算法设计与分析期末部分考题答案

1. 贪心算法和动态规划算法有什么共同点和区别？它们都有那些优势和劣势？

共通点：动态规划和贪心算法都是一种递推算法 ，均有局部最优解来推导全局最优解

区别：贪心算法中，作出的每步贪心决策都无法改变，每一步的最优解一定包含上一步的最优解，而上一部之前的最优解则不作保留。

动态优化算法，全局最优解中一定包含某个局部最优解，但不一定包含前一个局部最优解，因此需要记录之前的所有最优解

动态规划算法利用子问题重叠性质，对每一个子问题只计算一次，将其解保存在一个表格中。不同的子问题个数随着输入问题的规模呈多项式增长，因此，动态规划算法通常只需要多项式时间，从而获得较高的解题效率。但它需要计算之前所有情况花费，更加耗费空间。

贪心算法所作的选择依赖于以往所作过的选择,但决不依赖于将来的选择,这使得算法在编码和执行过程中都有一定的速度**优势**。**贪心算法**是只是找局部最优解，不一定是全局最优解。

2. 试比较回溯法与分枝限界算法，分别谈谈这两个算法比较适合的问题？

二者都是在解空间树里搜索问题的可靠解或最优解，但是搜索的方式不同，回溯法采用深度优先的方式，直到达到问题的一个可行解，或经判断沿此路径不会达到问题的可行解或最优解时，停止向前搜索，并沿原路返回到该路径上最后一个还可扩展的节点，然后，从该节点出发朝新的方向纵深搜索。分枝限界法采用的是宽度优先的方式，它将活节点存放在一个特殊 的表中，其策略是，在扩展节点处，首先生成其所有的儿子节点，将那些导致不可行解或导致非最优解的儿子节点舍弃，其余儿子节点加入活节点表中，然后，从活节点中取出一个节点作为当前扩展节点，重复上述节点中扩展过程。可以看出，回溯法一般用于求问题的一个可行解，而分枝限界可以用于求出问题的所有可行解。

3. 何谓最优化原理？采用动态规划算法必须满足的条件是什么？动态规划算法是通过什么问题的什么特性提高效率的？

一个最优化策略的子策略总是最优的。一个问题满足最优化原理又称其具有最优子结构性质。最优子结构性质，子问题重叠性质是计算模型采用动态规划算法求解的两个基本要素。

动态规划算法利用子问题重叠性质，对每一个子问题只计算一次，将其解保存在一个表格中。不同的子问题个数随着输入问题的规模呈多项式增长，因此，动态规划算法通常只需要多项式时间，从而获得较高的解题效率

4. 什么是多项式时间算法？

若存在一个常数C，使得对于所有n>=0，都有|f(n)| <= C*|g(n)|，则称函数f(n)是O(g(n))。时间复杂度是O(p(n))的算法称为多项式时间算法，这里p(n)是关于n的多项式。

时间复杂度为O(nlog(n))、O(n^3)的算法都是多项式时间算法，时间复杂度为O(n^log(n))、O(n!)、O(2^n)的算法是指数时间算法。

一个优化问题如果已经找到了多项式时间算法，则称该问题为多项式时间可解问题，并将这类问题的集合记为P，因此多项式时间可解问题就称为P类问题。。

5. 多项式时间确定性算法与多项式时间非确定性算法的主要区别是什么？

在算法计算复杂性的研究中，一个算法如果存在图灵机可计算的多项式时间计算复杂性算法，就将这个算法归入 P 类，如果存在非确定性图灵机可计算的多项式时间计算复杂性算法，就将其归入 NP 类

6. 陈述算法在最坏情况下的时间复杂度和平均时间复杂度；这两种评估算法复杂性的方法各自有什么实际意义？

最坏时间复杂度式算法在最差情况下的时间复杂度，也就是花费时间最多的情况。平均时间复杂度是因为它是期望的运行时间。它更有意义，现实中，平均运行时间很难通过分析得到，一般都是通过运行一定数量的实验数据后估算而来的。而最坏运行时间是一种保证，那就是运行时间不会再坏了。在应用中，这是最重要的需求，通常我们提到的运行时间都是最坏情况下的运行时间，时间复杂度是最坏情况下的时间复杂度。

7. 在对算法进行复杂性分析时，强调渐进复杂性的意义是什么？

当问题的规模 n 趋向无穷大时，影响算法效率的重要因素是 T(n)的数量级，而其他因素仅是使时间复杂度相差常数倍。使用渐进表达式可以略去低阶项所留下的主项，更加简单。

P11

8. 在对算法进行复杂性分析时，时间复杂度用什么量反映的？其间做了什么假定？复杂性函数的渐进上界反映了复杂性函数的什么性质？

通常我们提到的运行时间都是最坏情况下的运行时间，时间复杂度是最坏情况下的时间复杂度

我们假定 N 充分大，渐近上界也反映了复杂性函数在 N 充分大的情况下复杂性的上界

9. 什么是 NPC 问题？证明一个问题是 NPC 问题一般采用哪几个步骤？

第一，证明该问题是 NP 问题

第二，选 取一个已知的 NPC 问题

第三，构造一个从二中的问题到题目中问题的变换

第四，证明这个变换是多项式变换

10. 已知求解问题的两个算法的时间复杂性函数分别为和。现在有两台计算机，它们的速度比为 64。如果采用算法，计算机求解问题的一个实例所用的时间为，那么，采用算法时，计算机能够在时间内求解问题的多大输入规模的实例？

