燕山大学2020年秋季学期研究生课程考试试卷

课程名称：矩阵分析　　考试时间：2020 年 11 月 14 日

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

座位号

学号

姓名

专业

学院

密封线

燕山大学研究生课程考试试卷

密封线

一.（10 分）在线性空间 $R^{2\times 2}$ 中，求向量

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}$$

在基 $\boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}_2=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}_3=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}_4=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$

下的坐标.

二.（10 分）设 $\boldsymbol{A}\in C^{m\times n}$，证明 $\boldsymbol{A}^{+}=(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A})^{+}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}$.

定理 7.11

三.（15 分）设 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 3 & -4 & 7 & -7 \\ 0 & -1 & -i & -6 \\ i & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$， 其中 $i=\sqrt{-1}$

求下列矩阵范数：$\|\boldsymbol{A}\|_{m_1},\|\boldsymbol{A}\|_{m_2},\|\boldsymbol{A}\|_{m_\infty},\|\boldsymbol{A}\|_1,\|\boldsymbol{A}\|_\infty$

密封线

燕山大学研究生课程考试试卷

密封线

四.（10）求 $\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}$ 对 $\boldsymbol{X}$ 的导数，其中 $\boldsymbol{X}=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}\in C^n$， $\boldsymbol{A}$ 为 $n\times n$ 常数对称矩阵。

五.（15 分）设 σ 是 $V_n(C,U)$ 上的酉变换，证明：σ 是线性变换。

定理 2.8

六．（15 分）求下列矩阵的 Smith 标准型、若尔当（Jordan）标准形、初等因子、不变因子和各阶行列式因子，设：

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 3 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

习题 3，7(3) ,初等因子：$\lambda+1$, $(\lambda+1)^2$

七．（15 分)求 $\boldsymbol{A}$ 的伪逆矩阵，设

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\0 & 2 & 2\\1 & 0 & 1\\1 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

密封线

习题 7，第 7（5）答案见书后

，

燕山大学研究生课程考试试卷

密封线

八．（10 分）设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 均为埃尔米特矩阵（即：$\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{A}$），且 $\boldsymbol{A}$ 正定，证明：$\boldsymbol{AB}$ 的特征值均为实数。

例 3.31