



中国科学院大学

University of Chinese Academy of Sciences

计算机算法设计与分析

083500M01001H

考试后作业

2022 年 12 月 19 号

Professor: 刘玉贵



学生: 周胤昌

学号: 202228018670052

学院: 网络安全学院

所属专业: 网络安全

方向: 安全协议理论与技术

Problem 1

设计一个 Las Vegas 随机算法, 求解电路板布线问题. 将该算法与分支限界算法结合, 观察求解效率.

Solution: 该算法的设计核心是: 采用随机放置位置策略并结合分支限界算法. 算法的 C++ 代码如下所示:

```
1  #include <bits/stdc++.h> //万能头文件, 刷题时可以用, 大型项目千万不能用
2  using namespace std;
3
4  //表示方格位置上的结构体
5  struct position{
6      int row;
7      int col;
8  };
9
10 //分支限界算法
11 bool FindPath(
12     position start, position finish, int &PathLen,
13     position *&path, int **grid, int m, int n
14 ) { //找到最短布线路径, 若找得到则返回 true, 否则返回 false
15     //起点终点重合则不用布线
16     if((start.row == finish.row) && (start.col == finish.col)) {
17         PathLen = 0;
18         return true;
19     }
20
21     //设置方向移动坐标值: 东南西北
22     position offset[4];
23     offset[0].row = 0;
24     offset[0].col = 1; //右移
25     offset[1].row = 1;
26     offset[1].col = 0; //下移
27     offset[2].row = 0;
28     offset[2].col = -1; //左移
29     offset[3].row = -1;
30     offset[3].col = 0; //上移
31
32     int NumNeighBlo = 4; //相邻的方格数
33     position here, nbr;
34     here.row = start.row; //设置当前方格, 即搜索单位
35     here.col = start.col;
36     //由于 0 和 1 用于表示方格的开放和封闭, 故距离: 2-0 3-1
37     grid[start.row][start.col] = 0; //-2 表示强, -1 表示可行, -3 表示不能当作路线
38     //队列式搜索, 标记可达相邻方格
39     queue<position> q_FindPath;
```

```

1  do {
2      int num = 0; //方格未标记个数
3      position selectPosition[5]; //保存选择位置
4      for(int i = 0; i < NumNeighBlo; i++) {
5          //到达四个方向
6          nbr.row = here.row + offset[i].row;
7          nbr.col = here.col + offset[i].col;
8          if(grid[nbr.row][nbr.col] == -1) { //该方格未标记
9              grid[nbr.row][nbr.col] = grid[here.row][here.col] + 1;
10             if((nbr.row == finish.row) && (nbr.col == finish.col)) {
11                 break;
12             }
13             selectPosition[num].row = nbr.row;
14             selectPosition[num].col = nbr.col;
15             num++;
16         }
17     }
18     if(num > 0) { //如果标记，则在这么多个未标记个数中随机选择一个位置（本算法核心）
19         q_FindPath.push(selectPosition[rand()%(num)]); //随机选一个入队
20     }
21     if((nbr.row == finish.row) && (nbr.col == finish.col)) {
22         break; //是否到达目标位置 finish
23     }
24     //判断活结点队列是否为空
25     if(q_FindPath.empty() == true) return false; // 无解
26     //访问队首元素出队
27     here = q_FindPath.front();
28     q_FindPath.pop();
29 } while (true);
30
31 //构造最短布线路径
32 PathLen = grid[finish.row][finish.col];
33 path = new position[PathLen]; //路径
34 //从目标位置 finish 开始向起始位置回溯
35 here = finish;
36 for(int j = PathLen - 1; j >= 0; j--) {
37     path[j] = here;
38     //找前驱位置
39     for(int i = 0; i <= NumNeighBlo; i++) {
40         nbr.row = here.row + offset[i].row;
41         nbr.col = here.col + offset[i].col;
42         if(grid[nbr.row][nbr.col] == j) { //距离 +2 正好是前驱位置
43             break;
44         }
45     }
46     here = nbr;
47 }
48 return true;
49 }

