c_\theta & \\ \beta_f c_\theta & & -\beta_f s_\theta \\ ic_\theta & \beta_f s_\theta & \end{pmatrix}, \quad (\text{B.97})$$

$$\bar{u}_+(k_3)\sigma^{\mu\nu}v_+(k_4) = \sqrt{s} \begin{pmatrix} is_\theta & & ic_\theta \\ -is_\theta & -\beta_f c_\theta & \\ \beta_f c_\theta & & -\beta_f s_\theta \\ -ic_\theta & \beta_f s_\theta & \end{pmatrix}. \quad (\text{B.98})$$

在作完矩阵运算之后, 这些表达式均包括两项, 分别对应于左右手投影分解:

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\psi = \bar{\psi}_L\gamma^\mu\psi_L + \bar{\psi}_R\gamma^\mu\psi_R, \quad \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi = \bar{\psi}_L\gamma^\mu\gamma_5\psi_L + \bar{\psi}_R\gamma^\mu\gamma_5\psi_R, \quad (\text{B.99})$$

$$\bar{\psi}\psi = \bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L, \quad \bar{\psi}i\gamma_5\psi = i\bar{\psi}_L\psi_R - i\bar{\psi}_R\psi_L, \quad (\text{B.100})$$

$$\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi = \bar{\psi}_L\sigma^{\mu\nu}\psi_R + \bar{\psi}_R\sigma^{\mu\nu}\psi_L. \quad (\text{B.101})$$

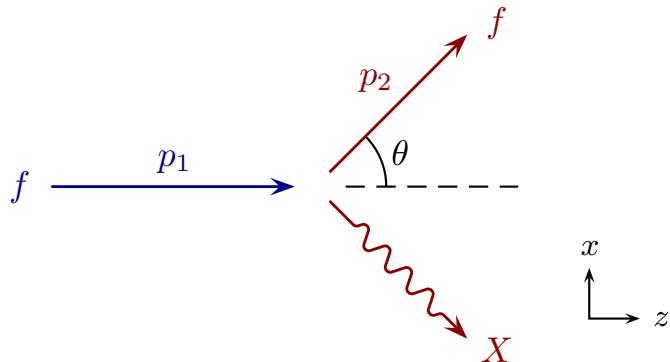
表 B.1 总结了每个旋量双线性型的各种螺旋态表达式. 对于一对正反费米

表 B.1: 旋量双线性型螺旋态表达式小结.

算符	$L$	$S$	$^{2S+1}L_J$	$J^{PC}$	$\rightarrow \leftarrow$ 或 $\leftarrow \rightarrow$	$\leftarrow \leftarrow$ 或 $\rightarrow \rightarrow$	$\rightarrow \leftarrow$ 或 $\leftarrow \rightarrow$
$\bar{\psi}\psi$	1	1	$^3P_0$	$0^{++}$	0	$\propto \beta\sqrt{s}$	
$\bar{\psi}i\gamma_5\psi$	0	0	$^1S_0$	$0^{-+}$	0	$\propto \sqrt{s}$	
$\bar{\psi}\gamma^0\psi$	1	0	$^1P_1$	$1^{+-}$	0	0	
$\bar{\psi}\gamma^i\psi$	0	1	$^3S_1$	$1^{--}$	$\propto \sqrt{s}$	$\propto m$	
$\bar{\psi}\gamma^0\gamma_5\psi$	0	0	$^1S_0$	$0^{-+}$	0	$\propto m$	
$\bar{\psi}\gamma^i\gamma_5\psi$	1	1	$^3P_1$	$1^{++}$	$\propto \beta\sqrt{s}$	0	
$\bar{\psi}\sigma^{0i}\psi$	0	1	$^3S_1$	$1^{--}$	$\propto m$	$\propto \sqrt{s}$	
$\bar{\psi}\sigma^{ij}\psi$	1	0	$^1P_1$	$1^{+-}$	0	$\propto \beta\sqrt{s}$	

注:  $\rightarrow$  表示动量方向,  $\Rightarrow$  表示自旋方向. 表中列出了入射的情况. 对于出射的情况, 结论是类似的, 只需将  $\rightarrow \leftarrow$  换成  $\leftarrow \rightarrow$ .

子态,  $P = (-)^{L+1}$ ,  $C = (-)^{L+S}$ , 角动量量子数  $L$  和  $S$  参考文献 [173, 300].

图 B.2: 费米子  $f$  释放一个虚粒子  $X$  的示意图.

下面讨论释放出一个虚粒子对螺旋度的影响. 假设费米子  $f$  通过相互作用  $\bar{\psi}\Gamma_A\psi X^A$  释放出一个虚粒子  $X$ . 如图 B.2 所示, 在高能极限下, 费米子初末态动量和螺旋态可以表示成

$$p_1 = E_1(1, 0, 0, 1), \quad p_2 = E_2(1, s_\theta, 0, c_\theta), \quad (\text{B.102})$$

$$\xi_+(p_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \xi_-(p_1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \xi_+(p_2) = \begin{pmatrix} c_{\theta/2} \\ s_{\theta/2} \end{pmatrix}, \quad \xi_-(p_2) = \begin{pmatrix} -s_{\theta/2} \\ c_{\theta/2} \end{pmatrix}, \quad (\text{B.103})$$

而  $\omega_+(p_1) = \sqrt{2E_1}$ ,  $\omega_+(p_2) = \sqrt{2E_2}$ ,  $\omega_-(p_1) = \omega_-(p_2) = 0$ .

对于矢量算符  $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ , 有

$$\bar{u}_-(p_2)\gamma^\mu u_-(p_1) = 2\sqrt{E_1 E_2}(c_{\theta/2}, s_{\theta/2}, -is_{\theta/2}, c_{\theta/2}), \quad (\text{B.104})$$

$$\bar{u}_+(p_2)\gamma^\mu u_+(p_1) = 2\sqrt{E_1 E_2}(c_{\theta/2}, s_{\theta/2}, is_{\theta/2}, c_{\theta/2}), \quad (\text{B.105})$$

$$\bar{u}_+(p_2)\gamma^\mu u_-(p_1) = \bar{u}_-(p_2)\gamma^\mu u_+(p_1) = 0, \quad (\text{B.106})$$

$$\bar{v}_-(p_2)\gamma^\mu v_-(p_1) = 2\sqrt{E_1 E_2}(c_{\theta/2}, s_{\theta/2}, is_{\theta/2}, c_{\theta/2}), \quad (\text{B.107})$$

$$\bar{v}_+(p_2)\gamma^\mu v_+(p_1) = 2\sqrt{E_1 E_2}(c_{\theta/2}, s_{\theta/2}, -is_{\theta/2}, c_{\theta/2}), \quad (\text{B.108})$$

$$\bar{v}_+(p_2)\gamma^\mu v_-(p_1) = \bar{v}_-(p_2)\gamma^\mu v_+(p_1) = 0. \quad (\text{B.109})$$

对于轴矢量算符  $\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$ , 有

$$\bar{u}_-(p_2)\gamma^\mu\gamma_5 u_-(p_1) = -2\sqrt{E_1 E_2}(c_{\theta/2}, s_{\theta/2}, -is_{\theta/2}, c_{\theta/2}), \quad (\text{B.110})$$

$$\bar{u}_+(p_2)\gamma^\mu\gamma_5 u_+(p_1) = 2\sqrt{E_1 E_2}(c_{\theta/2}, s_{\theta/2}, is_{\theta/2}, c_{\theta/2}), \quad (\text{B.111})$$

$$\bar{u}_+(p_2)\gamma^\mu\gamma_5 u_-(p_1) = \bar{u}_-(p_2)\gamma^\mu\gamma_5 u_+(p_1) = 0, \quad (\text{B.112})$$

$$\bar{v}_-(p_2)\gamma^\mu\gamma_5 v_-(p_1) = 2\sqrt{E_1 E_2}(c_{\theta/2}, s_{\theta/2}, is_{\theta/2}, c_{\theta/2}), \quad (\text{B.113})$$

$$\bar{v}_+(p_2)\gamma^\mu\gamma_5 v_+(p_1) = -2\sqrt{E_1 E_2}(c_{\theta/2}, s_{\theta/2}, -is_{\theta/2}, c_{\theta/2}), \quad (\text{B.114})$$

$$\bar{v}_+(p_2)\gamma^\mu\gamma_5 v_-(p_1) = \bar{v}_-(p_2)\gamma^\mu\gamma_5 v_+(p_1) = 0. \quad (\text{B.115})$$

可见, 对于矢量流和轴矢量流相互作用, 释放出自旋为 1 的  $X$  粒子之后, 费米子的螺旋度不变.

对于标量算符  $\bar{\psi}\psi$ , 有

$$\bar{u}_-(p_2)u_-(p_1) = \bar{u}_+(p_2)u_+(p_1) = 0, \quad (\text{B.116})$$

$$\bar{u}_+(p_2)u_-(p_1) = 2\sqrt{E_1 E_2}s_{\theta/2}, \quad \bar{u}_-(p_2)u_+(p_1) = -2\sqrt{E_1 E_2}s_{\theta/2}, \quad (\text{B.117})$$

$$\bar{v}_-(p_2)v_-(p_1) = \bar{v}_+(p_2)v_+(p_1) = 0, \quad (\text{B.118})$$

$$\bar{v}_+(p_2)v_-(p_1) = -2\sqrt{E_1 E_2}s_{\theta/2}, \quad \bar{v}_-(p_2)v_+(p_1) = 2\sqrt{E_1 E_2}s_{\theta/2}. \quad (\text{B.119})$$

对于赝标量算符  $\bar{\psi}i\gamma_5\psi$ , 有

$$\bar{u}_-(p_2)i\gamma_5u_-(p_1) = \bar{u}_+(p_2)i\gamma_5u_+(p_1) = 0, \quad (\text{B.120})$$

$$\bar{u}_+(p_2)i\gamma_5u_-(p_1) = -2i\sqrt{E_1E_2}s_{\theta/2}, \quad \bar{u}_-(p_2)i\gamma_5u_+(p_1) = -2i\sqrt{E_1E_2}s_{\theta/2}, \quad (\text{B.121})$$

$$\bar{v}_-(p_2)i\gamma_5v_-(p_1) = \bar{v}_+(p_2)i\gamma_5v_+(p_1) = 0, \quad (\text{B.122})$$

$$\bar{v}_+(p_2)i\gamma_5v_-(p_1) = -2i\sqrt{E_1E_2}s_{\theta/2}, \quad \bar{v}_-(p_2)i\gamma_5v_+(p_1) = -2i\sqrt{E_1E_2}s_{\theta/2}. \quad (\text{B.123})$$

可见, 对于标量和赝标量相互作用, 释放出自旋为 0 的  $X$  粒子之后, 费米子的螺旋度与原来相反. 振幅  $\propto \sin(\theta/2)$ , 出射费米子的运动方向倾向于与入射费米子相反.

