

对称性  
○○○○

守恒量  
○

群  
○○○

同位旋  
○○○

奇异数  
○

夸克  
○

轻子数  
○

全同粒子交换  
○

宇称  
○○○○

小结  
○

# 粒子物理简介

## 第三节 对称性和守恒定律

余钊煥

中山大学物理学院

<https://yzhxxzxy.github.io>



2021 年 9 月



# 对称性



自然界中存在着各式各样的**对称性**

 比如，太阳是一个球体，如果忽略细节结构，它就具有**球对称性**，也就是说，绕中心作任意旋转操作都不会显现出任何形状上的变化

 然而太阳表面经常出现黑暗斑点——太阳黑子，把它们考虑进来，太阳就不再具有严格的球对称性

 这是一种**对称性破缺**现象



太阳和太阳黑子

 在物理学中，如果某个现象或系统在某种变换下**不改变**，就说此现象或系统具有与这种变换相对应的**对称性**，也称为**不变性**

 **时空对称性**：对时间或空间进行变换所对应的对称性



时间平移对称性



空间平移对称性



空间旋转对称性

 **内部对称性**：对内部抽象空间进行变换所对应的对称性



$U(1)$  整体对称性



$U(1)$  规范对称性



全同粒子交换对称性

# 连续对称性与诺特定理

若一种变换可用一组连续变化的参数来描述，则它是一种**连续变换**

 连续变换对应的对称性称为**连续对称性**

 旋转变换可用连续变化的转动角描述  上述球对称性属于连续对称性

**诺特定理：**如果一个系统具有某种不明显依赖于时间的连续对称性，就必然存在一种对应的守恒定律

| 对称性        | 守恒定律  | 守恒量 |
|------------|-------|-----|
| 时间平移对称性    | 能量守恒  | 能量  |
| 空间平移对称性    | 动量守恒  | 动量  |
| 空间旋转对称性    | 角动量守恒 | 角动量 |
| U(1) 整体对称性 | 荷数守恒  | 荷数  |

 诺特定理首先是在**经典物理学**中给出的，但实际上对所有物理行为由**最小作用量原理**决定的系统都成立

 将它推广到**量子物理学**中也得到了普遍证明



Emmy Noether  
(1882-1935)

# 分立对称性

不连续的变换称为**分立变换**，分立变换对应的对称性称为**分立对称性**

在**经典物理学**中，分立对称性**不会导致守恒定律**

在**量子物理学**中，情况有所不同，若哈密顿量在某个不含时的厄米分立变换下不变，则**变换本身是守恒量**

例如，**空间反射变换（P 变换）** 是使空间坐标都反号而时间坐标不变的一种分立变换，即  $(t, \mathbf{x}) \rightarrow (t, -\mathbf{x})$ ，相应的分立对称性称为空间反射对称性

空间反射变换对态  $|\Psi(t, \mathbf{x})\rangle$  的作用是  $\hat{P} |\Psi(t, \mathbf{x})\rangle = |\Psi(t, -\mathbf{x})\rangle$

从而  $\hat{P}^2 |\Psi(t, \mathbf{x})\rangle = |\Psi(t, \mathbf{x})\rangle$ ，即  $\hat{P}^2 = 1$

另外，可以证明  $\hat{P}$  算符是**厄米**的，故  $\hat{P} = \hat{P}^{-1} = \hat{P}^\dagger$

P 变换对其**本征态**  $|\psi(\mathbf{x}, t)\rangle$  的作用为

$$\hat{P} |\psi(t, \mathbf{x})\rangle = P |\psi(t, \mathbf{x})\rangle = |\psi(t, -\mathbf{x})\rangle, \text{ 其中 } P \text{ 是 } \hat{P} \text{ 的本征值}$$

# 宇称恒定律

 P 变换作用两次，得  $\hat{P}^2 |\psi(t, \mathbf{x})\rangle = P^2 |\psi(t, \mathbf{x})\rangle = |\psi(t, \mathbf{x})\rangle$

 因此  $P$  的取值必为  $\pm 1$ ，称为相应本征态的**宇称 (或 P 宇称)**

  $P = +1$  称为**偶宇称**，而  $P = -1$  称为**奇宇称**

 若哈密顿量  $\hat{H}$  在 P 变换不变，即  $\hat{P}^{-1} \hat{H} \hat{P} = \hat{H}$ ，亦即  $[\hat{P}, \hat{H}] = 0$ ，则利用  $\hat{P}$  的不含时性质  $\frac{\partial \hat{P}}{\partial t} = 0$  和薛定谔方程  $i \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\psi\rangle$  可得

