2023 第一次研讨课

学号：2253156　　姓名：闫浩扬

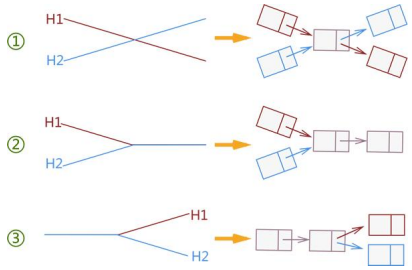
一. 问题一

(一) 题目描述

给定两个单向链表的头指针，判定它们是否相交(为简化问题，假设两个链表均不带环)
1) 请画出链表相交示意图
2) 给出算法思想，并分析时间复杂度
3) 如何求出两个单链表的第一个交点

(二) 理解与分析

这道题考察的是单向链表的知识点，单向链表由于没有索引，仅靠指针链接，所以只可以顺序访问。由于本题单链表不存在环，所以初步推断相交链表可能有以下形式



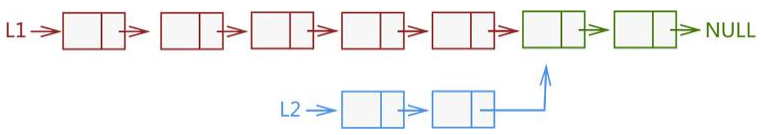
但是通过画图分析可以发现，单链表仅有一个指针，只可以指向一个节点，如果相交，则后续节点也必定重合，所以仅存在②一种情况。而对于这道题，已知两个单向链表（不含环）的头指针，如何判断是否相交，考虑到三种比较有代表性的算法。

1)　暴力遍历

大体思想就是由头指针循环遍历两个链表，判断是否会出现指针指向相同的节点。如果出现，那么记录下第一个，就是相交的第一个节点。但是这样最坏情况需要嵌套循环遍历两个链表，时间复杂度较高，为 $O(n^2)$。

2)　遍历优化

通过图示我们可以发现，如果两个链表相交，则后续节点一定相同，并且后续长度和尾节点都是是相同的，所以我们可以先向右对齐链表，同时比较最后的节点，如果相同则说明相交，记录下长度，再将长链表的指针移动差值个单位，实现对齐，再循环遍历，寻找第一个相交节点。时间复杂度为 O(n).与上述暴力遍历的区别在于，我们在长链中找到了与短链表等长的子链，再循环遍历时，两者的指针可以同时移动，而不是定一动一。



3)　运用栈

要判断尾结点是否相同，我们可以利用栈的“后进先出”特性来简化操作。为此，我们可以创建两个栈，将两个链表中的所有节点地址依次入栈。然后，弹出栈顶元素，并比较它们的地址，以判断它们是否相交。而后，寻找第一个相交节点，只需要依次出栈比较即可，时间复杂度也为 O(n)。

(三) 结构与算法

单链表结构实现：

```
typedef struct Link {
    char elem; //数据域
    struct Link * next; //指针域，指向直接后继元素
}link; //link 为节点名，每个节点都是一个 link 结构体
```

1) 暴力遍历

```
Link* linkOrNo (link * L1, link * L2) {
    link * p1 = L1;
    link * p2 = L2;
        while (p1) //逐个遍历 L1 链表中的各个节点
        {
            //遍历 L2 链表，针对每个 p1，依次和 p2 所指节点做比较
            while (p2) {
               if (p1 == p2) {
                        return p1;
                    }
                    p2 = p2->next;
             }
               p1 = p1->next;
           }
           return NULL;
       }
```

本函数传入两个单链表的头指针，然后使用嵌套循环，一对一比较节点是否相同，如果相同返回第一个相同的节点，如果不同，返回 NULL。

由于存在嵌套循环，时间复杂度为 $O(n^2)$

2) 遍历优化

获取链表长度和尾结点：

```
/* description:  计算链表的长度并返回尾结点
Param    head    用指针形式传入链表的头结点
Param    tail    使用引用形式传出尾结点
return   len     返回链表长度*/
int getLengthAndTail(link* head, link* &tail) {
    int len = 0;
    link* curr = head;
    while (curr) {
        len++;
        if (!curr->next) {
            tail = curr; // 记录尾结点
        }
        curr = curr->next;
    }
    return len;
}
```