## 参考文献

- [1] S. Glashow, “Partial Symmetries of Weak Interactions,” *Nucl.Phys.* **22** (1961) 579–588.
- [2] S. Weinberg, “A Model of Leptons,” *Phys.Rev.Lett.* **19** (1967) 1264–1266.
- [3] A. Salam, “Weak and Electromagnetic Interactions,” *Conf.Proc.* **C680519** (1968) 367–377.
- [4] G. Jungman, M. Kamionkowski, and K. Griest, “Supersymmetric dark matter,” *Phys.Rept.* **267** (1996) 195–373, [arXiv:hep-ph/9506380 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9506380).
- [5] G. Bertone, D. Hooper, and J. Silk, “Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints,” *Phys.Rept.* **405** (2005) 279–390, [arXiv:hep-ph/0404175 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0404175).
- [6] J. L. Feng, “Dark Matter Candidates from Particle Physics and Methods of Detection,” *Ann.Rev.Astron.Astrophys.* **48** (2010) 495–545, [arXiv:1003.0904 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1003.0904).
- [7] F. Zwicky, “Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln,” *Helv.Phys.Acta* **6** (1933) 110–127.
- [8] V. C. Rubin and J. Ford, W. Kent, “Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions,” *Astrophys.J.* **159** (1970) 379–403.
- [9] V. Rubin, N. Thonnard, and J. Ford, W.K., “Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 /R = 4kpc/ to UGC 2885 /R = 122 kpc/,” *Astrophys.J.* **238** (1980) 471.
- [10] E. Corbelli and P. Salucci, “The Extended Rotation Curve and the Dark Matter Halo of M33,” *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* **311** (2000) 441–447, [arXiv:astro-ph/9909252 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9909252).
- [11] M. Milgrom, “A Modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis,” *Astrophys.J.* **270** (1983) 365–370.
- [12] M. Milgrom, “A Modification of the Newtonian dynamics: Implications for galaxies,” *Astrophys.J.* **270** (1983) 371–383.

- [13] M. Milgrom, “A modification of the Newtonian dynamics: implications for galaxy systems,” *Astrophys.J.* **270** (1983) 384–389.
- [14] D. Clowe, M. Bradac, A. H. Gonzalez, M. Markevitch, S. W. Randall, *et al.*, “A direct empirical proof of the existence of dark matter,” *Astrophys.J.* **648** (2006) L109–L113, [arXiv:astro-ph/0608407 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0608407).
- [15] **EROS-2** Collaboration, P. Tisserand *et al.*, “Limits on the Macho Content of the Galactic Halo from the EROS-2 Survey of the Magellanic Clouds,” *Astron.Astrophys.* **469** (2007) 387–404, [arXiv:astro-ph/0607207 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0607207).
- [16] 俞允强, 物理宇宙学讲义. 北京大学出版社, 北京, 2002.
- [17] E. J. Tollerud, J. S. Bullock, L. E. Strigari, and B. Willman, “Hundreds of Milky Way Satellites? Luminosity Bias in the Satellite Luminosity Function,” *Astrophys.J.* **688** (2008) 277–289, [arXiv:0806.4381 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/0806.4381).
- [18] **Supernova Search Team** Collaboration, A. G. Riess *et al.*, “Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant,” *Astron.J.* **116** (1998) 1009–1038, [arXiv:astro-ph/9805201 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9805201).
- [19] **Supernova Cosmology Project** Collaboration, S. Perlmutter *et al.*, “Measurements of Omega and Lambda from 42 high redshift supernovae,” *Astrophys.J.* **517** (1999) 565–586, [arXiv:astro-ph/9812133 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9812133).
- [20] **Planck** Collaboration, P. Ade *et al.*, “Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters,” [arXiv:1502.01589 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1502.01589).
- [21] R. H. Cyburt, B. D. Fields, and K. A. Olive, “An Update on the big bang nucleosynthesis prediction for Li-7: The problem worsens,” *JCAP* **0811** (2008) 012, [arXiv:0808.2818 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/0808.2818).
- [22] K. Begeman, A. Broeils, and R. Sanders, “Extended rotation curves of spiral galaxies: Dark haloes and modified dynamics,” *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* **249** (1991) 523.
- [23] A. Burkert, “The Structure of dark matter halos in dwarf galaxies,” *IAU Symp.* **171** (1996) 175, [arXiv:astro-ph/9504041 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9504041).
- [24] J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. White, “A Universal density profile from hierarchical clustering,” *Astrophys.J.* **490** (1997) 493–508, [arXiv:astro-ph/9611107 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9611107).

- [25] B. Moore, T. R. Quinn, F. Governato, J. Stadel, and G. Lake, “Cold collapse and the core catastrophe,” *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* **310** (1999) 1147–1152, [arXiv:astro-ph/9903164 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9903164).
- [26] J. F. Navarro, E. Hayashi, C. Power, A. Jenkins, C. S. Frenk, *et al.*, “The Inner structure of Lambda-CDM halos 3: Universality and asymptotic slopes,” *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.* **349** (2004) 1039, [arXiv:astro-ph/0311231 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0311231).
- [27] R. Catena and P. Ullio, “A novel determination of the local dark matter density,” *JCAP* **1008** (2010) 004, [arXiv:0907.0018 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/0907.0018).
- [28] P. Salucci, F. Nesti, G. Gentile, and C. Martins, “The dark matter density at the Sun’s location,” *Astron.Astrophys.* **523** (2010) A83, [arXiv:1003.3101 \[astro-ph.GA\]](https://arxiv.org/abs/1003.3101).
- [29] E. W. Kolb and M. S. Turner, “The Early Universe,” *Front.Phys.* **69** (1990) 1–547.
- [30] S. Dodelson, *Modern Cosmology*. Academic Press, Amsterdam, 2003.
- [31] J. C. Mather, D. Fixsen, R. Shafer, C. Mosier, and D. Wilkinson, “Calibrator design for the COBE far infrared absolute spectrophotometer (FIRAS),” *Astrophys.J.* **512** (1999) 511–520, [arXiv:astro-ph/9810373 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9810373).
- [32] K. Griest and M. Kamionkowski, “Unitarity Limits on the Mass and Radius of Dark Matter Particles,” *Phys.Rev.Lett.* **64** (1990) 615.
- [33] **ATLAS** Collaboration, G. Aad *et al.*, “Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC,” *Phys.Lett.* **B716** (2012) 1–29, [arXiv:1207.7214 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1207.7214).
- [34] **CMS** Collaboration, S. Chatrchyan *et al.*, “Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC,” *Phys.Lett.* **B716** (2012) 30–61, [arXiv:1207.7235 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1207.7235).
- [35] H. Goldberg, “Constraint on the Photino Mass from Cosmology,” *Phys.Rev.Lett.* **50** (1983) 1419.
- [36] J. R. Ellis, J. Hagelin, D. V. Nanopoulos, K. A. Olive, and M. Srednicki, “Supersymmetric Relics from the Big Bang,” *Nucl.Phys.* **B238** (1984) 453–476.

- [37] G. Servant and T. M. Tait, “Is the lightest Kaluza-Klein particle a viable dark matter candidate?,” *Nucl.Phys.* **B650** (2003) 391–419, [arXiv:hep-ph/0206071 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0206071).
- [38] H.-C. Cheng, J. L. Feng, and K. T. Matchev, “Kaluza-Klein dark matter,” *Phys.Rev.Lett.* **89** (2002) 211301, [arXiv:hep-ph/0207125 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0207125).
- [39] C. Arina and N. Fornengo, “Sneutrino cold dark matter, a new analysis: Relic abundance and detection rates,” *JHEP* **0711** (2007) 029, [arXiv:0709.4477 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0709.4477).
- [40] S. P. Martin, “A Supersymmetry primer,” *Adv.Ser.Direct.High Energy Phys.* **21** (2010) 1–153, [arXiv:hep-ph/9709356 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9709356).
- [41] J. R. Ellis, K. A. Olive, and P. Sandick, “Phenomenology of GUT-less supersymmetry breaking,” *JHEP* **0706** (2007) 079, [arXiv:0704.3446 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0704.3446).
- [42] T. Kaluza, “On the Problem of Unity in Physics,” *Sitzungsber.Preuss.Akad.Wiss.Berlin (Math.Phys.)* **1921** (1921) 966–972.
- [43] O. Klein, “Quantum Theory and Five-Dimensional Theory of Relativity. (In German and English),” *Z.Phys.* **37** (1926) 895–906.
- [44] T. Appelquist, H.-C. Cheng, and B. A. Dobrescu, “Bounds on universal extra dimensions,” *Phys.Rev.* **D64** (2001) 035002, [arXiv:hep-ph/0012100 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0012100).
- [45] M. Kakizaki, S. Matsumoto, and M. Senami, “Relic abundance of dark matter in the minimal universal extra dimension model,” *Phys.Rev.* **D74** (2006) 023504, [arXiv:hep-ph/0605280 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0605280).
- [46] J. L. Feng, A. Rajaraman, and F. Takayama, “Superweakly interacting massive particles,” *Phys.Rev.Lett.* **91** (2003) 011302, [arXiv:hep-ph/0302215 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0302215).
- [47] I. Albuquerque, G. Burdman, and Z. Chacko, “Neutrino telescopes as a direct probe of supersymmetry breaking,” *Phys.Rev.Lett.* **92** (2004) 221802, [arXiv:hep-ph/0312197 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0312197).
- [48] X.-J. Bi, J.-X. Wang, C. Zhang, and X.-m. Zhang, “Phenomenology of quintessino dark matter: Production of NLSP particles,” *Phys.Rev.* **D70** (2004) 123512, [arXiv:hep-ph/0404263 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0404263).

- [49] **Super-Kamiokande** Collaboration, Y. Fukuda *et al.*, “Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos,” *Phys.Rev.Lett.* **81** (1998) 1562–1567, [arXiv:hep-ex/9807003 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/9807003).
- [50] **SNO** Collaboration, Q. Ahmad *et al.*, “Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory,” *Phys.Rev.Lett.* **89** (2002) 011301, [arXiv:nucl-ex/0204008 \[nucl-ex\]](https://arxiv.org/abs/nucl-ex/0204008).
- [51] S. Dodelson and L. M. Widrow, “Sterile-neutrinos as dark matter,” *Phys.Rev.Lett.* **72** (1994) 17–20, [arXiv:hep-ph/9303287 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9303287).
- [52] X.-D. Shi and G. M. Fuller, “A New dark matter candidate: Nonthermal sterile neutrinos,” *Phys.Rev.Lett.* **82** (1999) 2832–2835, [arXiv:astro-ph/9810076 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9810076).
- [53] P. B. Pal and L. Wolfenstein, “Radiative Decays of Massive Neutrinos,” *Phys.Rev.* **D25** (1982) 766.
- [54] C. Baker, D. Doyle, P. Geltenbort, K. Green, M. van der Grinten, *et al.*, “An Improved experimental limit on the electric dipole moment of the neutron,” *Phys.Rev.Lett.* **97** (2006) 131801, [arXiv:hep-ex/0602020 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0602020).
- [55] R. Peccei and H. R. Quinn, “CP Conservation in the Presence of Instantons,” *Phys.Rev.Lett.* **38** (1977) 1440–1443.
- [56] F. Wilczek, “Problem of Strong  $P$  and  $T$  Invariance in the Presence of Instantons,” *Phys.Rev.Lett.* **40** (1978) 279–282.
- [57] S. Weinberg, “A New Light Boson?,” *Phys.Rev.Lett.* **40** (1978) 223–226.
- [58] G. G. Raffelt, “Astrophysical axion bounds,” *Lect.Notes Phys.* **741** (2008) 51–71, [arXiv:hep-ph/0611350 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0611350).
- [59] M. W. Goodman and E. Witten, “Detectability of Certain Dark Matter Candidates,” *Phys.Rev.* **D31** (1985) 3059.
- [60] L. Baudis, “Direct dark matter detection: the next decade,” *Phys.Dark Univ.* **1** (2012) 94–108, [arXiv:1211.7222 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1211.7222).
- [61] **XENON100** Collaboration, E. Aprile *et al.*, “Dark Matter Results from 225 Live Days of XENON100 Data,” *Phys.Rev.Lett.* **109** (2012) 181301, [arXiv:1207.5988 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1207.5988).

