第五章动态规划练习

一、　习题五：1,2,3(要求 T(n)优于 $O(4^n)$),4

二、

1. 设 $A=\langle x_1,x_2,\ldots,x_n\rangle$是 n 个不等的整数构成的序列，A 的一个单调递增子序列是序列$\langle x_{i1},x_{i2},\ldots,x_{ik}\rangle$，$i_1<i_2<\ldots<i_k$，且 $x_{i1}<x_{i2}<\ldots<x_{ik}$，子序列含有 k 个整数。例如，A=<1,5,3,8,10,6,4,9>，它的长度为 4 的递增子序列是：<1,5,8,10>，<1,5,8,9>,……。设计一个算法，求 A 的一个最长的单调递增子序列，分析算法的时间复杂度。对输入实例 A=<2,8,4,-4,5,9,11>，给出算法的计算过程和最后的解。

2. 有 n 项作业集合 J={1,2,3,…n}，每项作业 i 的加工时间为 t(i)，$t(1)\leqslant t(2)\leqslant\cdots\leqslant t(n)$，获得收益 v(i)，任务的结束时间为 D。一个可行的调度是对 J 的子集 A 中任务的一个安排，对于 $i\in A$，f(i)是开始时间，满足：

$$f(i)+t(i)\leqslant f(j)\text{或}f(j)+t(j)\leqslant f(i),\ j\neq i,\ i,j\in A;\ \sum_{k\in A}t(k)\leq D$$

设机器从 0 时刻启动，只要有作业就不闲置，求具有最大效益的调度。给出算法和复杂度分析。

3. 设 A 是顶点为 1,2,…n 的凸多边形，可以用不在内部相交的 n-3 条对角线将 A 划分成三角形，如下图是 5 边形的所有划分方案。假设凸 n 边形的边及对角线的长度 d_{ij} 都是给定的正整数，$1\leqslant i<j\leqslant n$，划分后三角形 ijk 的权值等于其周长。求具有最小权值的划分方案，设计一个动态规划算法求解这个问题，分析算法复杂度。（提示：参考矩

阵连乘问题）。