本函数使用 while 循环，通过遍历的方法记录链表长度，以及尾结点。

存在一个循环，时间复杂度为 O(n)

判断是否相交并获取首个相交节点：

```
/* description:   通过比较尾结点判断是否相交并获取首个相交节点
Param    L1 L2    用指针形式传入链表的头结点
return            返回首个相交节点
*/
link* linkOrNo (link* L1, link* L2) {
    ---初始化尾结点，并调用上述函数获取长度与尾结点---
```

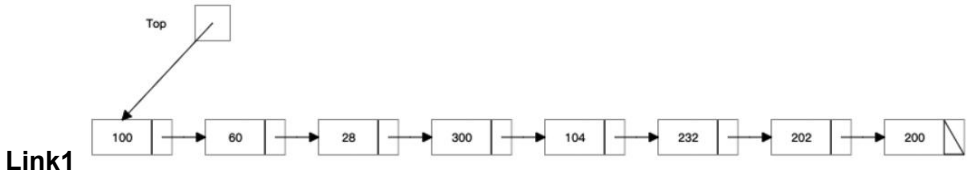
```
    if (尾结点不同) { 返回空 }
    ---不满足 if，说明相交，因此初始化头结点，用于下面遍历寻找首个相交节点---
    int lengthDiff = abs(len1 - len2);      // 计算长度差
    if (len1 > len2) { // 向右对齐
        for (int i = 0; i < lengthDiff; i++)
            p1 = p1->next;
    } else {
        for (int i = 0; i < lengthDiff; i++)
            p2 = p2->next;
    }
    // 遍历链表，找到第一个相交节点
    while (p1 && p2) {
        if (p1 == p2) {
            return p1; // 返回相交节点
        }
        p1 = p1->next;
        p2 = p2->next;
    }
    return NULL; // 如果没有相交节点，返回 NULL
}
```

本函数首先判断是否相交，若相交，则首先根据长度差按尾部对齐，然后创建两个指针，分别指向首个对齐节点，然后同步移动，一一比较，只到找到第一个相同位置，即为首个相交节点。

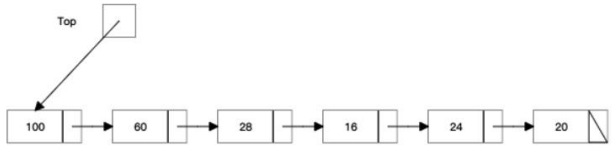
主要时间开销为对齐后遍历链表的循环，时间复杂度为 O(min（len1，len2）)，简化为 O(n).

3) 运用栈

本方法使用栈的思想，首先需要构建栈的数据结构：



Link1



Link2

由上图我们可以看出，通过遍历两个链表将其节点入栈，我们可以实现尾端对齐，这实际上与上一个算法类似，然后我们只需要比较栈顶节点是否相同即可，显然，栈顶元素都为 100，所以两个链表相交。

接下来，我们可以依次出栈，过程如下：link1 pop 60,link2 pop 60,60=60，first=60；link1 pop 28，link2 pop 28，28=28，first=28；link1 pop 300，link2 pop 16，16 != 300，所以首个相交节点最终为 28.

通过上面的过程，我们可以发现时间消耗主要在读入栈（O(n)）以及判定相交后的出栈（O(n)），所以总体的时间复杂度为 O(n).

算法实现：

```
node temp=NULL;  //存第一个相交节点
while(!stack1.empty()&&!stack1.empty())  //两栈不为空
{
    temp=stack1.top();  //存栈顶，即临时的相交节点
    stack1.pop(); //同时出栈并比较
    stack2.pop();
    if(stack1.top()!=stack2.top()){
        break;
    }
}
```

(四) 效率讨论

通过上面的讨论分析，可以清楚地看到，对于暴力破解算法，时间复杂度最高，为 $O(N^2)$,如果想要降低时间复杂度，就需要观察分析单链表其特点，可以发现，如果相交，必定后续节点重合，因此，可以直接判断尾结点，这样就把 n*n 变成了 n+n，时间复杂度降低了一个层次。在算法的具体实现上，较为灵活，我们可以直接通过循环，也可以使用有相似特点的栈来实现。