- [62] **LUX** Collaboration, D. Akerib *et al.*, “First results from the LUX dark matter experiment at the Sanford Underground Research Facility,” *Phys.Rev.Lett.* **112** (2014) 091303, [arXiv:1310.8214 \[astro-ph.CO\]](#).
- [63] M. Felizardo, T. Girard, T. Morlat, A. Fernandes, A. Ramos, *et al.*, “Final Analysis and Results of the Phase II SIMPLE Dark Matter Search,” *Phys.Rev.Lett.* **108** (2012) 201302, [arXiv:1106.3014 \[astro-ph.CO\]](#).
- [64] **COUPP** Collaboration, E. Behnke *et al.*, “First Dark Matter Search Results from a 4-kg CF<sub>3</sub>I Bubble Chamber Operated in a Deep Underground Site,” *Phys.Rev.* **D86** no. 5, (2012) 052001, [arXiv:1204.3094 \[astro-ph.CO\]](#).
- [65] D. Y. Akimov, H. Araujo, E. Barnes, V. Belov, A. Bewick, *et al.*, “WIMP-nucleon cross-section results from the second science run of ZEPLIN-III,” *Phys.Lett.* **B709** (2012) 14–20, [arXiv:1110.4769 \[astro-ph.CO\]](#).
- [66] **EDELWEISS** Collaboration, E. Armengaud *et al.*, “A search for low-mass WIMPs with EDELWEISS-II heat-and-ionization detectors,” *Phys.Rev.* **D86** (2012) 051701, [arXiv:1207.1815 \[astro-ph.CO\]](#).
- [67] **CDMS-II** Collaboration, Z. Ahmed *et al.*, “Results from a Low-Energy Analysis of the CDMS II Germanium Data,” *Phys.Rev.Lett.* **106** (2011) 131302, [arXiv:1011.2482 \[astro-ph.CO\]](#).
- [68] **XENON10** Collaboration, J. Angle *et al.*, “A search for light dark matter in XENON10 data,” *Phys.Rev.Lett.* **107** (2011) 051301, [arXiv:1104.3088 \[astro-ph.CO\]](#).
- [69] C. Savage, G. Gelmini, P. Gondolo, and K. Freese, “Compatibility of DAMA/LIBRA dark matter detection with other searches,” *JCAP* **0904** (2009) 010, [arXiv:0808.3607 \[astro-ph\]](#).
- [70] **CoGeNT** Collaboration, C. Aalseth *et al.*, “Results from a Search for Light-Mass Dark Matter with a P-type Point Contact Germanium Detector,” *Phys.Rev.Lett.* **106** (2011) 131301, [arXiv:1002.4703 \[astro-ph.CO\]](#).
- [71] G. Angloher, M. Bauer, I. Bavykina, A. Bento, C. Bucci, *et al.*, “Results from 730 kg days of the CRESST-II Dark Matter Search,” *Eur.Phys.J.* **C72** (2012) 1971, [arXiv:1109.0702 \[astro-ph.CO\]](#).

- [72] **XENON100** Collaboration, E. Aprile *et al.*, “Limits on spin-dependent WIMP-nucleon cross sections from 225 live days of XENON100 data,” *Phys.Rev.Lett.* **111** no. 2, (2013) 021301, [arXiv:1301.6620 \[astro-ph.CO\]](#).
- [73] **CDMS** Collaboration, Z. Ahmed *et al.*, “Search for Weakly Interacting Massive Particles with the First Five-Tower Data from the Cryogenic Dark Matter Search at the Soudan Underground Laboratory,” *Phys.Rev.Lett.* **102** (2009) 011301, [arXiv:0802.3530 \[astro-ph\]](#).
- [74] **PICASSO** Collaboration, S. Archambault *et al.*, “Constraints on Low-Mass WIMP Interactions on  $^{19}F$  from PICASSO,” *Phys.Lett.* **B711** (2012) 153–161, [arXiv:1202.1240 \[hep-ex\]](#).
- [75] S. Kim, H. Bhang, J. Choi, W. Kang, B. Kim, *et al.*, “New Limits on Interactions between Weakly Interacting Massive Particles and Nucleons Obtained with CsI(Tl) Crystal Detectors,” *Phys.Rev.Lett.* **108** (2012) 181301, [arXiv:1204.2646 \[astro-ph.CO\]](#).
- [76] Q. Yuan, X.-J. Bi, G.-M. Chen, Y.-Q. Guo, S.-J. Lin, *et al.*, “Implications of the AMS-02 positron fraction in cosmic rays,” *Astropart.Phys.* **60** (2014) 1–12, [arXiv:1304.1482 \[astro-ph.HE\]](#).
- [77] P.-F. Yin, Z.-H. Yu, Q. Yuan, and X.-J. Bi, “Pulsar interpretation for the AMS-02 result,” *Phys.Rev.* **D88** no. 2, (2013) 023001, [arXiv:1304.4128 \[astro-ph.HE\]](#).
- [78] **PAMELA** Collaboration, O. Adriani *et al.*, “An anomalous positron abundance in cosmic rays with energies 1.5–100 GeV,” *Nature* **458** (2009) 607–609, [arXiv:0810.4995 \[astro-ph\]](#).
- [79] **AMS** Collaboration, M. Aguilar *et al.*, “First Result from the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station: Precision Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5–350 GeV,” *Phys.Rev.Lett.* **110** (2013) 141102.
- [80] J. Chang, J. Adams, H. Ahn, G. Bashindzhagyan, M. Christl, *et al.*, “An excess of cosmic ray electrons at energies of 300–800 GeV,” *Nature* **456** (2008) 362–365.
- [81] **Fermi-LAT** Collaboration, A. A. Abdo *et al.*, “Measurement of the Cosmic Ray  $e^+$  plus  $e^-$  spectrum from 20 GeV to 1 TeV with the Fermi Large Area Telescope,” *Phys.Rev.Lett.* **102** (2009) 181101, [arXiv:0905.0025 \[astro-ph.HE\]](#).

- [82] **Fermi-LAT** Collaboration, M. Ackermann *et al.*, “Searching for Dark Matter Annihilation from Milky Way Dwarf Spheroidal Galaxies with Six Years of Fermi-LAT Data,” [arXiv:1503.02641 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1503.02641).
- [83] J. Silk, K. A. Olive, and M. Srednicki, “The Photino, the Sun and High-Energy Neutrinos,” *Phys.Rev.Lett.* **55** (1985) 257–259.
- [84] **IceCube** Collaboration, M. Aartsen *et al.*, “Search for dark matter annihilations in the Sun with the 79-string IceCube detector,” *Phys.Rev.Lett.* **110** no. 13, (2013) 131302, [arXiv:1212.4097 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1212.4097).
- [85] J.-M. Zheng, Z.-H. Yu, J.-W. Shao, X.-J. Bi, Z. Li, *et al.*, “Constraining the interaction strength between dark matter and visible matter: I. fermionic dark matter,” *Nucl.Phys.* **B854** (2012) 350–374, [arXiv:1012.2022 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1012.2022).
- [86] Z.-H. Yu, J.-M. Zheng, X.-J. Bi, Z. Li, D.-X. Yao, *et al.*, “Constraining the interaction strength between dark matter and visible matter: II. scalar, vector and spin-3/2 dark matter,” *Nucl.Phys.* **B860** (2012) 115–151, [arXiv:1112.6052 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1112.6052).
- [87] **WMAP** Collaboration, E. Komatsu *et al.*, “Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation,” *Astrophys.J.Suppl.* **192** (2011) 18, [arXiv:1001.4538 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1001.4538).
- [88] **CDMS-II** Collaboration, Z. Ahmed *et al.*, “Dark Matter Search Results from the CDMS II Experiment,” *Science* **327** (2010) 1619–1621, [arXiv:0912.3592 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/0912.3592).
- [89] **XENON100** Collaboration, E. Aprile *et al.*, “First Dark Matter Results from the XENON100 Experiment,” *Phys.Rev.Lett.* **105** (2010) 131302, [arXiv:1005.0380 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1005.0380).
- [90] **XENON100** Collaboration, E. Aprile *et al.*, “Dark Matter Results from 100 Live Days of XENON100 Data,” *Phys.Rev.Lett.* **107** (2011) 131302, [arXiv:1104.2549 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1104.2549).
- [91] **CDMS** Collaboration, D. Akerib *et al.*, “Limits on spin-dependent wimp-nucleon interactions from the cryogenic dark matter search,” *Phys.Rev.* **D73** (2006) 011102, [arXiv:astro-ph/0509269 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0509269).

- [92] J. Angle, E. Aprile, F. Arneodo, L. Baudis, A. Bernstein, *et al.*, “Limits on spin-dependent WIMP-nucleon cross-sections from the XENON10 experiment,” *Phys.Rev.Lett.* **101** (2008) 091301, [arXiv:0805.2939 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/0805.2939).
- [93] **PAMELA** Collaboration, O. Adriani *et al.*, “PAMELA results on the cosmic-ray antiproton flux from 60 MeV to 180 GeV in kinetic energy,” *Phys.Rev.Lett.* **105** (2010) 121101, [arXiv:1007.0821 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1007.0821).
- [94] T. Han, “Collider phenomenology: Basic knowledge and techniques,” [arXiv:hep-ph/0508097 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0508097).
- [95] R. C. Fernow, *Introduction to Experimental Particle Physics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1983.
- [96] **Particle Data Group** Collaboration, K. Olive *et al.*, “Review of Particle Physics,” *Chin.Phys.* **C38** (2014) 090001.
- [97] T. Behnke, J. E. Brau, B. Foster, J. Fuster, M. Harrison, *et al.*, “The International Linear Collider Technical Design Report - Volume 1: Executive Summary,” [arXiv:1306.6327 \[physics.acc-ph\]](https://arxiv.org/abs/1306.6327).
- [98] **TLEP Design Study Working Group** Collaboration, M. Bicer *et al.*, “First Look at the Physics Case of TLEP,” *JHEP* **1401** (2014) 164, [arXiv:1308.6176 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1308.6176).
- [99] M. Aicheler, M. Aicheler, P. Burrows, M. Draper, T. Garvey, *et al.*, “A Multi-TeV Linear Collider Based on CLIC Technology,” *CERN-2012-007, SLAC-R-985, KEK-Report-2012-1, PSI-12-01, JAI-2012-001* (2012) .
- [100] V. Gribov and L. Lipatov, “Deep inelastic e p scattering in perturbation theory,” *Sov.J.Nucl.Phys.* **15** (1972) 438–450.
- [101] G. Altarelli and G. Parisi, “Asymptotic Freedom in Parton Language,” *Nucl.Phys.* **B126** (1977) 298.
- [102] Y. L. Dokshitzer, “Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and e+ e- Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics.,” *Sov.Phys.JETP* **46** (1977) 641–653.
- [103] D. Barney. <https://cms-docdb.cern.ch/cgi-bin/PublicDocDB>ShowDocument?docid=5697>.

