2014 年矩阵分析试题

一．（10 分）在线性空间 $R^{2\times2}$，中，求向量：$A=\begin{bmatrix}1&3\\2&0\end{bmatrix}$

在基

$E_1=\begin{bmatrix}1&1\\0&0\end{bmatrix}$，$E_2=\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix}$，$E_3=\begin{bmatrix}1&1\\1&0\end{bmatrix}$，$E_4=\begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix}$

下的坐标。

二．（10 分）设 A 为斜 Hermite 矩阵即（$A^H=-A$），证明：$U=(A+I)(A-I)^{-1}$ 为酉矩阵。

三．（10 分）证明：证明：若 $A,B\in C^{n\times n}$，且 $A^H=A$，$B^H=B$ 均为正定矩阵，则 ABA 也是正定矩阵。

四．（10 分）设 $A=C^{m\times n}$，证明 A 的伪逆矩阵 A^+ 是唯一的。

五．（15 分）将矩阵 A 分解为一个下三角 L 和一个单位上三角 U 的乘积，即：$A=LU$

设：$A=\begin{bmatrix}2&1&-5&1\\1&-3&0&-6\\1&2&-1&2\\1&4&-7&6\end{bmatrix}$。

六．（15 分）设 $A=\begin{bmatrix}0&1&0&1\\0&1&0&1\\2&0&1&1\end{bmatrix}$ 求矩阵 A 的伪逆矩阵 A^+。

七．（15 分）求下列矩阵的 Smith 标准型、若儿当（Jordan）标准型、初等因子、不变因子和各阶行列式因子，设：$A=\begin{bmatrix}-1&-1&0\\4&3&0\\1&0&2\end{bmatrix}$

八．（15 分）设 $A=\begin{bmatrix}2&1&0&0\\-4&-1&0&0\\2&1&2&1\\-7&-6&-1&0\end{bmatrix}$，求下列矩阵范数：$\|A\|_{m_1},\|A\|_{m_2},\|A\|_{m_\infty},\|A\|_1,\|A\|_\infty$