同时，本题还要考虑找到第一个相交节点，就不能简单地遍历到末尾，还需要存储一些变量来帮助接下来的查找。

优化：经过网络搜索，发现还可以使用哈希表存储出现的地址，然后在比较两者字典是否相同。

二. 问题二

(一) 题目描述

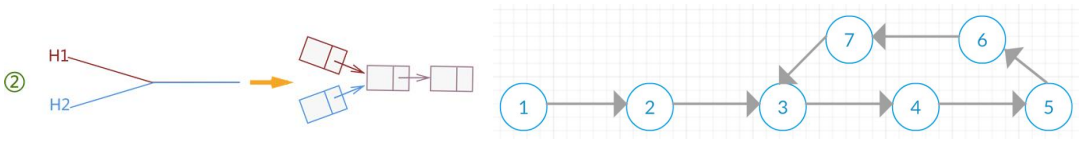
如何判断一个单链表内是否有环?若有环，找到入环的第一个节点。

(二) 理解与分析

本题让我们判断单链表是否带环，并且找到环的入口点。对于这个问题，首先分析带环单链表的结构，可以发现单链表仅可以带一个环。带环->带圆->首尾相接->可以循环。由此生发出几个较为典型的思路。

1) 判断相交

受上题的启发，我们可以发现，如果两个单链表相交，那么会出现三个端点，两个头结点和一个尾结点，如果将任意一个头结点与尾结点连接，那么就形成了一个带环单链表。可以使用这个思路判断相交来判断成环，或者在判定成环后劈开，调用上面的算法获取入环节点。



2) 穷举遍历

因为带环的单链表可以循环回来，在遍历的过程中总会遇到之前访问过的节点。

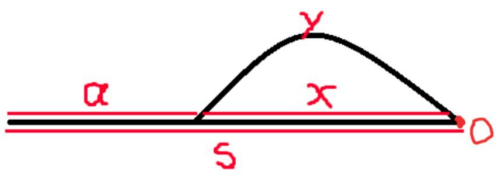
所以采取穷举遍历法，思路：首先从头节点开始，依次遍历单链表的每一个节点。每遍历到一个新节点，就从头节点重新遍历新节点之前的所有节点，用新节点 ID 和此节点之前所有节点 ID 依次作比较。如果发现新节点之前的所有节点当中存在相同节点 ID，则说明该节点被遍历过两次，链表有环；如果之前的所有节点当中不存在相同的节点，就继续遍历下一个新节点，继续重复刚才的操作。

但是穷举遍历，需要每次都从头结点循环，效率有些低。

3) 快慢指针法

受跑圈问题启发，单链表带环，形似跑道，我们可以定义两个指针，一个 fast，每次走两步，一个 slow，每次走一步，经过一段时间，两个指针都会进入环中并且不会出来，由于 fast 比 slow 快，所以经过若干回合，fast 总会追上 slow，就说明单链表带环。

下面进行数学验算。相遇点记为 0，慢指针已走的环路程记为 x，环剩下的路程记为 y。设 slow 在相遇前走了 s 步，则 fast 走了 2s 步，设环长为 r，有 2s=s+nr，即 s=nr。由上图可知 a+x=s，x+y=r，而我们的目标是找到 a 的位置。a+x=s=nr=(n-1)r+r=(n-1)r+y+x，则 a=(n-1)r+y，从链表头和相遇点 0 分别设一个指针，每次各走一步，这两个指针必定相遇，且相遇的第一个点为环入口点。



4) Set 集合大小变化

用 set 遍历链表，把节点放入 set 里，每次访问下个节点时，如果 set 长度不变，则跳出，说明有环。否则 set 长度+1，继续遍历。该方法时间复杂度是 O（N），空间复杂度上因为需要额外等数量的存储空间，所以空间复杂度是 O（n）.

(三) 逻辑结构与代码

```
// 创建一个有环的链表作为示例
    LinkNode * head = new LinkNode(1);
    LinkNode * second = new LinkNode(2);
    LinkNode * third = new LinkNode(3);
    head->next = second;
    second->next = third;
    third->next = second; // 创建环
```

1) 穷举遍历法

```
bool hasCycle(LinkNode * head) {
    LinkNode * current = head;
    while (current) {
        LinkNode * runner = head;
        // 遍历当前节点之前的所有节点，查看是否有相同的节点
        while (未发现相同节点) {
            if (runner == current->next)
                return true; // 发现相同节点，链表有环
            runner = runner->next;
        }
        current = current->next;
    }
    return false;
}
```

原理同前，由于嵌套循环，算法的时间复杂度是 0+1+2+3+…+(D+S-1) = (D+S-1)*(D+S)/2
时间复杂度为 $O(n^2)$.

