第 9 章练习

1.设集合 $S=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$，x_i 出现的概率为 $0<p_i<1$，$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$。试设计一个算法，按 S 的分布概率随机选择 S 中的一个元素。

2.设计概率算法，求解 $365!/(340!.365^{25})$。

3.设计一个 Las Vegas 随机算法，求解电路板布线问题。将该算法与分枝限界算法结合，观察求解效率。

4.判断正误：

(1)Las Vegas 算法不会得到不正确的解。(　　)

(2)Monte Carlo 算法不会得到不正确的解。(　　)

(3) Las Vegas 算法总能求得一个解。(　　)

(4) Monte Carlo 算法总能求得一个解。(　　)

5.设 Las Vegas 算法获得解的概率为 $p(x)\geqslant\delta$, $0<\delta<1$，则调用 k 次算法后，获得解的概率为：__________。

6. 对判定问题∏的 Monte Carlo 算法，当返回 false(true)时解总是正确的,但当返回 true(false)时解可能有错误,该算法是__________。

(1)偏真的 Monte Carlo 算法(2)偏假的 Monte Carlo 算法

(3)一致的 Monte Carlo 算法(4)不一致的 Monte Carlo 算法

7. 判断正误：

（1）一般情况下,无法有效判定 Las Vegas 算法所得解是否肯定正确。(　　)

（2）一般情况下，无法有效判定 Monte Carlo 算法所得解是否肯定正确。(　　)

（3）虽然在某些步骤引入随机选择，但 **Sherwood 算法**总能求得问题的一个解，且所求得的解总是正确的。 ( )

（4）虽然在某些步骤引入随机选择，但 **Sherwood 算法**总能求得问题的一个解，但一般情况下，无法有效判定所求得的解是否正确。( )

第 10 章练习

1. 装箱问题：任给 n 件物品，物品 j 的重量为 w_j，$1\leqslant j\leqslant n$，限制每只箱子装入物品的总重量不超过 B，这里 B 和 w_j 都是正整数，且 $w_j\leqslant B$，$1\leqslant j\leqslant n$。要求用最少的箱子装入所有物品，怎么装法？

考虑下述近似算法-首次适合算法(FF)：按照输入顺序装物品，对每一件物品，依次检查每一只箱子，只要能装得下就把它装入，只有在所有已经打开的箱子都装不下这件物品时，才新打开一只箱子。证明，FF 是 2-近似算法，即任给实例 I，$FF(I)\leqslant 2OPT(I)$。

2.设无向图 $G=\langle V,E\rangle$，$V_1\cup V_2=V$，$V_1\cap V_2=\phi$，称$(V_1,V_2)=\{(u,v)\mid(u,v)\in E$，且 $u\in V_1,v\in V_2\}$是 G 的割集，(V_1,V_2)中的边称为割边，不在(V_1,V_2)中的边称作非割边。

求最大割集问题：任给无向图 $G=\langle V,E\rangle$，求 G 的边数最多的割集。考虑下述求最大割集问题的局部改进算法 MCUT：令 $V_1=V$，$V_2=\phi$。如果存在顶点 u，在 u 关联的边中非割边多于割边，如果 $u\in V_1$，则把 u 移到 V_2中；如果 $u\in V_2$，则把 u 移到 V_1中，直到不存在这样的顶点为止，取此时得到的(V_1,V_2)作为解。

证明：MCUT 是 2-近似算法，即对任一实例 I，$OPT(I)\leqslant 2MCUT(I)$。

3*. 双机调度问题：有 2 台相同的机器和 n 项作业 $J_1, J_2, \cdots, J_n$，每一项作业可以在任一台机器上处理，没有顺序限制，作业 J_i 的处理时间为正整数 t_i，$1 \leqslant i \leqslant n$。要求把 n 项作业分配给这 2 台机器使得完成时间最短，即把 $\{1, 2, \cdots, n\}$ 划分为 I_1 和 I_2，使得 $\max\{\sum_{i \in I_1} t_i, \sum_{i \in I_2} t_i\}$ 最小。

令 $D=\left\lfloor \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} t_i \right\rfloor$，$B(i)=\{t \mid t=\sum_{i \in S} t_i \le D, S \subseteq \{1,2,\ldots,i\}\}$，$0 \leqslant i \leqslant n$。B(i)包含所有前 i 项作业中任意项(可以是 0 项)作业的处理时间之和，只要这个和不超过所有作业处理时间之和的 1/2。

试给出关于 B(i)的递推公式，并利用这个递推公式设计双机调度问题的伪多项式时间算法，进而设计这个问题的完全多项式时间近似方案。

4.复习顶点覆盖问题的近似算法及其证明。

5.判断正误

(1)旅行商问题存在多项式时间近似方案。(   )

(2)0/1 背包问题存在多项式时间近似方案。(   )

(3) 0/1 背包问题的贪心算法(单位价值高优先装入)是绝对近似算法。(   )

(4)多机调度问题的贪心近似算法(按输入顺序将作业分配给当前最小负载机器)是ε-近似算法。(   )

第 11 章练习

1. 设旅行商问题的解表示为 D=F={S|S=(i_1, i_2, …, i_n), i_1, i_2, …, i_n是1,2,…,n 的一个排列},邻域定义为 2-OPT，求 s=(3,1,2,4)的邻域 N(s)。

2. 0/1 背包问题的解 X=(x_1, x_2, …, x_n)， x_i∈{0,1}，邻域定义为 N(x)={Y| $\sum_{i=1}^{n}|y_i-x_i|\le 1$}，X=(1,1,0,0,1)，求 N(X)。

3. 写出禁忌搜索算法的主要步骤。

4. 禁忌对象特赦可以基于影响力规则：即特赦影响力大的禁忌对象。影响力大什么含义？举例说明该规则的好处。

5. 判断正误

(1)禁忌搜索中，禁忌某些对象是为了避免邻域中的不可行解。(　　)

(2)禁忌长度越大越好。(　　)

(3)禁忌长度越小越好。(　　)

6.写出模拟退火算法的主要步骤。

7.为避免陷入局部最优(小)，模拟退火算法以概率 $\exp(-\Delta f_{ij}/t_k)$接受一个退步(比当前最优解差的)的解，以跳出局部最优。试说明参数 t_k、Δf_{ij}对是否接受退步解的影响。

8.下面属于模拟退火算法实现的关键技术问题的有____________。

(1)初始温度　(2)温度下降控制　(3)邻域定义　(4)目标函数

9.用遗传算法解某些问题，fitness=f(x)可能导致适应函数难以区分这些染色体。请给出一种解决办法？

10.用非常规编码染色体实现的遗传算法，如 TSP 问题使用 1,2,…,n 的

排列编码，简单交配会产生什么问题？如何解决？

11.下面属于遗传算法实现的关键技术问题的有___________。

(1)解的编码　(2)初始种群的选择　(3)邻域定义　(4)适应函数