```

```

1  int main() {
2      cout << "-----分支限界算法之布线问题-----" << endl;
3      int path_len, path_len1, m, n;
4      position *path, *path1, start, finish, start1, finish1;
5      cout << " 在一个 m*n 的棋盘上, 请分别输入 m 和 n, 代表行数和列数, 然后输入回车" << endl;
6      cin >> m >> n;
7      //创建棋盘格
8      int **grid = new int * [m + 2], **grid1 = new int * [m + 2];
9      for(int i = 0; i < m + 2; i++) {
10         grid[i] = new int[n + 2];
11         grid1[i] = new int[n + 2];
12     }
13     //初始化棋盘
14     for(int i = 1; i <= m; i++) {
15         for(int j = 1; j <= n; j++) {
16             grid[i][j] = -1;
17         }
18     }
19     //设置方格阵列的围墙
20     for(int i = 0; i <= n + 1; i++) {
21         grid[0][i] = grid[m + 1][i] = -2; //上下的围墙
22     }
23     for(int i = 0; i <= m + 1; i++) {
24         grid[i][0] = grid[i][n + 1] = -2; //左右的围墙
25     }
26     cout << " 初始化棋盘格和加围墙" << endl;
27     cout << "-----" << endl;
28     for(int i = 0; i < m + 2; i++) {
29         for(int j = 0; j < n + 2; j++) {
30             cout << grid[i][j] << " ";
31         }
32         cout << endl;
33     }
34     cout << "-----" << endl;
35     cout << " 请输入已经占据的位置 (行坐标, 列坐标), 代表此位置不能布线" << endl;
36     cout << " 例如输入 2 2(然后输入回车), 表示坐标 (2,2) 不能布线;" <<
37     " 当输入坐标为 0 0(然后输入回车) 表示结束输入" << endl;
38     //添加已经布线的棋盘格
39     while(true) {
40         int ci, cj;
41         cin >> ci >> cj;
42         if(ci > m || cj > n) {
43             cout << " 输入非法!";
44             cout << " 行坐标 <" << m << ", 列坐标 <" << n << " 当输入的坐标为 0,0 时结束输入"
45             << endl;
46             continue;
47         } else if (ci == 0 || cj == 0) {
48             break;
49         } else {
50             grid[ci][cj] = -3;
51         }
52     }
53 }

```

```

1 //布线前的棋盘格
2 cout << " 布线前的棋盘格" << endl;
3 cout << "-----" << endl;
4 for(int i = 0; i < m + 2; i++) {
5     for(int j = 0; j < n + 2; j++) {
6         cout << grid[i][j] << " ";
7     }
8     cout << endl;
9 }
10 cout << "-----" << endl;
11 cout << " 请输入起点位置坐标" << endl;
12 cin >> start.row >> start.col;
13 cout << " 请输入终点位置坐标" << endl;
14 cin >> finish.row >> finish.col;
15 clock_t starttime, endtime;
16 starttime = clock(); //程序开始时间
17 srand((unsigned) time (NULL)); //初始化时间种子，是随机选择的关键
18 int time = 0; //为假设运行次数
19 start1 = start, finish1 = finish, path_len1 = path_len, path1 = NULL; //初始值拷贝
20 for(int i = 0; i < m + 2; i++) {
21     for(int j = 0; j < n + 2; j++) {
22         grid1[i][j] = grid[i][j];
23     }
24 }
25 bool result = FindPath(start1, finish1, path_len1, path1, grid1, m, n);
26 while(result == 0 && time < 1000) { //尝试次数最多为 1000 次
27     //初始值拷贝
28     start1 = start, finish1 = finish, path_len1 = path_len, path1 = NULL;
29     for(int i = 0; i < m + 2; i++) {
30         for(int j = 0; j < n + 2; j++) {
31             grid1[i][j] = grid[i][j];
32         }
33     }
34     time++;
35     cout << endl;
36     cout << " 没有找到路线，第" << time << " 次尝试" << endl;
37     result = FindPath(start1, finish1, path_len1, path1, grid1, m, n);
38 }
39 endtime = clock(); //程序结束时间
40
41 if(result == 1) {
42     cout << "-----" << endl;
43     cout << "$ 代表围墙" << endl;
44     cout << "# 代表已经占据的点" << endl;
45     cout << "*" 代表布线路线" << endl;
46     cout << "=" 代表还没有布线的点" << endl;
47     cout << "-----" << endl;
48     for(int i = 0; i <= m + 1; i++) {
49         for(int j = 0; j <= n + 1; j++) {
50             if(grid1[i][j] == -2) cout << "$ ";
51             else if(grid1[i][j] == -3) cout << "# ";

