

第八章问题复杂度与 NP 完全性练习

一、 习题八 1*, 2 (讲义提示限制 $|C|=2$, 则该问题变成 VC 不准确, 因为集合与图不是一个东西, 需建立 VC 到该问题的映射, 并证明“充分必要”), 3 (本题不全, 需增加: 以及 n 维列向量 C , 整数 D , 使得 $AX \leq b$, 且 $C^T X \geq D$), 5, 6, 7, 8

6. 改为: 已知 Hamilton 圈问题是 NPC 问题, 证明 TSP 判定问题是 NPC 问题。

7. 增加一句话: 但不是 NP-C 问题。

二、

1. 对于给定的 $x \neq 0$, 求 n 次多项式 $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ 的值。

(1) 设计一个最坏情况下时间复杂度为 $\Theta(n)$ 的求值算法。

(2) 证明任何求值算法的时间复杂度都是 $\Omega(n)$ 。

2. 写出下列优化问题对应的判定问题:

(1) 最长回路问题: 任给无向图 G , 求 G 中一条最长的初级 (即顶点不重复的) 回路。

(2) 图的着色问题: 任给无向图 $G = \langle V, E \rangle$, 给 G 的每一个顶点涂一种颜色, 要求任一条边的两个端点的颜色都不相同。如何用最少的颜色给 G 的顶点着色? 即求映射 $f: V \rightarrow Z^+$, 满足条件任给 $(u, v) \in E$, $f(u) \neq f(v)$, 且使 $|\{f(u) \mid u \in V\}|$ 最小。

3. 证明 2. 中的判定问题属于 NP。