2) 快慢指针法

判断是否有环：

```
/**
 * 判断单链表是否存在环
 * @param head
 * @return
 */
boolean isLoopList(link* head){
          link* slow, fast;
          //使用快慢指针，慢指针每次向前一步，快指针每次两步
          slow = fast = head;
          while(fast 不空并且 fast.next 不空){
                    slow = slow.next;
                    fast = fast.next.next;
                    //两指针相遇则有环
                    if(slow == fast)
                         return true;
          }
          return false;
}
```

原理同前，时间复杂度为 O(n)

找到入口点：

```
/**
 * 找到有环链表的入口
 * @param head
 * @return
 */
Link * findEntrance (Link * head){
```

```
        ---找环操作，同上---
        //一个指针从链表头开始，一个从相遇点开始，每次一步，再次相遇的点即是入口节点
        if(存在环){
                slow = head;
                while(fast 不空并且 fast.next 不空){
                        //两指针相遇的点即是入口节点
                        if(slow == fast){
                                return slow;
                        }
                        slow = slow.next;
                        fast = fast.next;
                }
        }
        return null;
}
```

原理同前，时间复杂度为 O(n). 相较于穷举快速了不少。

3) Set 集合大小变化

set 是 C++标准库中的一个关联容器，它是一个有序集合，用于存储一组唯一的元素。我们也可以通过自定义结构来实现。

```
bool hasCycle(LinkNode* head) {
    std::set<LinkNode*> visitedNodes;//使用 set 集合储存已访问数据
    LinkNode* current = head;
    while (current) {
        if (visitedNodes.find(current) != visitedNodes.end()) {
            // 如果当前节点已经在集合中，说明存在环
            return true;
        }
        visitedNodes.insert(current); //不存在则插入集合
        current = current->next;
    }
    // 如果链表遍历结束都没有发现环，则链表无环
    return false;
}
```

原理同前，主要使用了 set 有序集合的特点，时间复杂度为 O(n).

(四) 效率讨论

通过上述几种方法，实现了判断单链表是否有环并且找到环的入口的功能。比较这几种方法，可以发现穷举遍历的时间复杂度为 $O(N^2)$,为时间开销最大的，这是因为它采取一种两个两个相互比较的形式。而其他方法，最具技巧性的就是快慢指针法，它利用了环的循环结构，通过快慢指针相遇判断是否存在环以及环入口的定位操作。另一种则采用了 set 集合，通过比较元素是否已包含来判断是否含环，类似于哈希表，这两个的时间复杂度都为 O(N),因为他们的链表遍历都是同步的。

三. 问题三

(一) 题目描述

开放性题目：医院看病排队管理，不考虑急诊。

(二) 理解与分析

本题和银行排队有些类似，并且不用考虑急诊，不存在优先级问题。如果不考虑特殊情况，这个系统应该满足的基本操作有入队，出队，查询操作。所以打算使用队列来实现。

另外，医院有不同科室，同一科室又有不同医生，所以本题采用一般性描述，存在三个科室，每个科室又有两个医生，假设患者选择随机，分配医生时，优先分配到短队列。

所以，本系统需要实现功能如下：患者的创建与入队，包含患者所选择的科室，按照患者选择的科室再分配医生，将其入队；患者就诊：通过叫号命令将患者出队就诊；患者查询：根据患者的编号查询所在科室与前面人数。

(三) 逻辑结构与算法

对于这种问题，在实际情况下变动较多，很有可能由于技术政策变化（疫情，预约排队）需要修改，所以使用面向对象的思想将很有助于系统的迭代升级，因此，创建患者结构体，存放患者编号，以及要看的科室信息；创建医院队列类，用于存放队列信息。同时，为了方便，使用 STL 库中的 vector 和 queue 来模拟。

以下为算法实现:

患者结构体：

```
struct Patient {
    string name;
    int department; // 科室编号，0 表示第一科室，1 表示第二科室，2 表示第三科室
    int doctor;     // 医生编号，0 表示第一个医生，1 表示第二个医生
    Patient* next;
    Patient(const string& n, int d, int doc) : name(n), department(d), doctor(doc), next(NULL) {}
};
```