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \langle \psi | \hat{P} | \psi \rangle &= \frac{\partial \langle \psi |}{\partial t} \hat{P} | \psi \rangle + \langle \psi | \hat{P} \frac{\partial | \psi \rangle}{\partial t} \\ &= \frac{1}{-i} \langle \psi | \hat{H} \hat{P} | \psi \rangle + \frac{1}{i} \langle \psi | \hat{P} \hat{H} | \psi \rangle \\ &= \frac{1}{i} \langle \psi | [\hat{P}, \hat{H}] | \psi \rangle = 0\end{aligned}$$

 可见， $\hat{P}$  算符在任意态下的平均值都不随时间改变，故  $\hat{P}$  是个**守恒量**

 在量子力学中，空间反射对称性导致**宇称守恒定律**

# 守恒量分类



从数学角度看，守恒量可以分为两大类

- **相加性守恒量**: 复合体系的总守恒量是各组成部分贡献守恒量的**代数和**  
例如，能量，动量，角动量，电荷，同位旋，奇异数，轻子数，重子数
- **相乘性守恒量**: 复合体系的总守恒量是各组成部分贡献守恒量的**乘积**  
例如，P 宇称，C 宇称，CP 宇称，G 宇称



**有经典对应的守恒量都是相加性的，相乘性守恒量都没有经典对应**



守恒定律是否成立与相互作用有关，从这个角度可以对守恒定律分类

- **严格守恒定律**: 对各种相互作用都成立的守恒定律
- **近似（或部分）守恒定律**: 对某些相互作用成立，对另一些相互作用不成立，但在运动过程中后者的影响是次要的

能量、动量、角动量和电荷是有经典对应的**相加性严格守恒量**，同位旋和奇异数是无经典对应的**相加性近似守恒量**，P 宇称、C 宇称和 CP 宇称是无经典对应的**相乘性近似守恒量**。反粒子所有内部相加性量子数与正粒子相反。

# 群

对称性在数学上由**群论**描述；对称变换的集合称为**群**，群元素具有**乘法**

- 两个群元的乘积就是两次变换相继作用，乘法满足**结合律**
- 群中任意两个群元的乘积仍属于此群（**封闭性**）
- 群中必有一个**恒元**  $E$ ，即恒等变换，它与任一群元的乘积仍为此群元
- 任一群元  $R$  都可以在群中找到**逆元**  $R^{-1}$ ，两者之积为恒元 ( $R^{-1}R = E$ )

若两个群元的乘积与次序无关，即两次对称变换的结果与次序无关，则称该群是一个**阿贝尔群（交换群）**，否则是一个**非阿贝尔群（非交换群）**

 如果一些  $m \times m$  矩阵的乘法关系与群元完全相同，就可以用来表示群

 这些矩阵构成了群的  $m$  维**线性表示**

 利用线性表示，将对称变换视作**矩阵**，将变换所操作的态视作**列矢量**

 在粒子物理中，经常见到有  $m$  种粒子集体满足某种对称性，构成  $m$  重态

 从**群表示论**角度看，这里每种粒子对应于  $m$  维表示的一个列矢量基底

# 分立群和连续群

分立对称性对应于**分立群**, 连续对称性对应于**连续群**

由一个群元  $R$  和它的幂次构成的分立群称为循环群, 是一种阿贝尔群; 如果  $R^n = E$ , 该群就称为  $n$  阶循环群  $Z_n$ ,  $R$  称为**生成元**。 $P$  变换满足  $\hat{P}^2 = 1$ , 因而与恒等变换构成了一个  $Z_2$  群。所以, 空间反射对称性是一种  $Z_2$  对称性。