- [104] G. C. Blazey, J. R. Dittmann, S. D. Ellis, V. D. Elvira, K. Frame, *et al.*, “Run II jet physics,” [arXiv:hep-ex/0005012 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0005012).
- [105] G. P. Salam and G. Soyez, “A Practical Seedless Infrared-Safe Cone jet algorithm,” *JHEP* **0705** (2007) 086, [arXiv:0704.0292 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0704.0292).
- [106] S. Catani, Y. L. Dokshitzer, M. Seymour, and B. Webber, “Longitudinally invariant  $K_t$  clustering algorithms for hadron hadron collisions,” *Nucl.Phys.* **B406** (1993) 187–224.
- [107] S. D. Ellis and D. E. Soper, “Successive combination jet algorithm for hadron collisions,” *Phys.Rev.* **D48** (1993) 3160–3166, [arXiv:hep-ph/9305266 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9305266).
- [108] Y. L. Dokshitzer, G. Leder, S. Moretti, and B. Webber, “Better jet clustering algorithms,” *JHEP* **9708** (1997) 001, [arXiv:hep-ph/9707323 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9707323).
- [109] M. Wobisch and T. Wengler, “Hadronization corrections to jet cross-sections in deep inelastic scattering,” [arXiv:hep-ph/9907280 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9907280).
- [110] M. Cacciari, G. P. Salam, and G. Soyez, “The Anti- $k_t$  jet clustering algorithm,” *JHEP* **0804** (2008) 063, [arXiv:0802.1189 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0802.1189).
- [111] M. Cacciari, G. P. Salam, and G. Soyez. <http://fastjet.fr>.
- [112] P.-A. Delsart, K. L. Geerlings, J. Huston, B. T. Martin, and C. K. Vermilion, “SpartyJet 4.0 User’s Manual,” [arXiv:1201.3617 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1201.3617).  
<http://spartyjet.hepforge.org>.
- [113] **ATLAS** Collaboration, “Calibration of  $b$ -tagging using dileptonic top pair events in a combinatorial likelihood approach with the ATLAS experiment,” *ATLAS-CONF-2014-004* (2014) .
- [114] **ATLAS** Collaboration, “Identification of the Hadronic Decays of Tau Leptons in 2012 Data with the ATLAS Detector,” *ATLAS-CONF-2013-064* (2013) .
- [115] T. Plehn, M. Spannowsky, M. Takeuchi, and D. Zerwas, “Stop Reconstruction with Tagged Tops,” *JHEP* **1010** (2010) 078, [arXiv:1006.2833 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1006.2833).
- [116] H. Baer, T. Barklow, K. Fujii, Y. Gao, A. Hoang, *et al.*, “The International Linear Collider Technical Design Report - Volume 2: Physics,” [arXiv:1306.6352 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1306.6352).

- [117] D. R. Tovey, “On measuring the masses of pair-produced semi-invisibly decaying particles at hadron colliders,” *JHEP* **0804** (2008) 034, [arXiv:0802.2879 \[hep-ph\]](#).
- [118] ATLAS Collaboration, “Top quark mass measurement in the  $e^-$  channel using the mT2 variable at ATLAS,” *ATLAS-CONF-2012-082* (2012) .
- [119] C. Lester and D. Summers, “Measuring masses of semiinvisibly decaying particles pair produced at hadron colliders,” *Phys.Lett.* **B463** (1999) 99–103, [arXiv:hep-ph/9906349 \[hep-ph\]](#).
- [120] A. Barr, C. Lester, and P. Stephens, “ $m(T2)$ : The Truth behind the glamour,” *J.Phys.* **G29** (2003) 2343–2363, [arXiv:hep-ph/0304226 \[hep-ph\]](#).
- [121] H.-C. Cheng and Z. Han, “Minimal Kinematic Constraints and  $m(T2)$ ,” *JHEP* **0812** (2008) 063, [arXiv:0810.5178 \[hep-ph\]](#).
- [122] W. Press, B. Flannery, S. Teukolsky, and W. Vetterling, *Numerical Recipes in FORTRAN 77: Volume 1, Volume 1 of Fortran Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [123] G. P. Lepage, “A New Algorithm for Adaptive Multidimensional Integration,” *J.Comput.Phys.* **27** (1978) 192.
- [124] J. Alwall, R. Frederix, S. Frixione, V. Hirschi, F. Maltoni, *et al.*, “The automated computation of tree-level and next-to-leading order differential cross sections, and their matching to parton shower simulations,” *JHEP* **1407** (2014) 079, [arXiv:1405.0301 \[hep-ph\]](#).
- [125] A. Alloul, N. D. Christensen, C. Degrande, C. Duhr, and B. Fuks, “FeynRules 2.0 - A complete toolbox for tree-level phenomenology,” *Comput.Phys.Commun.* **185** (2014) 2250–2300, [arXiv:1310.1921 \[hep-ph\]](#).
- [126] A. Belyaev, N. D. Christensen, and A. Pukhov, “CalcHEP 3.4 for collider physics within and beyond the Standard Model,” *Comput.Phys.Commun.* **184** (2013) 1729–1769, [arXiv:1207.6082 \[hep-ph\]](#).
- [127] CompHEP Collaboration, E. Boos *et al.*, “CompHEP 4.4: Automatic computations from Lagrangians to events,” *Nucl.Instrum.Meth.* **A534** (2004) 250–259, [arXiv:hep-ph/0403113 \[hep-ph\]](#).

- [128] T. Gleisberg, S. Hoeche, F. Krauss, M. Schonherr, S. Schumann, *et al.*, “Event generation with SHERPA 1.1,” *JHEP* **0902** (2009) 007, [arXiv:0811.4622 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0811.4622).
- [129] W. Kilian, T. Ohl, and J. Reuter, “WHIZARD: Simulating Multi-Particle Processes at LHC and ILC,” *Eur.Phys.J.* **C71** (2011) 1742, [arXiv:0708.4233 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0708.4233).
- [130] T. Sjostrand, S. Mrenna, and P. Z. Skands, “PYTHIA 6.4 Physics and Manual,” *JHEP* **0605** (2006) 026, [arXiv:hep-ph/0603175 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0603175).
- [131] T. Sjostrand, S. Mrenna, and P. Z. Skands, “A Brief Introduction to PYTHIA 8.1,” *Comput.Phys.Commun.* **178** (2008) 852–867, [arXiv:0710.3820 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0710.3820).
- [132] G. Corcella, I. Knowles, G. Marchesini, S. Moretti, K. Odagiri, *et al.*, “HERWIG 6: An Event generator for hadron emission reactions with interfering gluons (including supersymmetric processes),” *JHEP* **0101** (2001) 010, [arXiv:hep-ph/0011363 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0011363).
- [133] M. Bahr, S. Gieseke, M. Gigg, D. Grellscheid, K. Hamilton, *et al.*, “Herwig++ Physics and Manual,” *Eur.Phys.J.* **C58** (2008) 639–707, [arXiv:0803.0883 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0803.0883).
- [134] M. L. Mangano, M. Moretti, F. Piccinini, R. Pittau, and A. D. Polosa, “ALPGEN, a generator for hard multiparton processes in hadronic collisions,” *JHEP* **0307** (2003) 001, [arXiv:hep-ph/0206293 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0206293).
- [135] S. Catani, F. Krauss, R. Kuhn, and B. Webber, “QCD matrix elements + parton showers,” *JHEP* **0111** (2001) 063, [arXiv:hep-ph/0109231 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0109231).
- [136] L. Lonnblad, “Correcting the color dipole cascade model with fixed order matrix elements,” *JHEP* **0205** (2002) 046, [arXiv:hep-ph/0112284 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0112284).
- [137] M. L. Mangano, M. Moretti, F. Piccinini, and M. Treccani, “Matching matrix elements and shower evolution for top-quark production in hadronic collisions,” *JHEP* **0701** (2007) 013, [arXiv:hep-ph/0611129 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0611129).
- [138] **DELPHES 3** Collaboration, J. de Favereau *et al.*, “DELPHES 3, A modular framework for fast simulation of a generic collider experiment,” *JHEP* **1402** (2014) 057, [arXiv:1307.6346 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1307.6346).
- [139] J. Conway *et al.* <http://www.physics.ucdavis.edu/conway/research/software/pgs/pgs4-general.htm>.

- [140] E. Richter-Was, “AcerDET: A Particle level fast simulation and reconstruction package for phenomenological studies on high p(T) physics at LHC,” [arXiv:hep-ph/0207355 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0207355).
- [141] D. Fargion, M. Y. Khlopov, R. V. Konoplich, and R. Mignani, “On the possibility of searching for heavy neutrinos at accelerators,” *Phys.Rev.* **D54** (1996) 4684–4686.
- [142] P. J. Fox, R. Harnik, J. Kopp, and Y. Tsai, “LEP Shines Light on Dark Matter,” *Phys.Rev.* **D84** (2011) 014028, [arXiv:1103.0240 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1103.0240).
- [143] H. Dreiner, M. Huck, M. Krämer, D. Schmeier, and J. Tattersall, “Illuminating Dark Matter at the ILC,” *Phys.Rev.* **D87** no. 7, (2013) 075015, [arXiv:1211.2254 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1211.2254).
- [144] Y. J. Chae and M. Perelstein, “Dark Matter Search at a Linear Collider: Effective Operator Approach,” *JHEP* **1305** (2013) 138, [arXiv:1211.4008 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1211.4008).
- [145] A. Birkedal, K. Matchev, and M. Perelstein, “Dark matter at colliders: A Model independent approach,” *Phys.Rev.* **D70** (2004) 077701, [arXiv:hep-ph/0403004 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0403004).
- [146] P. Konar, K. Kong, K. T. Matchev, and M. Perelstein, “Shedding Light on the Dark Sector with Direct WIMP Production,” *New J.Phys.* **11** (2009) 105004, [arXiv:0902.2000 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0902.2000).
- [147] C. Bartels, M. Berggren, and J. List, “Characterising WIMPs at a future  $e^+e^-$  Linear Collider,” *Eur.Phys.J.* **C72** (2012) 2213, [arXiv:1206.6639 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1206.6639).
- [148] L. Bergstrom and H. Snellman, “Observable Monochromatic Photons From Cosmic Photino Annihilation,” *Phys.Rev.* **D37** (1988) 3737–3741.
- [149] S. Rudaz, “On the Annihilation of Heavy Neutral Fermion Pairs Into Monochromatic gamma-rays and Its Astrophysical Implications,” *Phys.Rev.* **D39** (1989) 3549.
- [150] L. Bergstrom and P. Ullio, “Full one loop calculation of neutralino annihilation into two photons,” *Nucl.Phys.* **B504** (1997) 27–44, [arXiv:hep-ph/9706232 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9706232).
- [151] T. Bringmann, X. Huang, A. Ibarra, S. Vogl, and C. Weniger, “Fermi LAT Search for Internal Bremsstrahlung Signatures from Dark Matter Annihilation,” *JCAP* **1207** (2012) 054, [arXiv:1203.1312 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1203.1312).