```

```

1         else {
2             int r;
3             for(r = 0; r < path_len1; r++) {
4                 if(i == path1[r].row && j == path1[r].col) {
5                     cout << "* ";
6                     break;
7                 }
8                 if(i == start1.row && j == start1.col) {
9                     cout << "* ";
10                    break;
11                }
12            }
13            if(r == path_len1) cout << "= ";
14        }
15    }
16    cout << endl;
17 }
18 cout << "-----" << endl;
19 cout << " 路径坐标和长度" << endl;
20 cout << endl;
21 cout << "(" << start1.row << "," << start1.col << ")" << " ";
22 for(int i = 0; i < path_len1; i++) {
23     cout << "(" << path1[i].row << "," << path1[i].col << ")" << " ";
24 }
25 cout << endl;
26 cout << endl;
27 cout << " 路径长度: " << path_len1 + 1 << endl;
28 cout << endl;
29 time++;
30 cout << " 布线完毕, 共查找" << time << " 次" << endl;
31 cout << " 算法运行时间为: " << (endtime - starttime) << "ms" << endl;
32 } else {
33     cout << endl;
34     cout << " 经过多次尝试, 依然没有找到路线" << endl;
35 }
36 return 0;
37 }
    
```

上述代码的关键之处在于:

- P3 页的第 13 行代码, 这里是当前点相邻四个点是否可以放置, 如果可以放置用 selectPostion 保存下来, 并用 num 记录有多少个位置可以放置;
- P3 页的第 19 行代码, 这里利用上面保存的可以放置的点, 然后**随机选取其中一个加入队列**, 这就是 Las Vegas 算法的精髓;
- P5 页的第 17 行代码, 作用是初始化时间种子, 是伪随机生成器的关键, 即是随机选择的关键.

结果分析:

- 测试样例 1: 3×3 棋盘, 代码的交互输出过程如下:

```

1  开始运行...
2  -----分支限界算法之布线问题-----
3  在一个  $m \times n$  的棋盘上, 请分别输入  $m$  和  $n$ , 代表行数和列数, 然后输入回车
4  3 3
5  初始化棋盘格和加围墙
6  -----
7  -2 -2 -2 -2 -2
8  -2 -1 -1 -1 -2
9  -2 -1 -1 -1 -2
10 -2 -1 -1 -1 -2
11 -2 -2 -2 -2 -2
12 -----
13 请输入已经占据的位置(行坐标, 列坐标), 代表此位置不能布线
14 例如输入 2 2(然后输入回车), 表示坐标(2,2)不能布线;当输入坐标为 0 0(然后输入回车)表示结束输
    ↪ 入
15 2 1
16 2 3
17 3 3
18 0 0
19 布线前的棋盘格
20 -----
21 -2 -2 -2 -2 -2
22 -2 -1 -1 -1 -2
23 -2 -3 -1 -3 -2
24 -2 -1 -1 -3 -2
25 -2 -2 -2 -2 -2
26 -----
27 请输入起点位置坐标
28 1 1
29 请输入终点位置坐标
30 3 1
31
32 没有找到路线, 第 1 次尝试
33
34 没有找到路线, 第 2 次尝试
35 -----
36 $ 代表围墙
37 # 代表已经占据的点
38 * 代表布线路线
39 = 代表还没有布线的点
40 -----
41 $ $ $ $ $
42 $ * * = $
43 $ # * # $
44 $ * * # $
45 $ $ $ $ $
46 -----
47 路径坐标和长度
48 (1,1) (1,2) (2,2) (3,2) (3,1)
49 路径长度: 5
50 布线完毕, 共查找 3 次
51 算法运行时间为: 39ms
52 运行结束.
    
```

- 测试样例 2: 5×5 棋盘, 代码的交互输出过程如下:

```

1  -----分支限界算法之布线问题-----
2  在一个  $m \times n$  的棋盘上, 请分别输入  $m$  和  $n$ , 代表行数和列数, 然后输入回车
3  5 5
4  请输入已经占据的位置(行坐标, 列坐标), 代表此位置不能布线
5  例如输入 2 2(然后输入回车), 表示坐标(2,2)不能布线;当输入坐标为 0 0(然后输入回车)表示结束输
   ↪ 入
6  3 1
7  3 2
8  3 4
9  3 5
10 4 5
11 0 0
12 布线前的棋盘格
13  -----
14 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2
15 -2 -1 -1 -1 -1 -1 -2
16 -2 -1 -1 -1 -1 -1 -2
17 -2 -3 -3 -1 -3 -3 -2
18 -2 -1 -1 -1 -1 -3 -2
19 -2 -1 -1 -1 -1 -1 -2
20 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2
21  -----
22 请输入起点位置坐标
23 1 1
24 请输入终点位置坐标
25 5 2
26 没有找到路线, 第 1 次尝试
27 没有找到路线, 第 2 次尝试
28 没有找到路线, 第 3 次尝试
29  -----
30 $ 代表围墙
31 # 代表已经占据的点
32 * 代表布线路线
33 = 代表还没有布线的点
34  -----
35 $ $ $ $ $ $ $
36 $ * = = = $
37 $ * * * = = $
38 $ # # * # # $
39 $ = * = # $
40 $ = * * = = $
41 $ $ $ $ $ $ $
42  -----
43 路径坐标和长度
44 (1,1) (2,1) (2,2) (2,3) (3,3) (4,3) (5,3) (5,2)
45 路径长度: 8
46 布线完毕, 共查找 4 次
47 算法运行时间为: 61ms
    
```