**李群**是一类常见的连续群, 具有一定的解析性质(微分流形)

$n$  维李群的群元  $R$  可用  $n$  个独立实参数  $\theta^a$  描写, 恒元邻域的群元可表达为指数形式  $R = \exp(i\theta^a t^a)$ ,  $n$  个厄米算符  $t^a$  称为**生成元**, 满足**李代数**关系

$$[t^a, t^b] = if^{abc}t^c, \quad a, b, c = 1, \dots, n$$

实数  $f^{abc}$  称为**结构常数**, 满足  $f^{abc} = -f^{bac}$ 。在李群的么正表示中, 生成元表达为厄米矩阵, 不同维表示具有不同阶生成元, 但结构常数总是一样的。

(注意: 上述表达式采用爱因斯坦求和约定, 对重复的指标从 1 至  $n$  求和)

# 典型的李群: $U(n)$ 群和 $SU(n)$ 群

在线性代数中, 矩阵具有乘法, 因而可逆方阵可依照自身乘法关系构成群

用来定义矩阵群的方阵构成该群的**基础表示**, 表示维数与方阵阶数一致

值得注意的是, 矩阵群可以拥有维数**不同于**基础表示的其它表示

幺正群  $U(n)$  由  $n \times n$  幺正矩阵  $U$  构成, 是维数为  $n^2$  的李群, 群元满足

$$U^\dagger U = UU^\dagger = 1, \quad |\det(U)| = 1$$

最简单的幺正群是  $U(1)$  群, 群元在一维表示里表达为  $e^{iQ\theta}$ , 其中有理数  $Q$  是生成元(荷)。电磁相互作用具有  $U(1)$  对称性, 从而导致电荷守恒定律。

特殊幺正群  $SU(n)$  由  $\det(U) = 1$  的幺正矩阵  $U$  构成, 是  $n^2 - 1$  维李群

$SU(2)$  群基础表示的生成元  $t^a = \sigma^a/2$ , 其中  $\sigma^a$  为**泡利矩阵**

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

李代数关系为  $[t^a, t^b] = i\epsilon^{abc}t^c$ , 结构常数是 Levi-Civita 符号  $\epsilon^{abc}$

对称性  
○○○○守恒量  
○群  
○○○同位旋  
●○○奇异数  
○夸克  
○轻子数  
○全同粒子交换  
○宇称  
○○○○小结  
○

# 同位旋

实验表明，质子和中子质量相近，强相互作用性质相似。在强相互作用中互换质子和中子，系统性质不会改变。类比于自旋，海森堡在 1932 年提出同位旋的概念加以解释。 $\pi$  介子也有类似性质。



W. Heisenberg  
(1901-1976)

| 粒子       | 质子 $p$ | 中子 $n$ | $\pi^+$ 介子 | $\pi^0$ 介子 | $\pi^-$ 介子 |
|----------|--------|--------|------------|------------|------------|
| 质量 (MeV) | 938.27 | 939.57 | 139.57     | 134.98     | 139.57     |
| 电荷 $Q$   | +1     | 0      | +1         | 0          | -1         |

同位旋 I 由  $SU(2)$  群描述，生成元记为  $I^a$ ；在  $SU(2)$  的 2 维和 3 维表示中，  
 $I^3$  分别为  $\text{diag}(1/2, -1/2)$  和  $\text{diag}(1, 0, -1)$ ，对角元是态的  $I^3$  本征值

质子和中子的同位旋为  $I = \frac{1}{2}$ ，构成二重态  $\begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}$ ， $I^3(p) = +\frac{1}{2}$ ， $I^3(n) = -\frac{1}{2}$

$\pi$  介子的同位旋为  $I = 1$ ，构成三重态  $\begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix}$ ， $I^3(\pi^\pm) = \pm 1$ ， $I^3(\pi^0) = 0$

# 同位旋守恒

⚓ 强作用同位旋 SU(2) 对称性引起同位旋  $I$  和同位旋第三分量  $I^3$  的守恒

👉 在强相互作用过程中，初态与末态的  $(I, I^3)$  相同： $\Delta I = \Delta I^3 = 0$

✨ 对于  $\pi$  介子与核子散射，电荷守恒定律允许下列过程存在

| 弹性散射                          | 截面         | 弹性散射                          | 截面         | 弹性散射                          | 截面         | 准弹性散射                             | 截面         |
|-------------------------------|------------|-------------------------------|------------|-------------------------------|------------|-----------------------------------|------------|
| $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$ | $\sigma_1$ | $\pi^0 p \rightarrow \pi^0 p$ | $\sigma_3$ | $\pi^- p \rightarrow \pi^- p$ | $\sigma_5$ | $\pi^+ n \leftrightarrow \pi^0 p$ | $\sigma_7$ |
| $\pi^+ n \rightarrow \pi^+ n$ | $\sigma_2$ | $\pi^0 n \rightarrow \pi^0 n$ | $\sigma_4$ | $\pi^- n \rightarrow \pi^- n$ | $\sigma_6$ | $\pi^- p \leftrightarrow \pi^0 n$ | $\sigma_8$ |