- [152] C. Weniger, “A Tentative Gamma-Ray Line from Dark Matter Annihilation at the Fermi Large Area Telescope,” *JCAP* **1208** (2012) 007, [arXiv:1204.2797 \[hep-ph\]](#).
- [153] E. Tempel, A. Hektor, and M. Raidal, “Fermi 130 GeV gamma-ray excess and dark matter annihilation in sub-haloes and in the Galactic centre,” *JCAP* **1209** (2012) 032, [arXiv:1205.1045 \[hep-ph\]](#).
- [154] A. Boyarsky, D. Malyshev, and O. Ruchayskiy, “Spectral and spatial variations of the diffuse  $\gamma$ -ray background in the vicinity of the Galactic plane and possible nature of the feature at 130 GeV,” *Phys.Dark Univ.* **2** (2013) 90–96, [arXiv:1205.4700 \[astro-ph.HE\]](#).
- [155] M. Su and D. P. Finkbeiner, “Strong Evidence for Gamma-ray Line Emission from the Inner Galaxy,” [arXiv:1206.1616 \[astro-ph.HE\]](#).
- [156] **Fermi-LAT** Collaboration, M. Ackermann *et al.*, “Search for gamma-ray spectral lines with the Fermi large area telescope and dark matter implications,” *Phys.Rev.* **D88** (2013) 082002, [arXiv:1305.5597 \[astro-ph.HE\]](#).
- [157] D. P. Finkbeiner, M. Su, and C. Weniger, “Is the 130 GeV Line Real? A Search for Systematics in the Fermi-LAT Data,” *JCAP* **1301** (2013) 029, [arXiv:1209.4562 \[astro-ph.HE\]](#).
- [158] S. Profumo and T. Linden, “Gamma-ray Lines in the Fermi Data: is it a Bubble?,” *JCAP* **1207** (2012) 011, [arXiv:1204.6047 \[astro-ph.HE\]](#).
- [159] C. Chen, M. Drees, and J. Gunion, “Searching for invisible and almost invisible particles at e+ e- colliders,” *Phys.Rev.Lett.* **76** (1996) 2002–2005, [arXiv:hep-ph/9512230 \[hep-ph\]](#).
- [160] **ILD Concept Group** Collaboration, T. Abe *et al.*, “The International Large Detector: Letter of Intent,” [arXiv:1006.3396 \[hep-ex\]](#).
- [161] Z.-H. Yu, Q.-S. Yan, and P.-F. Yin, “Detecting interactions between dark matter and photons at high energy  $e^+e^-$  colliders,” *Phys.Rev.* **D88** no. 7, (2013) 075015, [arXiv:1307.5740 \[hep-ph\]](#).
- [162] H. K. Dreiner, O. Kittel, and U. Langenfeld, “Discovery potential of radiative neutralino production at the ILC,” *Phys.Rev.* **D74** (2006) 115010, [arXiv:hep-ph/0610020 \[hep-ph\]](#).

- [163] G. Moortgat-Pick, T. Abe, G. Alexander, B. Ananthanarayan, A. Babich, *et al.*, “The Role of polarized positrons and electrons in revealing fundamental interactions at the linear collider,” *Phys.Rept.* **460** (2008) 131–243, [arXiv:hep-ph/0507011 \[hep-ph\]](#).
- [164] **Fermi-LAT** Collaboration, M. Ackermann *et al.*, “Dark matter constraints from observations of 25 Milky Way satellite galaxies with the Fermi Large Area Telescope,” *Phys.Rev.* **D89** (2014) 042001, [arXiv:1310.0828 \[astro-ph.HE\]](#).
- [165] L. Bergstrom, T. Bringmann, I. Cholis, D. Hooper, and C. Weniger, “New limits on dark matter annihilation from AMS cosmic ray positron data,” *Phys.Rev.Lett.* **111** (2013) 171101, [arXiv:1306.3983 \[astro-ph.HE\]](#).
- [166] N. F. Bell, J. B. Dent, A. J. Galea, T. D. Jacques, L. M. Krauss, *et al.*, “Searching for Dark Matter at the LHC with a Mono-Z,” *Phys.Rev.* **D86** (2012) 096011, [arXiv:1209.0231 \[hep-ph\]](#).
- [167] L. M. Carpenter, A. Nelson, C. Shimmin, T. M. Tait, and D. Whiteson, “Collider searches for dark matter in events with a Z boson and missing energy,” *Phys.Rev.* **D87** no. 7, (2013) 074005, [arXiv:1212.3352](#).
- [168] **ATLAS** Collaboration, G. Aad *et al.*, “Search for dark matter in events with a Z boson and missing transverse momentum in pp collisions at  $\sqrt{s}=8$  TeV with the ATLAS detector,” *Phys.Rev.* **D90** no. 1, (2014) 012004, [arXiv:1404.0051 \[hep-ex\]](#).
- [169] A. Rajaraman, T. M. Tait, and A. M. Wijangco, “Effective Theories of Gamma-ray Lines from Dark Matter Annihilation,” *Phys.Dark Univ.* **2** (2013) 17–21, [arXiv:1211.7061 \[hep-ph\]](#).
- [170] J.-Y. Chen, E. W. Kolb, and L.-T. Wang, “Dark matter coupling to electroweak gauge and Higgs bosons: an effective field theory approach,” *Phys.Dark Univ.* **2** (2013) 200–218, [arXiv:1305.0021 \[hep-ph\]](#).
- [171] T. Behnke, J. E. Brau, P. N. Burrows, J. Fuster, M. Peskin, *et al.*, “The International Linear Collider Technical Design Report - Volume 4: Detectors,” [arXiv:1306.6329 \[physics.ins-det\]](#).
- [172] Z.-H. Yu, X.-J. Bi, Q.-S. Yan, and P.-F. Yin, “Dark matter searches in the mono-Z channel at high energy  $e^+e^-$  colliders,” *Phys.Rev.* **D90** no. 5, (2014) 055010, [arXiv:1404.6990 \[hep-ph\]](#).

- [173] J. Kumar and D. Marfatia, “Matrix element analyses of dark matter scattering and annihilation,” *Phys.Rev.* **D88** no. 1, (2013) 014035, [arXiv:1305.1611 \[hep-ph\]](#).
- [174] K. Griest and D. Seckel, “Three exceptions in the calculation of relic abundances,” *Phys.Rev.* **D43** (1991) 3191–3203.
- [175] J. Edsjo and P. Gondolo, “Neutralino relic density including coannihilations,” *Phys.Rev.* **D56** (1997) 1879–1894, [arXiv:hep-ph/9704361 \[hep-ph\]](#).
- [176] J. R. Ellis, T. Falk, and K. A. Olive, “Neutralino - Stau coannihilation and the cosmological upper limit on the mass of the lightest supersymmetric particle,” *Phys.Lett.* **B444** (1998) 367–372, [arXiv:hep-ph/9810360 \[hep-ph\]](#).
- [177] J. Edsjo, M. Schelke, P. Ullio, and P. Gondolo, “Accurate relic densities with neutralino, chargino and sfermion coannihilations in mSUGRA,” *JCAP* **0304** (2003) 001, [arXiv:hep-ph/0301106 \[hep-ph\]](#).
- [178] S. Profumo and C. Yaguna, “Gluino coannihilations and heavy bino dark matter,” *Phys.Rev.* **D69** (2004) 115009, [arXiv:hep-ph/0402208 \[hep-ph\]](#).
- [179] C. Boehm, A. Djouadi, and M. Drees, “Light scalar top quarks and supersymmetric dark matter,” *Phys.Rev.* **D62** (2000) 035012, [arXiv:hep-ph/9911496 \[hep-ph\]](#).
- [180] S. Profumo, “Neutralino dark matter, b tau Yukawa unification and nonuniversal sfermion masses,” *Phys.Rev.* **D68** (2003) 015006, [arXiv:hep-ph/0304071 \[hep-ph\]](#).
- [181] M. Adeel Ajaib, T. Li, Q. Shafi, and K. Wang, “NLSP Gluino Search at the Tevatron and early LHC,” *JHEP* **1101** (2011) 028, [arXiv:1011.5518 \[hep-ph\]](#).
- [182] N. Chen, D. Feldman, Z. Liu, P. Nath, and G. Peim, “Low Mass Gluino within the Sparticle Landscape, Implications for Dark Matter, and Early Discovery Prospects at LHC-7,” *Phys.Rev.* **D83** (2011) 035005, [arXiv:1011.1246 \[hep-ph\]](#).
- [183] M. Adeel Ajaib, T. Li, and Q. Shafi, “Searching for NLSP Sbottom at the LHC,” *Phys.Lett.* **B701** (2011) 255–259, [arXiv:1104.0251 \[hep-ph\]](#).
- [184] X.-J. Bi, Q.-S. Yan, and P.-F. Yin, “Probing Light Stop Pairs at the LHC,” *Phys.Rev.* **D85** (2012) 035005, [arXiv:1111.2250 \[hep-ph\]](#).
- [185] M. Drees, M. Hanussek, and J. S. Kim, “Light Stop Searches at the LHC with Monojet Events,” *Phys.Rev.* **D86** (2012) 035024, [arXiv:1201.5714 \[hep-ph\]](#).

- [186] J.-J. Cao, Z.-X. Heng, J. M. Yang, Y.-M. Zhang, and J.-Y. Zhu, “A SM-like Higgs near 125 GeV in low energy SUSY: a comparative study for MSSM and NMSSM,” *JHEP* **1203** (2012) 086, [arXiv:1202.5821 \[hep-ph\]](#).
- [187] T. J. LeCompte and S. P. Martin, “Large Hadron Collider reach for supersymmetric models with compressed mass spectra,” *Phys.Rev.* **D84** (2011) 015004, [arXiv:1105.4304 \[hep-ph\]](#).
- [188] H. K. Dreiner, M. Kramer, and J. Tattersall, “How low can SUSY go? Matching, monojets and compressed spectra,” *Europhys.Lett.* **99** (2012) 61001, [arXiv:1207.1613 \[hep-ph\]](#).
- [189] CMS Collaboration, S. Chatrchyan *et al.*, “Search for new physics in the multijet and missing transverse momentum final state in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV,” *Phys.Rev.Lett.* **109** (2012) 171803, [arXiv:1207.1898 \[hep-ex\]](#).
- [190] ATLAS Collaboration, G. Aad *et al.*, “Search for squarks and gluinos with the ATLAS detector in final states with jets and missing transverse momentum using 4.7  $\text{fb}^{-1}$  of  $\sqrt{s} = 7$  TeV proton-proton collision data,” *Phys.Rev.* **D87** no. 1, (2013) 012008, [arXiv:1208.0949 \[hep-ex\]](#).
- [191] M. Carena, A. Freitas, and C. Wagner, “Light Stop Searches at the LHC in Events with One Hard Photon or Jet and Missing Energy,” *JHEP* **0810** (2008) 109, [arXiv:0808.2298 \[hep-ph\]](#).
- [192] P. J. Fox, R. Harnik, J. Kopp, and Y. Tsai, “Missing Energy Signatures of Dark Matter at the LHC,” *Phys.Rev.* **D85** (2012) 056011, [arXiv:1109.4398 \[hep-ph\]](#).
- [193] R. Kitano and Y. Nomura, “Supersymmetry, naturalness, and signatures at the LHC,” *Phys.Rev.* **D73** (2006) 095004, [arXiv:hep-ph/0602096 \[hep-ph\]](#).
- [194] M. Carena, G. Nardini, M. Quiros, and C. E. Wagner, “The Effective Theory of the Light Stop Scenario,” *JHEP* **0810** (2008) 062, [arXiv:0806.4297 \[hep-ph\]](#).
- [195] ATLAS Collaboration, G. Aad *et al.*, “Search for direct top squark pair production in final states with one isolated lepton, jets, and missing transverse momentum in  $\sqrt{s} = 7$  TeV  $pp$  collisions using 4.7  $\text{fb}^{-1}$  of ATLAS data,” *Phys.Rev.Lett.* **109** (2012) 211803, [arXiv:1208.2590 \[hep-ex\]](#).
- [196] A. Choudhury and A. Datta, “Many faces of low mass neutralino dark matter in the unconstrained MSSM, LHC data and new signals,” *JHEP* **1206** (2012) 006, [arXiv:1203.4106 \[hep-ph\]](#).