- 测试样例 2: 10×10 棋盘, 代码的交互输出过程如下:


```

1 -----分支限界算法之布线问题-----
2 在一个 m*n 的棋盘上，请分别输入 m 和 n，代表行数和列数，然后输入回车
3 10 10
4 布线前的棋盘格
5 -----
6 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2
7 -2 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -2
8 -2 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -2
9 -2 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -2
10 -2 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -2
11 -2 -3 -3 -3 -3 -1 -1 -3 -3 -3 -1 -2
12 -2 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -2
13 -2 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -2
14 -2 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -2
15 -2 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -2
16 -2 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -2
17 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2
18 -----
19 请输入起点位置坐标
20 1 1
21 请输入终点位置坐标
22 9 9
23
24 没有找到路线，第 1 次尝试
25 没有找到路线，第 2 次尝试
26 没有找到路线，第 3 次尝试
27 没有找到路线，第 4 次尝试
28 -----
29 $ 代表围墙
30 # 代表已经占据的点
31 * 代表布线路线
32 = 代表还没有布线的点
33 -----
34 $ $ $ $ $ $ $ $ $ $ $ $
35 $ * = = = = = = = $
36 $ * * * = = = = = = $
37 $ = = * * = = = = = $
38 $ = = = * * = = = = = $
39 $ # # # # * = # # # = $
40 $ = = = = * = = = = $
41 $ = = = = * * * = = = $
42 $ = = = = = * = = = $
43 $ = = = = = * * = = $
44 $ = = = = = = = = = $
45 $ $ $ $ $ $ $ $ $ $ $ $
46 -----
47 路径坐标和长度
48 (1,1) (2,1) (2,2) (2,3) (3,3) (3,4) (4,4) (4,5) (5,5) (6,5) (7,5) (7,6) (7,7) (8,7)
49 ↪ (9,7) (9,8) (9,9)
50 路径长度: 17
51 布线完毕，共查找 5 次
52 算法运行时间为: 73ms
    
```

由此可见，结合随机化和分支限界的 Las Vegas 算法的求解效率还是相当不错的。

Problem 2

上机实现 0/1 背包问题的遗传算法，分析算法的性能。

Solution:python 代码如下：

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 # 初始化种群, popsize 代表种群个数, n 代表基因长度,
4 def init(popsiz,n):
5     population=[]
6     for i in range(popsiz):
7         pop=''
8         for j in range(n):
9             pop=pop+str(np.random.randint(0,2))
10        population.append(pop)
11    return population
12
13 # 计算种群中每个个体此时所代表的解的重量和效益
14 def computeFitness(population,weight,profit):
15     total_weight = []
16     total_profit = []
17     for pop in population:
18         weight_temp = 0
19         profit_temp = 0
20         for index in range(len(pop)):
21             if pop[index] == '1':
22                 weight_temp += int(weight[index])
23                 profit_temp += int(profit[index])
24         total_weight.append(weight_temp)
25         total_profit.append(profit_temp)
26     return total_weight,total_profit
27
28 def computesingle(single,profit):
29     profit_temp = 0
30     for index in range(len(single)):
31         if single[index] == '1':
32             profit_temp += int(profit[index])
33     return profit_temp
34 # 筛选符合条件的
35 def select(population,weight_limit,total_weight,total_profit):
36     w_temp = []
37     p_temp = []
38     pop_temp = []
39     for weight in total_weight:
40         out = total_weight.index(weight)
41         if weight <= weight_limit:
42             w_temp.append(total_weight[out])
43             p_temp.append(total_profit[out])
44             pop_temp.append(population[out])
45     return pop_temp,w_temp,p_temp

```