解决这类问题，只要列出式子即可

11.在连通图无向图的宽度优先搜索树和深度优先搜索树中，哪棵树的最长路径可能会更长些？试说明你的理由。

宽度优先搜索树可能会长些

12.确定性图灵机模型与非确定性图灵机模型的主要区别在那里？确定性图灵机模型下算法的时间复杂度和空间复杂度指的是什么？

二者的区别就在于，确定性的每一步只有一种选择，而非有多种选择，由些可见，非的计算能力比确定性强得多。

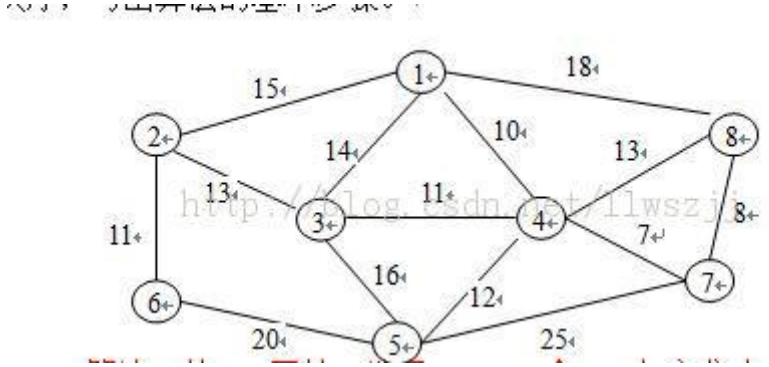
时间复杂性即从开妈直至进入停机状态所运行的步数，同理空间复杂度

13.归并排序算法和快速排序算法各自强调了那个方面？各自提高效率的策略是什么？

归并由分解与合并两部分组成。提高的话一个是当元素比较少时，可以直接进行排序，比如插入排序。这比分解合并要快得多。二是尽量采用链表结构，因链表结构的移动要快于数组

快排也是利用分治法排序。主要过程为划分。一些改进的方法在确定第 K 小元素时，就是将 r 个元素分为一段这种方法复杂性可达到 O（n）

二．（20 分）试用 Prim 算法求解下面无向赋权图的最小生成树，指出最小生成树及该树中各边被选中的先后次序；写出算法的基本步骤。



解：根据 Prim 算法，从 V1 开始，选择 10　V1 和 V4 加入集合

找出集合中顶点相邻的最小权值点 V7 加入集合

依次为 V 1 V4 V7 V8 V3V5 V2 V6

基本步骤：从第一个结点开始，加入集合 A

每次选择 A 中顶点与 A 外的顶点权值最小的顶点，加入集合 A

直到集合 A 包含所有顶点

三．（20 分）用 LC－分枝限界算法求解 0/1 背包问题：，物品重量和价值分别是：

w=(2,3,4,6,9)　p=(8,9,10,12,18)

1.画出由算法生成的状态空间树，并标明各节点的优先级的值；

2.给出各节点被选作当前扩展节点的先后次序；

3.给出最优解。

解：30

具体步骤就不写了

四． （20 分）已知一组数满足，且被搜索的对象的概率分布是：

$$a_0=0.1,\ a_1=0.01,\ a_2=0.02,\ a_3=0.04,\ a_4=0.03,\ a_5=0.2$$
$$b_1=0.15,\ b_2=0.05,\ b_3=0.075,\ b_4=0.25,\ b_5=0.075$$

其中 a 表示被搜索对象在区间内的概率，b 表示被搜索对象为的概率，

使用动态规划算法求该搜索问题的最优二叉搜索树。

解：各子树的根：

1 1 1 4 4

0 2 3 4 4

0 0 3 4 4

0 0 0 4 4

0 0 0 0 5

最优二叉树结构：

k4 是根

k1 是 k4 的左孩子

d0 是 k1 的左孩子

k3 是 k1 的右孩子

k2 是 k3 的左孩子

d1 是 k2 的左孩子

d2 是 k2 的右孩子

d3 是 k3 的右孩子

k5 是 k4 的右孩子

d4 是 k5 的左孩子

d5 是 k5 的右孩子

0.1	0.37	0.54	0.89	1.645	2.425
0	0.01	0.11	0.345	0.85	1.63
0	0	0.02	0.195	0.64	1.42
0	0	0	0.04	0.39	1.17
0	0	0	0	0.03	0.535
0	0	0	0	0	0.2

五. (20 分) 假定已知“无向图的 Hamilton 回路”问题是 NPC 问题，证明“旅行商判定问题”也是 NPC 问题。

解：首先，旅行商问题是 NP 的，因为对其解的任一猜想，要检验它是否是最优的，需要同所有其它 的环游戏比较，这样的环游会有指数个，因而不可能 在多项式时间内完成

考虑图的哈密顿回路问题，已知无向图 G |V|=n,构造其对应的旅行商问题为

Dij={1,if（vi,vj）属于边，2，否则}

显然，这一变换可以在多项式时间内完成，而且，G 有哈回路的充分必要条件是上述构建的旅行商问题有解，且解对应的路长度为 N，因为，若 G 中不含哈回路，则路长至少为 n+1 因为已知哈回路问题是 NPC 问题，并且上述变换为多项式变换，所以旅行商问题也为 NPC 问题