- [197] H. Baer, V. Barger, P. Huang, and X. Tata, “Natural Supersymmetry: LHC, dark matter and ILC searches,” *JHEP* **1205** (2012) 109, [arXiv:1203.5539 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1203.5539).
- [198] X.-J. Bi, Q.-S. Yan, and P.-F. Yin, “Light stop/sbottom pair production searches in the NMSSM,” *Phys.Rev.* **D87** no. 3, (2013) 035007, [arXiv:1209.2703 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1209.2703).
- [199] S. Profumo and C. E. Yaguna, “A Statistical analysis of supersymmetric dark matter in the MSSM after WMAP,” *Phys.Rev.* **D70** (2004) 095004, [arXiv:hep-ph/0407036 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0407036).
- [200] **ATLAS** Collaboration, G. Aad *et al.*, “Search for dark matter candidates and large extra dimensions in events with a jet and missing transverse momentum with the ATLAS detector,” *JHEP* **1304** (2013) 075, [arXiv:1210.4491 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1210.4491).
- [201] **CMS** Collaboration, S. Chatrchyan *et al.*, “Search for dark matter and large extra dimensions in monojet events in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV,” *JHEP* **1209** (2012) 094, [arXiv:1206.5663 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1206.5663).
- [202] W. Beenakker, R. Hopker, and M. Spira, “PROSPINO: A Program for the production of supersymmetric particles in next-to-leading order QCD,” [arXiv:hep-ph/9611232 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9611232).
- [203] J. Campbell, R. Ellis, and C. Williams. <http://mcfm.fnal.gov>.
- [204] Z.-H. Yu, X.-J. Bi, Q.-S. Yan, and P.-F. Yin, “Detecting light stop pairs in coannihilation scenarios at the LHC,” *Phys.Rev.* **D87** no. 5, (2013) 055007, [arXiv:1211.2997 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1211.2997).
- [205] **CDF** Collaboration.  
[http://www-cdf.fnal.gov/physics/exotic/r2a/20090709.stop\\_charm](http://www-cdf.fnal.gov/physics/exotic/r2a/20090709.stop_charm).
- [206] **ATLAS** Collaboration, G. Aad *et al.*, “Search for scalar bottom quark pair production with the ATLAS detector in  $pp$  Collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV,” *Phys.Rev.Lett.* **108** (2012) 181802, [arXiv:1112.3832 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1112.3832).
- [207] **ATLAS** Collaboration, “Search for scalar bottom pair production in final states with missing transverse momentum and two b-jets in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s}=7$  TeV with the ATLAS Detector,” *ATLAS-CONF-2012-106* (2012) .
- [208] **CMS** Collaboration, S. Chatrchyan *et al.*, “Search for supersymmetry in events with b-quark jets and missing transverse energy in  $pp$  collisions at 7 TeV,” *Phys.Rev.* **D86** (2012) 072010, [arXiv:1208.4859 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1208.4859).

- [209] L. Goodenough and D. Hooper, “Possible Evidence For Dark Matter Annihilation In The Inner Milky Way From The Fermi Gamma Ray Space Telescope,” [arXiv:0910.2998 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0910.2998).
- [210] D. Hooper and L. Goodenough, “Dark Matter Annihilation in The Galactic Center As Seen by the Fermi Gamma Ray Space Telescope,” *Phys.Lett.* **B697** (2011) 412–428, [arXiv:1010.2752 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1010.2752).
- [211] A. Boyarsky, D. Malyshev, and O. Ruchayskiy, “A comment on the emission from the Galactic Center as seen by the Fermi telescope,” *Phys.Lett.* **B705** (2011) 165–169, [arXiv:1012.5839 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1012.5839).
- [212] D. Hooper and T. Linden, “On The Origin Of The Gamma Rays From The Galactic Center,” *Phys.Rev.* **D84** (2011) 123005, [arXiv:1110.0006 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1110.0006).
- [213] K. N. Abazajian and M. Kaplinghat, “Detection of a Gamma-Ray Source in the Galactic Center Consistent with Extended Emission from Dark Matter Annihilation and Concentrated Astrophysical Emission,” *Phys.Rev.* **D86** (2012) 083511, [arXiv:1207.6047 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1207.6047).
- [214] O. Macias and C. Gordon, “Contribution of cosmic rays interacting with molecular clouds to the Galactic Center gamma-ray excess,” *Phys.Rev.* **D89** no. 6, (2014) 063515, [arXiv:1312.6671 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1312.6671).
- [215] K. N. Abazajian, N. Canac, S. Horiuchi, and M. Kaplinghat, “Astrophysical and Dark Matter Interpretations of Extended Gamma-Ray Emission from the Galactic Center,” *Phys.Rev.* **D90** no. 2, (2014) 023526, [arXiv:1402.4090 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1402.4090).
- [216] T. Daylan, D. P. Finkbeiner, D. Hooper, T. Linden, S. K. N. Portillo, *et al.*, “The Characterization of the Gamma-Ray Signal from the Central Milky Way: A Compelling Case for Annihilating Dark Matter,” [arXiv:1402.6703 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1402.6703).
- [217] T. Lacroix, C. Boehm, and J. Silk, “Fitting the Fermi-LAT GeV excess: On the importance of including the propagation of electrons from dark matter,” *Phys.Rev.* **D90** no. 4, (2014) 043508, [arXiv:1403.1987 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1403.1987).
- [218] B. Zhou, Y.-F. Liang, X. Huang, X. Li, Y.-Z. Fan, *et al.*, “GeV excess in the Milky Way: Depending on Diffuse Galactic gamma ray Emission template?,” [arXiv:1406.6948 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1406.6948).

- [219] F. Calore, I. Cholis, and C. Weniger, “Background model systematics for the Fermi GeV excess,” [arXiv:1409.0042 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1409.0042).
- [220] K. N. Abazajian, “The Consistency of Fermi-LAT Observations of the Galactic Center with a Millisecond Pulsar Population in the Central Stellar Cluster,” *JCAP* **1103** (2011) 010, [arXiv:1011.4275 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1011.4275).
- [221] Q. Yuan and B. Zhang, “Millisecond pulsar interpretation of the Galactic center gamma-ray excess,” *JHEAp* **3-4** (2014) 1–8, [arXiv:1404.2318 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1404.2318).
- [222] E. Carlson and S. Profumo, “Cosmic Ray Protons in the Inner Galaxy and the Galactic Center Gamma-Ray Excess,” *Phys.Rev.* **D90** no. 2, (2014) 023015, [arXiv:1405.7685 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1405.7685).
- [223] J. Petrovic, P. D. Serpico, and G. Zaharijas, “Galactic Center gamma-ray ”excess” from an active past of the Galactic Centre?,” *JCAP* **1410** no. 10, (2014) 052, [arXiv:1405.7928 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1405.7928).
- [224] D. Hooper, I. Cholis, T. Linden, J. Siegal-Gaskins, and T. Slatyer, “Pulsars Cannot Account for the Inner Galaxy’s GeV Excess,” *Phys.Rev.* **D88** (2013) 083009, [arXiv:1305.0830 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1305.0830).
- [225] I. Cholis, D. Hooper, and T. Linden, “A New Determination of the Spectra and Luminosity Function of Gamma-Ray Millisecond Pulsars,” [arXiv:1407.5583 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1407.5583).
- [226] M. Abdullah, A. DiFranzo, A. Rajaraman, T. M. Tait, P. Tanedo, *et al.*, “Hidden on-shell mediators for the Galactic Center  $\gamma$ -ray excess,” *Phys.Rev.* **D90** no. 3, (2014) 035004, [arXiv:1404.6528 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1404.6528).
- [227] A. Martin, J. Shelton, and J. Unwin, “Fitting the Galactic Center Gamma-Ray Excess with Cascade Annihilations,” *Phys.Rev.* **D90** no. 10, (2014) 103513, [arXiv:1405.0272 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1405.0272).
- [228] A. Berlin, P. Gratia, D. Hooper, and S. D. McDermott, “Hidden Sector Dark Matter Models for the Galactic Center Gamma-Ray Excess,” *Phys.Rev.* **D90** no. 1, (2014) 015032, [arXiv:1405.5204 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1405.5204).
- [229] E. Izaguirre, G. Krnjaic, and B. Shuve, “The Galactic Center Excess from the Bottom Up,” *Phys.Rev.* **D90** no. 5, (2014) 055002, [arXiv:1404.2018 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1404.2018).