```

1 def roulettewheel(s_pop,total_profit):
2     p =[0]
3     temp = 0
4     sum_profit = sum(total_profit)
5     for i in range(len(total_profit)):
6         unit = total_profit[i]/sum_profit
7         p.append(temp+unit)
8         temp += unit
9     new_population = []
10    i0 = 0
11    while i0 < popsize:
12        select_p = np.random.uniform()
13        for i in range(len(s_pop)):
14            if select_p > p[i] and select_p <= p[i+1]:
15                new_population.append(s_pop[i])
16        i0 += 1
17    return new_population
18
19 def ga_cross(new_population,total_profit,pcross):# 随机交配
20     new = []
21     while len(new) < popsize:
22         mother_index = np.random.randint(0, len(new_population))
23         father_index = np.random.randint(0, len(new_population))
24         threshold = np.random.randint(0, n)
25         if (np.random.uniform() < pcross):
26             temp11 = new_population[father_index][:threshold]
27             temp12 = new_population[father_index][threshold:]
28             temp21 = new_population[mother_index][threshold:]
29             temp22 = new_population[mother_index][:threshold]
30             child1 = temp11 + temp21
31             child2 = temp12 + temp22
32             pro1 = computesingle(child1, profit)
33             pro2 = computesingle(child2, profit)
34             if pro1 > total_profit[mother_index] and pro1 > total_profit[father_index]:
35                 new.append(child1)
36             else:
37                 if total_profit[mother_index] > total_profit[father_index]:
38                     new.append(new_population[mother_index])
39                 else:
40                     new.append(new_population[father_index])
41             if pro2 > total_profit[mother_index] and pro1 > total_profit[mother_index]:
42                 new.append(child2)
43             else:
44                 if total_profit[mother_index] > total_profit[father_index]:
45                     new.append(new_population[mother_index])
46                 else:
47                     new.append(new_population[father_index])
48     return new

```

```

1 def mutation(new,pm):
2     temp =[]
3     for pop in new:
4         p = np.random.uniform()
5         if p < pm:
6             point = np.random.randint(0, len(new[0]))
7             pop = list(pop)
8             if pop[point] == '0':
9                 pop[point] = '1'
10            elif pop[point] == '1':
11                pop[point] = '0'
12            pop = ''.join(pop)
13            temp.append(pop)
14        else:
15            temp.append(pop)
16    return temp
17
18 def plot():
19     x= range(iters)
20
21     plt.plot(x,ylable)
22     plt.show()
23
24 if __name__ == "__main__":
25     weight = [95,75,23,73,50,22,6,57,89,98]
26     profit = [89,59,19,43,100,72,44,16,7,64]
27     n = len(profit)
28     weight_limit = 300
29     pm = 0.05
30     pc = 0.8
31     popsize = 30
32     iters = 500
33     population = init(popsize, n)
34     ylable = []
35     iter = 0
36     best_pop = []
37     best_p = []
38     best_w = []
39     while iter < iters:
40         print(f'第{iter}代')
41         print(" 初始为",population)
42         w, p = computeFitness(population, weight, profit)
43         print('weight:',w,'profit:',p)
44         print(w)
45         print(p)
46         s_pop, s_w, s_p = select(population, weight_limit, w, p)
47
48         best_index = s_p.index(max(s_p))
49         ylable.append(max(s_p))
50         best_pop.append(s_pop[best_index])
51         best_p.append(s_p[best_index])
52         best_w.append(s_w[best_index])

```