队列实现：

```
class LinkedListQueue {
private:
    Patient* front;
    Patient* rear;
public:
    LinkedListQueue() : front(NULL), rear(NULL) {} //初始化队首队尾
    void enqueue(const string& name, int department, int doctor) { //入队
        Patient* patient = new Patient(name, department, doctor);  //创建节点
        if 判空处理
        else {  加到队尾    }
    bool dequeue(string& name, int& department, int& doctor) {   //出队
          ---判空---
       -----------
        front = front->next;
        ---判空---
        delete patient;
    }
    bool isEmpty() const { 判空 }
    ~LinkedListQueue() {  释放队列  }
};
```

> 入队出队判空函数的时间复杂度均为 O(1)，因为只执行常数时间的操作。

医院排队实现：

```
class HospitalQueue {
private:
    LinkedListQueue patientQueues[3][2];   //三个科室，每个科室两个医生
    int selectDoctor(int department) { 选择医生，按照医生队列长度，优先选取人数少的 }
public:
    HospitalQueue() { 动态内存申请，为每一个医生创建一个队列  }
    void enqueuePatient(const string& name, int department) {  //患者入队
        int selectedDoctor = selectDoctor(department); //获取选择医生与诊室
        patientQueues[department][selectedDoctor].enqueue(name, department, selectedDoctor);
        输出相关提示
    }
    void treatNext () {   //接诊下一个病人
        for (int department = 0; department < 3; ++department) {
            for (int doctor = 0; doctor < 2; ++doctor) {
                string name;
                int dep, doc;
                if (出队成功) { 输出相关提示 }
            }
        }
    }
```

```
    void queryPatient(int department, const string& name) { //查找病人，并获得前面等待人数
          按照科室以及病人姓名查找，返回就诊医生和前面等待人数。
          采用方法为遍历队列的方法。
    }
};
```

enqueue 将患者入队操作依赖 LinkedListQueue 决定，时间复杂度为 O(1)

treatNext 接诊各个诊室的患者操作实际为将三个科室 6 个医生的队首元素出队，O(3*2)为常数时间，所以时间复杂度为 O(1).

queryPatient 方法根据科室遍历两个医生，最坏情况需要遍历两个队列，时间复杂度为 O(n).

运行效果如下图：

```
患者1 已入队，等待就诊。就诊科室：1，医生编号：1
患者2 已入队，等待就诊。就诊科室：1，医生编号：2
患者3 已入队，等待就诊。就诊科室：1，医生编号：1
患者4 已入队，等待就诊。就诊科室：2，医生编号：1
患者5 已入队，等待就诊。就诊科室：2，医生编号：2
患者3 在科室 1，前面有 1 人等待。
患者6 已入队，等待就诊。就诊科室：2，医生编号：1
患者7 已入队，等待就诊。就诊科室：3，医生编号：1
患者8 已入队，等待就诊。就诊科室：3，医生编号：2
患者8 在科室 3，前面有 1 人等待。
患者9 已入队，等待就诊。就诊科室：1，医生编号：1
患者10 已入队，等待就诊。就诊科室：3，医生编号：1
患者11 已入队，等待就诊。就诊科室：3，医生编号：1
患者10 在科室 3，前面有 1 人等待。
患者12 已入队，等待就诊。就诊科室：2，医生编号：1
请 患者1 就诊，所在科室：1，医生编号：1
请 患者2 就诊，所在科室：1，医生编号：2
请 患者4 就诊，所在科室：2，医生编号：1
请 患者5 就诊，所在科室：2，医生编号：2
请 患者11 就诊，所在科室：3，医生编号：1
请 患者8 就诊，所在科室：3，医生编号：2
没有患者等待就诊。
```

(四) 效率讨论

这道题考察队列的实际应用，尽管考虑了许多因素，但是还是理想化了许多现实因素，例如终止离开，看病时长等。此外，由于医院人流量大，对于算法的复杂度要求要高很多，而上述算法利用队列，使得病人“FIFO”，时间复杂度也都在 O(n)及以下，效率较高。

另外，之所以采用链表队列是由于链表利于动态内存申请，并且方便增删改操作。此外，我尝试使用了面向对象的方法，便于后续优化等。