- [230] P. Agrawal, B. Batell, D. Hooper, and T. Lin, “Flavored Dark Matter and the Galactic Center Gamma-Ray Excess,” *Phys.Rev.* **D90** no. 6, (2014) 063512, [arXiv:1404.1373 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1404.1373).
- [231] T. Bringmann, M. Vollmann, and C. Weniger, “Updated cosmic-ray and radio constraints on light dark matter: Implications for the GeV gamma-ray excess at the Galactic center,” *Phys.Rev.* **D90** no. 12, (2014) 123001, [arXiv:1406.6027 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1406.6027).
- [232] M. Cirelli, D. Gaggero, G. Giesen, M. Taoso, and A. Urbano, “Antiproton constraints on the GeV gamma-ray excess: a comprehensive analysis,” *JCAP* **1412** no. 12, (2014) 045, [arXiv:1407.2173 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1407.2173).
- [233] C. Boehm, M. J. Dolan, C. McCabe, M. Spannowsky, and C. J. Wallace, “Extended gamma-ray emission from Coy Dark Matter,” *JCAP* **1405** (2014) 009, [arXiv:1401.6458 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1401.6458).
- [234] A. Berlin, D. Hooper, and S. D. McDermott, “Simplified Dark Matter Models for the Galactic Center Gamma-Ray Excess,” *Phys.Rev.* **D89** no. 11, (2014) 115022, [arXiv:1404.0022 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1404.0022).
- [235] J.-H. Yu, “Vector Fermion-Portal Dark Matter: Direct Detection and Galactic Center Gamma-Ray Excess,” *Phys.Rev.* **D90** no. 9, (2014) 095010, [arXiv:1409.3227 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1409.3227).
- [236] J. Guo, J. Li, T. Li, and A. G. Williams, “NMSSM Explanations of the Galactic Gamma Ray Excess and Promising LHC Searches,” [arXiv:1409.7864 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1409.7864).
- [237] Y. Bai and J. Berger, “Lepton Portal Dark Matter,” *JHEP* **1408** (2014) 153, [arXiv:1402.6696 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1402.6696).
- [238] S. Chang, R. Edezhath, J. Hutchinson, and M. Luty, “Leptophilic Effective WIMPs,” *Phys.Rev.* **D90** no. 1, (2014) 015011, [arXiv:1402.7358 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1402.7358).
- [239] A. Freitas and S. Westhoff, “Leptophilic Dark Matter in Lepton Interactions at LEP and ILC,” *JHEP* **1410** (2014) 116, [arXiv:1408.1959 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1408.1959).
- [240] J. Kopp, V. Niro, T. Schwetz, and J. Zupan, “DAMA/LIBRA and leptonically interacting Dark Matter,” *Phys.Rev.* **D80** (2009) 083502, [arXiv:0907.3159 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0907.3159).

- [241] J. Kopp, L. Michaels, and J. Smirnov, “Loopy Constraints on Leptophilic Dark Matter and Internal Bremsstrahlung,” *JCAP* **1404** (2014) 022, [arXiv:1401.6457 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1401.6457).
- [242] K. Hagiwara, S. Mukhopadhyay, and J. Nakamura, “10 GeV neutralino dark matter and light stau in the MSSM,” *Phys.Rev.* **D89** no. 1, (2014) 015023, [arXiv:1308.6738 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1308.6738).
- [243] P. Agrawal, Z. Chacko, and C. B. Verhaaren, “Leptophilic Dark Matter and the Anomalous Magnetic Moment of the Muon,” *JHEP* **1408** (2014) 147, [arXiv:1402.7369 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1402.7369).
- [244] Z.-H. Yu, X.-J. Bi, Q.-S. Yan, and P.-F. Yin, “Tau Portal Dark Matter models at the LHC,” *Phys.Rev.* **D91** no. 3, (2015) 035008, [arXiv:1410.3347 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1410.3347).
- [245] P. Agrawal, S. Blanchet, Z. Chacko, and C. Kilic, “Flavored Dark Matter, and Its Implications for Direct Detection and Colliders,” *Phys.Rev.* **D86** (2012) 055002, [arXiv:1109.3516 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1109.3516).
- [246] **DELPHI** Collaboration, J. Abdallah *et al.*, “Searches for supersymmetric particles in e+ e- collisions up to 208-GeV and interpretation of the results within the MSSM,” *Eur.Phys.J.* **C31** (2003) 421–479, [arXiv:hep-ex/0311019 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0311019).
- [247] S. Jadach, Z. Was, R. Decker, and J. H. Kuhn, “The tau decay library TAUOLA: Version 2.4,” *Comput.Phys.Commun.* **76** (1993) 361–380.
- [248] **ATLAS** Collaboration, “Search for electroweak production of supersymmetric particles in final states with at least two hadronically decaying taus and missing transverse momentum with the ATLAS detector in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV,” *ATLAS-CONF-2013-028* (2013) .
- [249] **ATLAS** Collaboration, G. Aad *et al.*, “Search for the direct production of charginos, neutralinos and staus in final states with at least two hadronically decaying taus and missing transverse momentum in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV with the ATLAS detector,” *JHEP* **1410** (2014) 96, [arXiv:1407.0350 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1407.0350).
- [250] **ATLAS** Collaboration, G. Aad *et al.*, “Search for direct production of charginos, neutralinos and sleptons in final states with two leptons and missing transverse momentum in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV with the ATLAS detector,” *JHEP* **1405** (2014) 071, [arXiv:1403.5294 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1403.5294).

- [251] Q.-H. Cao, C.-R. Chen, C. S. Li, and H. Zhang, “Effective Dark Matter Model: Relic density, CDMS II, Fermi LAT and LHC,” *JHEP* **1108** (2011) 018, [arXiv:0912.4511 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/0912.4511).
- [252] M. Beltran, D. Hooper, E. W. Kolb, Z. A. Krusberg, and T. M. Tait, “Maverick dark matter at colliders,” *JHEP* **1009** (2010) 037, [arXiv:1002.4137 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1002.4137).
- [253] J. Goodman, M. Ibe, A. Rajaraman, W. Shepherd, T. M. Tait, *et al.*, “Constraints on Light Majorana dark Matter from Colliders,” *Phys.Lett.* **B695** (2011) 185–188, [arXiv:1005.1286 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1005.1286).
- [254] J. Goodman, M. Ibe, A. Rajaraman, W. Shepherd, T. M. Tait, *et al.*, “Constraints on Dark Matter from Colliders,” *Phys.Rev.* **D82** (2010) 116010, [arXiv:1008.1783 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1008.1783).
- [255] Y. Bai, P. J. Fox, and R. Harnik, “The Tevatron at the Frontier of Dark Matter Direct Detection,” *JHEP* **1012** (2010) 048, [arXiv:1005.3797 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1005.3797).
- [256] A. Rajaraman, W. Shepherd, T. M. Tait, and A. M. Wijangco, “LHC Bounds on Interactions of Dark Matter,” *Phys.Rev.* **D84** (2011) 095013, [arXiv:1108.1196 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1108.1196).
- [257] K. Cheung, P.-Y. Tseng, Y.-L. S. Tsai, and T.-C. Yuan, “Global Constraints on Effective Dark Matter Interactions: Relic Density, Direct Detection, Indirect Detection, and Collider,” *JCAP* **1205** (2012) 001, [arXiv:1201.3402 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1201.3402).
- [258] L. Carpenter, A. DiFranzo, M. Mulhearn, C. Shimmin, S. Tulin, *et al.*, “Mono-Higgs-boson: A new collider probe of dark matter,” *Phys.Rev.* **D89** no. 7, (2014) 075017, [arXiv:1312.2592 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1312.2592).
- [259] R. Ding, Y. Liao, J.-Y. Liu, and K. Wang, “Comprehensive Constraints on a Spin-3/2 Singlet Particle as a Dark Matter Candidate,” *JCAP* **1305** (2013) 028, [arXiv:1302.4034 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1302.4034).
- [260] T. Lin, E. W. Kolb, and L.-T. Wang, “Probing dark matter couplings to top and bottom quarks at the LHC,” *Phys.Rev.* **D88** no. 6, (2013) 063510, [arXiv:1303.6638 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1303.6638).
- [261] A. Nelson, L. M. Carpenter, R. Cotta, A. Johnstone, and D. Whiteson, “Confronting the Fermi Line with LHC data: an Effective Theory of Dark Matter Interaction with Photons,” *Phys.Rev.* **D89** no. 5, (2014) 056011, [arXiv:1307.5064 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1307.5064).

- [262] N. Lopez, L. M. Carpenter, R. Cotta, M. Frate, N. Zhou, *et al.*, “Collider Bounds on Indirect Dark Matter Searches: The  $WW$  Final State,” *Phys.Rev.* **D89** no. 11, (2014) 115013, [arXiv:1403.6734 \[hep-ph\]](#).
- [263] Y. Bai and T. M. Tait, “Searches with Mono-Leptons,” *Phys.Lett.* **B723** (2013) 384–387, [arXiv:1208.4361 \[hep-ph\]](#).
- [264] CMS Collaboration, V. Khachatryan *et al.*, “Search for dark matter, extra dimensions, and unparticles in monojet events in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 8$  TeV,” [arXiv:1408.3583 \[hep-ex\]](#).
- [265] T. Cohen, T. Golling, M. Hance, A. Henrichs, K. Howe, *et al.*, “SUSY Simplified Models at 14, 33, and 100 TeV Proton Colliders,” *JHEP* **1404** (2014) 117, [arXiv:1311.6480 \[hep-ph\]](#).
- [266] S. Kraml, S. Kulkarni, U. Laa, A. Lessa, W. Magerl, *et al.*, “SModelS: a tool for interpreting simplified-model results from the LHC and its application to supersymmetry,” *Eur.Phys.J.* **C74** (2014) 2868, [arXiv:1312.4175 \[hep-ph\]](#).
- [267] M. Papucci, K. Sakurai, A. Weiler, and L. Zeune, “Fastlim: a fast LHC limit calculator,” *Eur.Phys.J.* **C74** no. 11, (2014) 3163, [arXiv:1402.0492 \[hep-ph\]](#).
- [268] O. Buchmueller, M. J. Dolan, and C. McCabe, “Beyond Effective Field Theory for Dark Matter Searches at the LHC,” *JHEP* **1401** (2014) 025, [arXiv:1308.6799 \[hep-ph\]](#).
- [269] O. Lebedev and Y. Mambrini, “Axial dark matter: The case for an invisible  $Z'$ ,” *Phys.Lett.* **B734** (2014) 350–353, [arXiv:1403.4837 \[hep-ph\]](#).
- [270] O. Buchmueller, M. J. Dolan, S. A. Malik, and C. McCabe, “Characterising dark matter searches at colliders and direct detection experiments: Vector mediators,” *JHEP* **1501** (2015) 037, [arXiv:1407.8257 \[hep-ph\]](#).
- [271] J. Abdallah, A. Ashkenazi, A. Boveia, G. Busoni, A. De Simone, *et al.*, “Simplified Models for Dark Matter and Missing Energy Searches at the LHC,” [arXiv:1409.2893 \[hep-ph\]](#).
- [272] G. Busoni, A. De Simone, T. Jacques, E. Morgante, and A. Riotto, “Making the Most of the Relic Density for Dark Matter Searches at the LHC 14 TeV Run,” *JCAP* **1503** no. 03, (2015) 022, [arXiv:1410.7409 \[hep-ph\]](#).