```

1  print(s_pop[best_index])
2  print(s_p[best_index])
3  print(s_w[best_index])
4  print(f'筛选后的种群{s_pop}, 长度{len(s_pop)}, 筛选后的 weight{s_w}, 筛选后的
    ↪ profit{s_p}')
5  new_pop = roulettewheel(s_pop, s_p)
6  w,p1 = computeFitness(new_pop, weight, profit)
7  print(f'轮盘赌选择后{new_pop},{len(new_pop)}')
8  new_pop1 = ga_cross(new_pop, p1, pc)
9  print(f'交叉后{len(new_pop1)}')
10 population = mutation(new_pop1, pm)
11 print(population)
12 print(f'第{iter}迭代结果为{max(s_p)}')
13 iter += 1
14 best_i = best_p.index(max(best_p))
15 plot()

```

上述算法的多次运行结果为:

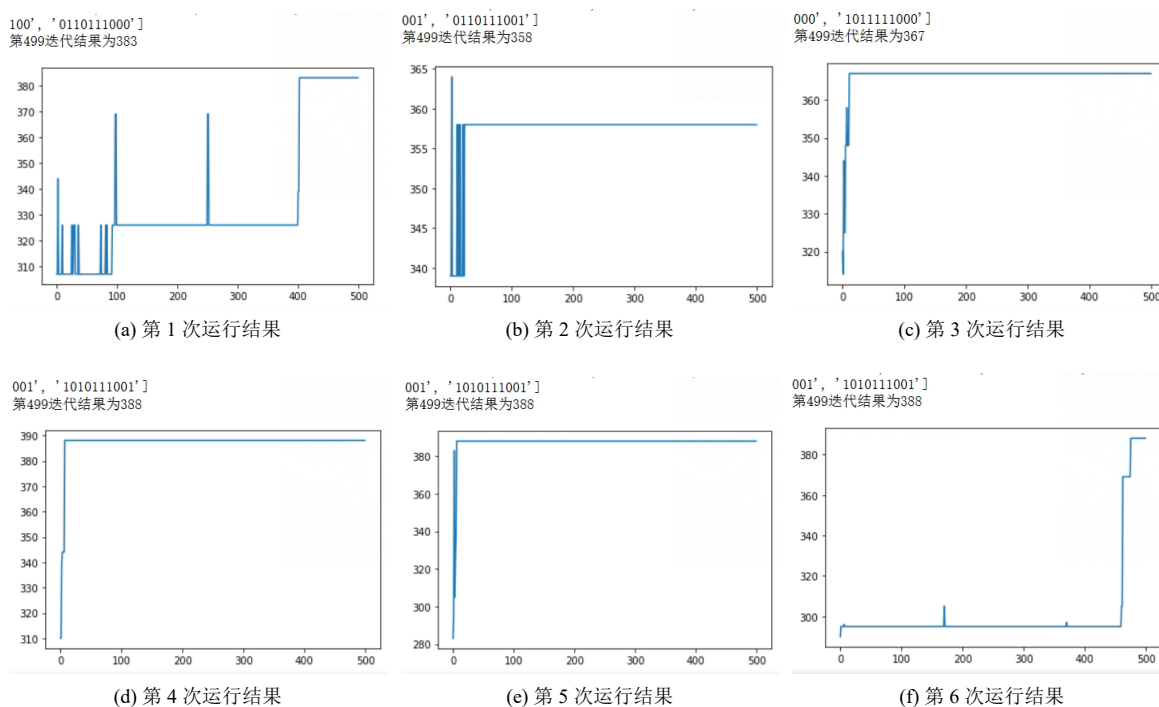


图 1: 各次的运行结果

主函数中的实例的最优解可以用分支限界算法计算出解向量为 $X = (1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1)$, 最优值为 388。上述遗传算法在后 3 次的运行结果是同正确解相吻合的, 并且上述遗传算法相较于分支限界算法是很快, 60ms 就可以得出结果, 只不过需要多次运行并观察以得出最优解。

Problem 3

上机实现 TSP 的模拟退火算法, 随机生成一定规模的数据或用通用数据集比较其它人的结果, 分析算法的性能, 摸索实现中技术问题的解决.

Solution: 算法对应的 Matlab 代码如下所示:

```
1 function D = Distance(citys)
2 %% 计算两两城市之间的距离
3 % 输入 citys 各城市的位置坐标
4 % 输出 D 两两城市之间的距离
5 n = size(citys,1);
6 D = zeros(n,n);
7 for i = 1:n
8     for j = i+1:n
9         D(i,j) = sqrt(sum((citys(i,:) - citys(j,:)).^2));
10        D(j,i) = D(i,j);
11    end
12 end
```

```
1 function S2 = NewAnswer(S1)
2 %% 输入
3 % S1: 当前解
4 %% 输出
5 % S2: 新解
6 N = length(S1);
7 S2 = S1;
8 a = round(rand(1,2)*(N-1)+1); % 产生两个随机位置 用来交换
9 W = S2(a(1));
10 S2(a(1)) = S2(a(2));
11 S2(a(2)) = W; % 得到一个新路线
```

```
1 function DrawPath(Route,citys)
2 %% 画路径函数
3 % 输入
4 % Route 待画路径
5 % citys 各城市坐标位置
6
7 figure
8 plot([citys(Route,1);citys(Route(1),1)],...
9      [citys(Route,2);citys(Route(1),2)], 'o-');
10 grid on
11
12 for i = 1:size(citys,1)
13     text(citys(i,1),citys(i,2),[' ' num2str(i)]);
14 end
15
16 text(citys(Route(1),1),citys(Route(1),2), '      起点');
17 text(citys(Route(end),1),citys(Route(end),2), '      终点');
```