🌙 在同位旋 SU(2) 空间绕第 2 轴转  $180^\circ$ ，即

$$p \leftrightarrow n, \quad \pi^+ \leftrightarrow \pi^-, \quad \pi^0 \leftrightarrow \pi^0,$$

得到的强相互作用散射截面应该不变，故

$$\sigma_1 = \sigma_6, \quad \sigma_2 = \sigma_5, \quad \sigma_3 = \sigma_4, \quad \sigma_7 = \sigma_8$$

☀️ 这在实验中得到证实

# 同位旋破坏



## 强相互作用同位旋对称性破坏



在强相互作用中，**同位旋量子数严格守恒**，但同位旋对称性不是严格的



由于同个多重态中不同分量具有**微小质量差**，各分量在运动学上有微小差异，导致同位旋对称性引起的截面关系式存在微小破坏



## 电磁相互作用同位旋破坏



同个同位旋多重态中各分量带有**不同电荷**，导致电磁相互作用性质不同



在电磁相互作用中同位旋不守恒



比如， $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  电磁衰变就不满足同位旋守恒（光子同位旋为 0）



不过，电磁相互作用过程中同位旋的改变比较有限：

$$\Delta I = 0 \text{ 或 } \pm 1, \quad \Delta I^3 = 0 \quad (I^3 \text{ 仍然是守恒的})$$



## 弱相互作用同位旋破坏



在弱相互作用中， **$I$  和  $I^3$  都不守恒**



不过，大量实验结果表明，大多数弱作用过程满足  $|\Delta I| \leq 1$

# 奇异数

 1947 年，宇宙线实验观测到由两种中性粒子引起的 V 型事例，它们是后来称为  $K^0$  介子和  $\Lambda^0$  重子的**奇异粒子**

 50 年代，加速器上产生大量奇异粒子，才得以系统研究，它们具有以下两个特征

 奇异粒子在强相互作用中**成对产生**，再分别**衰变为非奇异粒子**

例如： $\pi^- p \rightarrow \pi^0 K^+ \Sigma^-$ ,  $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ ,  $\Sigma^- \rightarrow n \pi^-$   
 $pp \rightarrow p K^+ \Lambda^0$ ,  $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ ,  $\Lambda^0 \rightarrow n \pi^0$

 奇异粒子以强相互作用典型时间  $t \sim 10^{-23}$  s **快速产生**，再以弱相互作用典型时间  $\tau \sim 10^{-8} - 10^{-10}$  s **缓慢衰变**

例如： $K^\pm$  寿命为  $\tau_{K^\pm} = 1.2 \times 10^{-8}$  s,  $\Lambda^0$  寿命为  $\tau_{\Lambda^0} = 2.6 \times 10^{-10}$  s

有些奇异粒子成对产生过程，如  $nn \rightarrow \Lambda^0 \bar{\Lambda}^0$ ，虽然阈能很低，却始终没有在实验中发现。这促使西岛和彦在 1953 年提出**奇异数 S** 的概念，指定  $K^+$  和  $K^0$  的奇异数为 +1,  $K^-$ 、 $\Sigma^-$  和  $\Lambda^0$  的奇异数为 -1。**强相互作用中奇异数守恒**，故  $nn \rightarrow \Lambda^0 \bar{\Lambda}^0$  这个过程被严格禁戒。**弱相互作用中奇异数不守恒**，因而奇异粒子可以缓慢衰变成非奇异粒子。

对称性  
○○○○守恒量  
○群  
○○○同位旋  
○○○奇异数  
○夸克  
●轻子数  
○全同粒子交换  
○宇称  
○○○○小结  
○

# 夸克

 建立**夸克模型**之后，奇异数得到了合理的解释：奇异数是由**奇夸克**导致的，正奇夸克  $s$  的奇异数为  $-1$ ，反奇夸克  $\bar{s}$  的奇异数为  $+1$

 同理可定义**粲数 C**、**底数 B** 和**顶数 T**；这些相加性量子数各自对应于一种  $U(1)$  整体对称性，在强和电磁相互作用中守恒，在弱相互作用中不守恒

| 夸克  | $I$   | $I^3$  | $S$  | $C$  | $B$  | $T$  | $B$    | $Q$    | 质量 (GeV)   |
|-----|-------|--------|------|------|------|------|--------|--------|------------|
| $d$ | $1/2$ | $-1/2$ | $0$  | $0$  | $0$  | $0$  | $+1/3$ | $-1/3$ | $\sim 0.3$ |
| $u$ | $1/2$ | $+1/2$ | $0$  | $0$  | $0$  | $0$  | $+1/3$ | $+2/3$ | $\sim 0.3$ |
| $s$ | $0$   | $0$    | $-1$ | $0$  | $0$  | $0$  | $+1/3$ | $-1/3$ | $\sim 0.5$ |
| $c$ | $0$   | $0$    | $0$  | $+1$ | $0$  | $0$  | $+1/3$ | $+2/3$ | $\sim 1.6$ |
| $b$ | $0$   | $0$    | $0$  | $0$  | $-1$ | $0$  | $+1/3$ | $-1/3$ | $\sim 4.6$ |
| $t$ | $0$   | $0$    | $0$  | $0$  | $0$  | $+1$ | $+1/3$ | $+2/3$ | 173 (极点质量) |

  $B$  是**重子数**，介子的重子数为  $0$ ，重子的重子数为  $\pm 1$

 强子相加性量子数是价夸克相加性量子数之和，满足**盖尔曼—西岛关系**

$$\text{电荷 } Q = I^3 + \frac{1}{2}(B + S + C + B + T)$$

# 轻子数

 电子、 $\mu$  子、 $\tau$  子及相应中微子统称为**轻子**，它们不参与强相互作用

 1962 年，Lederman、Schwartz 和 Steinberger 在中微子束流实验中发现，中微子具有不同味道，存在  $\mu$  子型中微子  $\nu_\mu$ ，它与电子型中微子  $\nu_e$  不同。他们在中微子与原子核  $N$  的散射中探测到反应  $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$  ( $X$  代表不包含带电轻子的其它所有粒子)，但没有探测到反应  $\nu_\mu + N \rightarrow e^- + X$ 。

 这表明不同代轻子在反应过程中不会混合，按下表方式指定三种**轻子数**  $L_e$ 、 $L_\mu$  和  $L_\tau$ ，则它们**在电磁和弱相互作用中守恒**

| 轻子         | $L_e$ | $L_\mu$ | $L_\tau$ | $Q$ | 质量        | 寿命                      |
|------------|-------|---------|----------|-----|-----------|-------------------------|
| $e^-$      | +1    | 0       | 0        | -1  | 0.511 MeV | 稳定                      |
| $\mu^-$    | 0     | +1      | 0        | -1  | 105.7 MeV | $2.2 \times 10^{-6}$ s  |
| $\tau^-$   | 0     | 0       | +1       | -1  | 1.777 GeV | $2.9 \times 10^{-13}$ s |
| $\nu_e$    | +1    | 0       | 0        | 0   | < 1 eV    | 稳定                      |
| $\nu_\mu$  | 0     | +1      | 0        | 0   | < 1 eV    | 稳定                      |
| $\nu_\tau$ | 0     | 0       | +1       | 0   | < 1 eV    | 稳定                      |

## 轻子数守恒允许

$$\begin{aligned} n &\rightarrow p e^- \bar{\nu}_e \\ \mu^- &\rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \\ \tau^- &\rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau \\ \pi^- &\rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \end{aligned}$$

## 轻子数守恒禁戒

$$\begin{aligned} e^- e^- &\leftrightarrow \pi^- \pi^- \\ \mu^- &\not\rightarrow e^- \gamma \\ \pi^- &\not\rightarrow \mu^- \bar{\nu}_e \end{aligned}$$

# 全同粒子交换对称性

 对于含有全同粒子的系统，把交换全同粒子  $i$  和  $j$  的分立变换记作  $\hat{P}_{ij}$

 根据量子力学**全同性原理**，交换全同粒子不会改变系统状态，运动规律对于全同粒子不可分辨   $[\hat{P}_{ij}, \hat{H}] = 0$ ，即  $\hat{P}_{ij}$  是系统的守恒量

 由  $\hat{P}_{ij}^2 = 1$  得  $|j, i\rangle = \hat{P}_{ij}|i, j\rangle = \pm |i, j\rangle$ ，即  $\hat{P}_{ij}$  的本征值只能取  $P_{ij} = \pm 1$

- $P_{ij} = +1$ ：波函数对于交换  $i$  和  $j$  是**对称**的，相应全同粒子是**玻色子**
- $P_{ij} = -1$ ：波函数对于交换  $i$  和  $j$  是**反对称**的，相应全同粒子是**费米子**

 全同粒子交换对称性对所有相互作用成立， $\hat{P}_{ij}$  是相乘性严格守恒量

对于**两个全同粒子构成的系统**，可以证明，波函数  $|i, j\rangle$  满足

$$\hat{P}_{ij}|i, j\rangle = (-)^{L+s-2s}|i, j\rangle,$$

其中  $s$  为粒子的自旋， $L$  为系统的轨道角动量， $S$  为系统的总自旋。玻色子的自旋  $s$  为整数，有  $(-)^{2s} = +1$ ；费米子的自旋  $s$  为半整数，有  $(-)^{2s} = -1$ 。因此  **$L+S$  必定为偶数**。

# C 宇称

 **电荷共轭变换 (C 变换)** 是一个分立变换，将正粒子态与反粒子态互换

 **纯中性粒子**在 C 变换下不变，是 C 变换本征态，相应本征值称为 **C 宇称**

 **C 宇称在强和电磁作用中守恒，在弱作用中不守恒**

 C 变换使电荷和电流反号，因而电磁场也要反号才符合麦克斯韦方程组

 电磁场的激发态**光子的 C 宇称为奇**，即  $C(\gamma) = -1$

 如果一个多粒子系统各组分内部相加性守恒量之和均为零，且在 C 变换下不变，则称为**纯中性系统**，比如  $\gamma\gamma$  系统、 $e^+e^-$  系统和  $e^+e^-\gamma$  系统

 可以证明，一对正反粒子组成的纯中性系统的 C 宇称为  $C = (-)^{L+S}$ ，其中 L 为轨道角动量，S 为总自旋

 在  $\pi^0$  电磁衰变过程  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  中，末态是由两个光子组成的纯中性系统，故 C 宇称为  $(-)^{L+S}$ ，另由全同粒子交换对称性可知该系统  $L + S$  为偶数

 C 宇称在电磁作用中守恒意味着  $\pi^0$  介子的 C 宇称为偶，即  $C(\pi^0) = +1$

# P 宇称

在 P 变换下，位置  $\hat{x}$  和动量  $\hat{p}$  反号，即  $\hat{P}^{-1}\hat{x}\hat{P} = -x$ ， $\hat{P}^{-1}\hat{p}\hat{P} = -p$

$\hat{P}^{-1}\hat{L}\hat{P} = (\hat{P}^{-1}\hat{x}\hat{P}) \times (\hat{P}^{-1}\hat{p}\hat{P}) = \hat{L}$  轨道角动量算符  $\hat{L} \equiv \hat{x} \times \hat{p}$  不变

也就是说， $[\hat{P}, \hat{L}] = 0$ ，故  $\hat{L}$  和  $\hat{P}$  具有共同的本征态，可以同时测量

**轨道宇称**：轨道角动量为  $L$  时轨道波函数由球谐函数  $|LM\rangle = Y_{LM}(\theta, \phi)$  描述，可得  $\hat{P}|LM\rangle = (-)^L|LM\rangle$ ，故轨道宇称为  $P = (-)^L$

**内禀宇称**：粒子的内部波函数具有的宇称。纯中性粒子具有绝对的内禀宇称，其它粒子只有相对的内禀宇称，需要约定。实验测得如下绝对内禀宇称：

$$P(\gamma) = P(\pi^0) = P(\rho^0) = P(J/\psi) = -1$$

**总宇称**是轨道宇称和内禀宇称之积，在强和电磁相互作用中守恒

对于一对正反粒子组成的纯中性系统，可以证明，若它由正反费米子对组成，则宇称为  $P = (-)^{L+1}$ ；若它由正反玻色子对组成，则宇称为  $P = (-)^L$

扣除轨道宇称的贡献之后，可以看出，正反费米子的内禀宇称符号相反，而正反玻色子的内禀宇称符号相同

# 弱相互作用中宇称不守恒

**$\theta-\tau$  疑难：**1947 年，宇宙线实验中观测到两个**弱衰变**粒子  $\tau^+$  和  $\theta^+$ ，两者的质量几乎相同，但是衰变末态具有**不同的宇称**： $\theta^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ （偶宇称）和  $\tau^+ \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+$ （奇宇称）。当时普遍认为宇称是守恒的，因而  $\tau^+$  和  $\theta^+$  看起来不是同一种粒子，却又具有相同的质量。

 1956 年，李政道和杨振宁仔细分析各种实验，发现没有证据表明弱作用过程中宇称是守恒的，提出**宇称只在弱相互作用中不守恒**的观点

 这样一来， $\tau^+$  和  $\theta^+$  被认作**同一种粒子**，后来称为  **$K^+$  介子**

 随后，吴健雄在钴 60 衰变 ( $^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e$ ) 实验中发现电子优先选择反平行于原子核自旋方向出射，从而证实**弱作用没有空间反射对称性**

 李政道和杨振宁因而获得 1957 年诺贝尔奖



李政道 (1926-)



杨振宁 (1922-)



吴健雄 (1912-1997)

# CP 宇称

P 变换和 C 变换相继作用，就得到 CP 变换

作为 P 变换和 C 变换的共同本征态，纯中性粒子和纯中性系统必定是 CP 变换的本征态，相应的本征值是 P 宇称与 C 宇称之积，称为 CP 宇称

对于一对正反粒子组成的纯中性系统，CP 宇称为  $CP = (-)^{S-2s}$ ，与系统的轨道角动量无关，只由系统的总自旋  $S$  和粒子的自旋  $s$  决定

CP 宇称在强和电磁相互作用中守恒；虽然在弱相互作用中 P 宇称和 C 宇称都不守恒，但 CP 宇称在大多数弱作用过程中守恒；有一小部分弱作用过程存在 CP 破坏效应，根源于三代夸克混合矩阵 (CKM 矩阵) 中的复相位

CP 变换将弱衰变过程  $K_L^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu$  变换为  $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu$

如果 CP 对称性在弱相互作用中严格成立，这两个过程应该具有相同的衰变分宽度，即  $\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu) = \Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu)$ ；然而实验测得

$$\frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu) - \Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu)}{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu) + \Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = (0.64 \pm 0.08)\%$$

说明  $K_L^0$  介子衰变过程存在千分之几的 CP 破坏效应

# 小结

 能量  $E$ 、动量  $p$ 、角动量  $J$ 、角动量第三分量  $J^3$ 、电荷  $Q$ 、重子数  $B$ 、轻子数  $L_{e,\mu,\tau}$ 、同位旋  $I$ 、同位旋第三分量  $I^3$ 、奇异数  $S$ 、粲数  $C$ 、底数  $B$  和顶数  $T$  的守恒情况：

| 相加性守恒量 | $E, p, J, J^3$ | $Q, B, L_e, L_\mu, L_\tau$ | $I$ | $I^3$ | $S, C, B, T$ |
|--------|----------------|----------------------------|-----|-------|--------------|
| 强相互作用  | ✓              | ✓                          | ✓   | ✓     | ✓            |
| 电磁相互作用 | ✓              | ✓                          | ✗   | ✓     | ✓            |
| 弱相互作用  | ✓              | ✓                          | ✗   | ✗     | ✗            |

 全同粒子交换  $P_{ij}$ 、 $C$  宇称、 $P$  宇称和  $CP$  宇称的守恒情况：

| 相乘性守恒量 | $P_{ij}$ | $C$ | $P$ | $CP$           |
|--------|----------|-----|-----|----------------|
| 强相互作用  | ✓        | ✓   | ✓   | ✓              |
| 电磁相互作用 | ✓        | ✓   | ✓   | ✓              |
| 弱相互作用  | ✓        | ✗   | ✗   | ✓ <sub>✗</sub> |

 ✓ 表示守恒；✗ 表示不守恒；✓<sub>✗</sub> 表示基本守恒，但少数过程有微小破坏