- [273] D. Hooper, “ $Z$  mediated dark matter models for the Galactic Center gamma-ray excess,” *Phys.Rev.* **D91** no. 3, (2015) 035025, [arXiv:1411.4079 \[hep-ph\]](#).
- [274] A. Alves, A. Berlin, S. Profumo, and F. S. Queiroz, “Dark Matter Complementarity and the  $Z'$  Portal,” [arXiv:1501.03490 \[hep-ph\]](#).
- [275] N. Chen, J. Wang, and X.-P. Wang, “The leptophilic dark matter with  $Z'$  interaction: from indirect searches to future  $e^+e^-$  collider searches,” [arXiv:1501.04486 \[hep-ph\]](#).
- [276] J. Anderson, “Excited quark production at a 100 TeV VLHC,” [arXiv:1309.0845 \[hep-ex\]](#).
- [277] A. Fowlie and M. Raidal, “Prospects for constrained supersymmetry at  $\sqrt{s} = 33$  TeV and  $\sqrt{s} = 100$  TeV proton-proton super-colliders,” *Eur.Phys.J.* **C74** (2014) 2948, [arXiv:1402.5419 \[hep-ph\]](#).
- [278] Y. Wen, H. Qu, D. Yang, Q.-s. Yan, Q. Li, *et al.*, “Probing triple-W production and anomalous WWWW coupling at the CERN LHC and future  $\mathcal{O}(100)$  TeV proton-proton collider,” *JHEP* **1503** (2015) 025, [arXiv:1407.4922 \[hep-ph\]](#).
- [279] L. A. Anchordoqui, I. Antoniadis, D.-C. Dai, W.-Z. Feng, H. Goldberg, *et al.*, “String Resonances at Hadron Colliders,” *Phys.Rev.* **D90** no. 6, (2014) 066013, [arXiv:1407.8120 \[hep-ph\]](#).
- [280] D. Alva, T. Han, and R. Ruiz, “Heavy Majorana neutrinos from  $W\gamma$  fusion at hadron colliders,” *JHEP* **1502** (2015) 072, [arXiv:1411.7305 \[hep-ph\]](#).
- [281] H. An, X. Ji, and L.-T. Wang, “Light Dark Matter and  $Z'$  Dark Force at Colliders,” *JHEP* **1207** (2012) 182, [arXiv:1202.2894 \[hep-ph\]](#).
- [282] F. Yu, “Di-jet resonances at future hadron colliders: A Snowmass whitepaper,” [arXiv:1308.1077 \[hep-ph\]](#).
- [283] M. R. Buckley, D. Feld, and D. Goncalves, “Scalar Simplified Models for Dark Matter,” *Phys.Rev.* **D91** no. 1, (2015) 015017, [arXiv:1410.6497 \[hep-ph\]](#).
- [284] Q.-F. Xiang, X.-J. Bi, P.-F. Yin, and Z.-H. Yu, “Searches for dark matter signals in simplified models at future hadron colliders,” [arXiv:1503.02931 \[hep-ph\]](#).
- [285] **HERMES** Collaboration, A. Airapetian *et al.*, “Precise determination of the spin structure function  $g(1)$  of the proton, deuteron and neutron,” *Phys.Rev.* **D75** (2007) 012007, [arXiv:hep-ex/0609039 \[hep-ex\]](#).

- [286] **SuperCDMS** Collaboration, R. Agnese *et al.*, “Search for Low-Mass Weakly Interacting Massive Particles with SuperCDMS,” *Phys.Rev.Lett.* **112** no. 24, (2014) 241302, [arXiv:1402.7137 \[hep-ex\]](#).
- [287] **IceCube** Collaboration, R. Abbasi *et al.*, “Multi-year search for dark matter annihilations in the Sun with the AMANDA-II and IceCube detectors,” *Phys.Rev.* **D85** (2012) 042002, [arXiv:1112.1840 \[astro-ph.HE\]](#).
- [288] **Super-Kamiokande** Collaboration, T. Tanaka *et al.*, “An Indirect Search for WIMPs in the Sun using 3109.6 days of upward-going muons in Super-Kamiokande,” *Astrophys.J.* **742** (2011) 78, [arXiv:1108.3384 \[astro-ph.HE\]](#).
- [289] **XENON1T** Collaboration, E. Aprile, “The XENON1T Dark Matter Search Experiment,” *Springer Proc.Phys.* **C12-02-22** (2013) 93–96, [arXiv:1206.6288 \[astro-ph.IM\]](#).
- [290] **CTA** Collaboration, M. Doro *et al.*, “Dark Matter and Fundamental Physics with the Cherenkov Telescope Array,” *Astropart.Phys.* **43** (2013) 189–214, [arXiv:1208.5356 \[astro-ph.IM\]](#).
- [291] I. M. Shoemaker and L. Vecchi, “Unitarity and Monojet Bounds on Models for DAMA, CoGeNT, and CRESST-II,” *Phys.Rev.* **D86** (2012) 015023, [arXiv:1112.5457 \[hep-ph\]](#).
- [292] P. J. Fox, R. Harnik, R. Primulando, and C.-T. Yu, “Taking a Razor to Dark Matter Parameter Space at the LHC,” *Phys.Rev.* **D86** (2012) 015010, [arXiv:1203.1662 \[hep-ph\]](#).
- [293] G. Busoni, A. De Simone, E. Morgante, and A. Riotto, “On the Validity of the Effective Field Theory for Dark Matter Searches at the LHC,” *Phys.Lett.* **B728** (2014) 412–421, [arXiv:1307.2253 \[hep-ph\]](#).
- [294] J. Pumplin, D. Stump, J. Huston, H. Lai, P. M. Nadolsky, *et al.*, “New generation of parton distributions with uncertainties from global QCD analysis,” *JHEP* **0207** (2002) 012, [arXiv:hep-ph/0201195 \[hep-ph\]](#).
- [295] **Planck** Collaboration, P. Ade *et al.*, “Planck intermediate results. XXIV. Constraints on variation of fundamental constants,” [arXiv:1406.7482 \[astro-ph.CO\]](#).

- [296] M. Srednicki, *Quantum Field Theory*. Cambridge University Press, Cambridge, 2007.
- [297] W. Greiner and J. Reinhardt, *Field Quantization*. Springer, Berlin, 1996.
- [298] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*. Addison-Wesley, Reading, 1995.
- [299] D. Choudhury, R. Islam, and A. Kundu, “Anomalous Higgs Couplings as a Window to New Physics,” *Phys.Rev.* **D88** no. 1, (2013) 013014, [arXiv:1212.4652 \[hep-ph\]](#).
- [300] T. J. Weiler, “On the likely dominance of WIMP annihilation to fermion pair+W/Z (and implication for indirect detection),” *AIP Conf.Proc.* **1534** (2012) 165–177, [arXiv:1301.0021 \[hep-ph\]](#).



## 发表文章目录

- 1) Jia-Ming Zheng, **Zhao-Huan Yu**, Jun-Wen Shao, Xiao-Jun Bi, Zhibing Li and Hong-Hao Zhang, “Constraining the interaction strength between dark matter and visible matter: I. fermionic dark matter,” *Nucl. Phys.* **B854**, 350 (2012) [arXiv:1012.2022 [hep-ph]].
- 2) Xiao-Jun Bi, Peng-Fei Yin, **Zhao-Huan Yu** and Qiang Yuan, “Constraints and tests of the OPERA superluminal neutrinos,” *Phys. Rev. Lett.* **107**, 241802 (2011) [arXiv:1109.6667 [hep-ph]].
- 3) **Zhao-Huan Yu**, Jia-Ming Zheng, Xiao-Jun Bi, Zhibing Li, Dao-Xin Yao and Hong-Hao Zhang, “Constraining the interaction strength between dark matter and visible matter: II. scalar, vector and spin-3/2 dark matter,” *Nucl. Phys.* **B860**, 115 (2012) [arXiv:1112.6052 [hep-ph]].
- 4) 余钊煥, 陈璟锟, 姚道新, 王青, 张宏浩, 暗物质直接探测实验现状, 中山大学学报(自然科学版) 2012 Vol. **51** (3) 1-6.
- 5) 姚道新, 余钊煥, 蔡成丰, 王青, 张宏浩, 方锡岩, 暗物质间接探测和对撞机探测实验现状, 中山大学学报(自然科学版) 2012 Vol. **51** (4) 1-6.
- 6) **Zhao-Huan Yu**, Xiao-Jun Bi, Qi-Shu Yan and Peng-Fei Yin, “Detecting light stop pairs in coannihilation scenarios at the LHC,” *Phys. Rev.* **D87**, 055007 (2013) [arXiv:1211.2997 [hep-ph]].
- 7) Peng-Fei Yin, **Zhao-Huan Yu**, Qiang Yuan and Xiao-Jun Bi, “Pulsar interpretation for the AMS-02 result,” *Phys. Rev.* **D88**, 023001 (2013) [arXiv: 1304.4128 [astro-ph.HE]].
- 8) **Zhao-Huan Yu**, Qi-Shu Yan and Peng-Fei Yin, “Detecting interactions between dark matter and photons at high energy  $e^+e^-$  colliders,” *Phys. Rev.* **D88**, 075015 (2013) [arXiv:1307.5740 [hep-ph]].

- 9) **Zhao-Huan Yu**, Xiao-Jun Bi, Qi-Shu Yan and Peng-Fei Yin, “Dark matter searches in the mono- $Z$  channel at high energy  $e^+e^-$  colliders,” *Phys. Rev.* **D90**, 055010 (2014) [arXiv:1404.6990 [hep-ph]].
- 10) **Zhao-Huan Yu**, Xiao-Jun Bi, Qi-Shu Yan and Peng-Fei Yin, “Tau Portal Dark Matter models at the LHC,” *Phys. Rev.* **D91**, 035008 (2015) [arXiv: 1410.3347 [hep-ph]].
- 11) Qian-Fei Xiang, Xiao-Jun Bi, Peng-Fei Yin and **Zhao-Huan Yu**, “Searches for dark matter signals in simplified models at future hadron colliders,” arXiv: 1503.02931 [hep-ph], accepted by *Phys. Rev.* D.
- 12) Su-Jie Lin, Xiao-Jun Bi, Peng-Fei Yin and **Zhao-Huan Yu**, “Implications for dark matter annihilation from the AMS-02  $\bar{p}/p$  ratio,” arXiv:1504.07230 [hep-ph].

## 致谢

我在此感谢我的导师胡红波研究员和毕效军研究员。在研究生期间，胡老师为我提供了许多帮助。毕老师实际指导了我的研究工作，指引了研究方向，在研究过程中提出了许多宝贵意见。他还一直鼓励和鞭策着我，让我多次参加会议并作报告，锻炼了我的综合能力。

感谢中国科学院大学晏启树副教授和中山大学张宏浩副教授。他们和我进行过多次合作，探讨了许多物理问题。晏老师在蒙特卡洛模拟方面教会了我许多东西，也感谢他为我申请博士后写了推荐信。感谢同个研究小组的殷鹏飞师兄、袁强师兄、刘伟师兄、林苏杰师弟和向仟飞师弟，他们与我讨论过诸多问题，在生活上也照顾了我。特别要感谢殷师兄，他与我讨论的时间最长，对我帮助很大。

感谢北京大学曹庆宏研究员和密歇根州立大学袁简鹏教授推荐我到加州大学欧文分校访问。感谢加州大学欧文分校 Tim Tait 教授接纳我的访问并开展合作研究，也感谢他为我申请博士后写了推荐信。感谢巩岩师兄和他的夫人帮助我适应初到美国时的生活。

感谢同级研究生易疏序、徐雷、肖铭、刘汉一、周也铃、宋维民、张鉴磊、张镇、李林、刘杰、孙彪、王海鹏等同学，他们在生活上对我照顾不少，一些同学还一起参加过非正式的讨论会，让我受益匪浅。感谢曾在同个办公室一起学习和研究的各位同事，他们包括张娟、康明铭、冯磊、丁然、赵静、周斌、高博、崔慧娴、李桃丽、李正伟、刘烨、李会财、胡孝斌、赵熠、常治、姜龙、侯越云、游晓浩、张浩等。

最后，感谢我的亲人和朋友，他们的关心和支持是我前进的动力。