```

1 function [S,R] = Metropolis(S1,S2,D,T)
2 %% 输入
3 % S1: 当前解
4 % S2: 新解
5 % D: 距离矩阵（两两城市之间的距离）
6 % T: 当前温度
7 %% 输出
8 % S: 下一个当前解
9 % R: 下一个当前解的路线距离
10 R1 = PathLength(D,S1); % 计算路线长度
11 N = length(S1); % 得到城市的个数
12 R2 = PathLength(D,S2); % 计算路线长度
13 dC = R2 - R1; % 计算能力之差
14 if dC < 0 % 如果能力降低 接受新路线
15     S = S2;
16     R = R2;
17 elseif exp(-dC/T) >= rand % 以 exp(-dC/T) 概率接受新路线
18     S = S2;
19     R = R2;
20 else % 不接受新路线
21     S = S1;
22     R = R1;
23 end

```

```

1 function p = OutputPath(R)
2 %% 输出路径函数
3 % 输入: R 路径
4 R = [R,R(1)];
5 N = length(R);
6 p = num2str(R(1));
7 for i = 2:N
8     p = [p,'\to ',num2str(R(i))];
9 end
10 disp(p)

```

```

1 function Length = PathLength(D,Route)
2 %% 计算各个体的路径长度
3 % 输入:
4 % D 两两城市之间的距离
5 % Route 个体的轨迹
6
7 Length = 0;
8 n = size(Route,2);
9 for i = 1:(n - 1)
10     Length = Length + D(Route(i),Route(i + 1));
11 end
12 Length = Length + D(Route(n),Route(1));

```

主函数编码如下:

```

1  %% I. 清空环境变量
2  clear all
3  clc
4
5  %% II. 导入城市位置数据
6  X = [16.4700  96.1000
7        16.4700  94.4400
8        20.0900  92.5400
9        22.3900  93.3700
10       25.2300  97.2400
11       22.0000  96.0500
12       20.4700  97.0200
13       17.2000  96.2900
14       16.3000  97.3800
15       14.0500  98.1200
16       16.5300  97.3800
17       21.5200  95.5900
18       19.4100  97.1300
19       20.0900  92.5500];
20
21  %% III. 计算距离矩阵
22  D = Distance(X); % 计算距离矩阵
23  N = size(D,1);   % 城市的个数
24
25  %% IV. 初始化参数
26  T0 = 1e10; % 初始温度
27  Tend = 1e-30; % 终止温度
28  L = 2; % 各温度下的迭代次数
29  q = 0.9; % 降温速率
30  syms x;
31  Time = ceil(double(solve(T0*(0.9)^x == Tend))); % 计算迭代的次数
32  % Time = 132;
33  count = 0; % 迭代计数
34  Obj = zeros(Time,1); % 目标值矩阵初始化
35  track = zeros(Time,N); % 每代的最优路线矩阵初始化
36
37  %% V. 随机产生一个初始路线
38  S1 = randperm(N);
39  DrawPath(S1,X)
40  disp('初始种群中的一个随机值:')
41  OutputPath(S1);
42  Rlength = PathLength(D,S1);
43  disp(['总距离: ',num2str(Rlength)]);
44
45  %% VI. 迭代优化
46  while T0 > Tend
47      count = count + 1; % 更新迭代次数
48      temp = zeros(L,N+1);
49      %%
50      for k = 1:L
51          % 1. 产生新解
52          S2 = NewAnswer(S1);
53

```



```

1      % 2. Metropolis 法则判断是否接受新解
2      [S1 R] = Metropolis(S1, S2, D, T0); % Metropolis 抽样算法
3      temp(k, :) = [S1 R]; % 记录下一路线及其长度
4  end
5  %% 3. 记录每次迭代过程的最优路线
6  [d0, index] = min(temp(:, end)); % 找出当前温度下最优路线
7  if count == 1 || d0 <= Obj(count-1)
8      Obj(count) = d0; % 如果当前温度下最优路程小于上一路程则记录当前路程
9  else
10     Obj(count) = Obj(count-1); % 如果当前温度下最优路程大于上一路程则记录上一路程
11 end
12 track(count, :) = temp(index, 1:end-1); % 记录当前温度的最优路线
13 % 降温
14 T0 = q * T0;
15 end
16
17 %% VII. 优化过程迭代图
18 figure
19 plot(1:count, Obj)
20 xlabel('迭代次数')
21 ylabel('距离')
22 title('优化过程')
23
24 %% VIII. 绘制最优路径图
25 DrawPath(track(end,:), X)
26
27 %% IX. 输出最优解的路线和总距离
28 disp('最优解:')
29 S = track(end,:);
30 p = OutputPath(S);
31 disp(['总距离: ', num2str(PathLength(D, S))]);

```

优化前的一个随机路线轨迹图如图2所示:

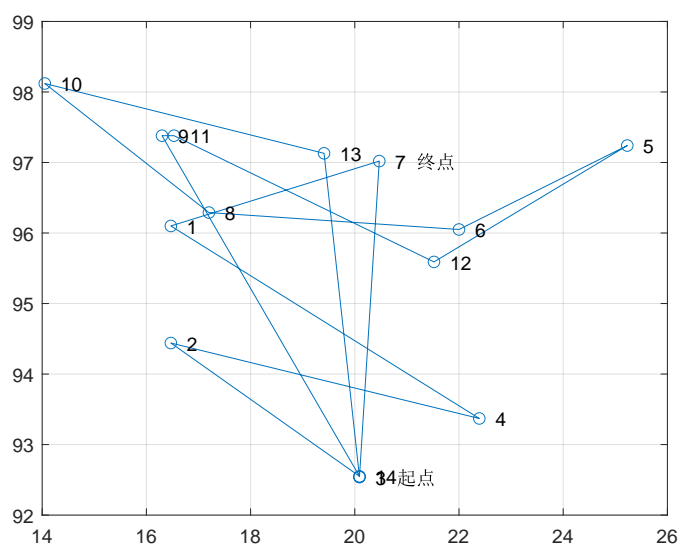


图 2: 随机路线图

初始种群中的一个随机值: $5 \rightarrow 12 \rightarrow 6 \rightarrow 11 \rightarrow 7 \rightarrow 13 \rightarrow 10 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 14 \rightarrow 1 \rightarrow 5$,
总距离为 66.0171. 优化后的路线如图3所示:

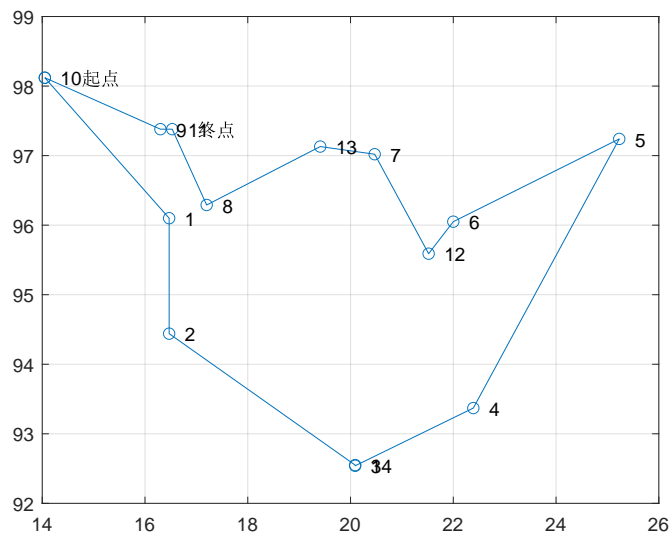


图 3: 最优解路线图

最优解: $6 \rightarrow 12 \rightarrow 7 \rightarrow 13 \rightarrow 8 \rightarrow 11 \rightarrow 9 \rightarrow 10 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 14 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$, 总距离为 29.3405. 优化迭代过程如下图4所示:

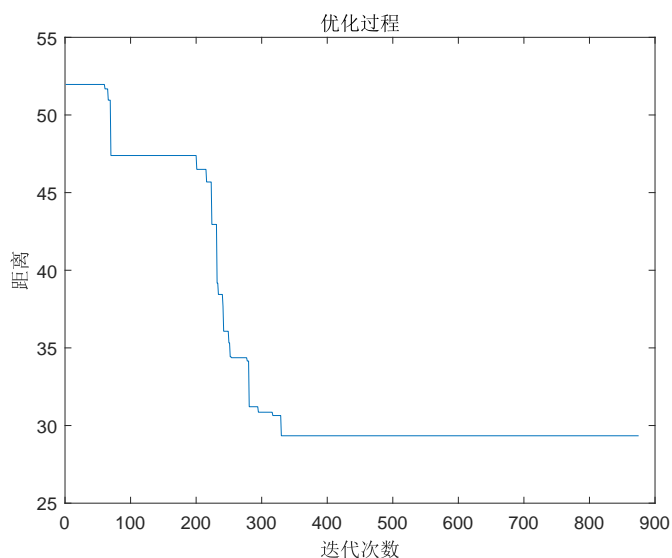


图 4: 模拟退火算法优化过程图

由上图可以看出: 优化前后路径长度得到很大改进, 由优化前的 66.0171 变为 29.3405, 变为原来的 44.4%, 400 多代以后路径长度已经保持不变了, 可以认为已经是最优解了.



中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences