1.

```
template<class T>                  // s/e     频率        总步数
void Mult(
T **a,
T **b,
int m,
int n,
int p){                            // 0       0           0
    for(int i=0; i<m; i++){        // 1       m+1         m+1
        for(int j=0; j<p; j++){    // 1       m*(p+1)     m*(p+1)
        T sum=0;                   // 1       m*p         m*p
            for(int k=0; k<n; k++) // 1       m*p*(k+1)   m*p*(k+1)
                Sum+=a[i][k]*b[k][j];// 1     m*p*k       m*p*k
            C[i][j]=sum;           // 1       m*p         m*p
            }
        }
    }
```

由上述注释可知，总步数为$2mpk + 4mp + 2m + 1$

2.

方法一

```
template<class T>
bool MinMax(T a[],int n,int& Min,int& Max){
    if(n<1) return false;
    Min=Max=0;
    for(int i=1; i<n; i++){
        if(a[Min]>a[i])
            Min=i;
        if(a[Max]<a[i])
            Max=i;
    }
    return true;
}
```

方法二

```
template<class T>
bool MinMax(T a[], int n, int& Min, int& Max)
{
    if(n<1)
        return false;
    Min=Max=0; //初始化
    for(int i=1; i<n; i++){
        if(a[Min]>a[i])
            Min=i;
        else if(a[Max]<a[i])
```

```
            Max=i;
    }
    return true;
}
```

方法一中，比较次数最好情况下是$2n-2$；最坏情况下是$2n-2$。

方法二中，比较次数最好情况下是$n-1$（对应于数组严格递减）；最坏情况下是$2n-2$（对应于数组严格递增）

3.

（1）令$c=\varepsilon$，当$\varepsilon \geq \sqrt{360}$时，$n > \frac{\varepsilon+\sqrt{\varepsilon^2-360}}{20}$时，$10n^2+9>cn$；

当$\varepsilon < \sqrt{360}$时，n取任意值，$10n^2+9>cn$；

故$\forall c \in R^+, N \in \mathcal{N}, \exists\, n > N, 10n^2+9>cn$；

故$10n^2+9=O(n)$不成立。

（2）因为$lim_{n\to\infty}\frac{n^2logn}{n^2} \to \infty$，故$n^2$不是$n^2logn$的上界，故$n^2$不与$n^2logn$同阶。

4.证明：

必要性：

$$lim_{n\to\infty}\frac{f(n)}{g(n)}=0 \leftrightarrow \forall \varepsilon>0, \exists N \in \mathcal{N}, S.t. f(n)<\varepsilon g(n) \qquad (g(n)>0)$$

故$f(n)=O\big(g(n)\big)$

假设$g(n)=O\big(f(n)\big)$，则：

$$\exists c>0, N \in \mathcal{N}, S.t. \forall n>N, g(n) \leq cf(n) \leftrightarrow \frac{g(n)}{f(n)} \leq c$$

这与$\forall \varepsilon>0, \exists N \in \mathcal{N}, S.t. \frac{f(n)}{g(n)}<\varepsilon$矛盾，故$g(n) \neq O\big(f(n)\big)$

故$f(n)=o\big(g(n)\big)$

充分性：

$$f(n)=o\big(g(n)\big) \to \begin{cases} f(n)=O\big(g(n)\big) \\ g(n) \neq O\big(f(n)\big) \end{cases}$$

由$g(n) \neq O\big(f(n)\big)$可得：

$$\forall c \in R^+, N \in \mathcal{N}, \exists n>N, g(n)>cf(n)$$

令$\varepsilon=\frac{1}{c}$，则也即：

$$\forall \varepsilon \in R^+, N \in \mathcal{N}, \exists n>N, \frac{f(n)}{g(n)}<\varepsilon$$

即：$lim_{n\to\infty}\frac{f(n)}{g(n)}=0$ #

5.

a.不成立，反例：$f(n)=n^2$，$F(n)=n^2$，$g(n)=n$，$G(n)=n^3$，$\frac{f(n)}{g(n)}=1 \neq O(\frac{1}{n})=O(\frac{F(n)}{G(n)})$

b.不成立，反例：$f(n)=n$，$F(n)=n^3$，$g(n)=n^2$，$G(n)=n^2$，$\frac{f(n)}{g(n)}=\frac{1}{n} \neq \Omega(1)=\Omega$

$(\frac{F(n)}{G(n)})$

c.不成立，反例：$f(n)=n$，$F(n)=n^3$，$g(n)=n^2$，$G(n)=n^2$，$\frac{f(n)}{g(n)}=\frac{1}{n}\neq\Theta(n)=\Theta(\frac{F(n)}{G(n)})$

d.不成立，反例：$f(n)=n$，$F(n)=\frac{n}{2}$，$g(n)=n^2$，$G(n)=\frac{n}{2}$，$\frac{f(n)}{g(n)}=\frac{1}{n}\neq\Omega(1)=\Omega(\frac{F(n)}{G(n)})$

e.不成立，反例：$f(n)=n^2$，$F(n)=n$，$g(n)=n^3$，$G(n)=n^3$，$\frac{f(n)}{g(n)}=\frac{1}{n}\neq O(\frac{1}{n^2})=O(\frac{F(n)}{G(n)})$

f.成立，证明：

由定义可得：

$$f(n)=\Theta\left(F(n)\right),g(n)=\Theta\left(G(n)\right)$$

则：

$$\exists c_1,c_2,c_1',c_2'>0,S.t.\ c_1'\leq lim_{n\to\infty}\frac{f(n)}{F(n)}\leq c_1,\qquad c_2'\leq lim_{n\to\infty}\frac{g(n)}{G(n)}\leq c_2$$

则由极限运算定律以及极限的有界性可得：

$$\exists c=\frac{c_1}{c_2'}>0,c'=\frac{c_1'}{c_2}>0,S.t.\quad c'\leq\frac{lim_{n\to\infty}\frac{f(n)}{F(n)}}{lim_{n\to\infty}\frac{g(n)}{G(n)}}=lim_{n\to\infty}\frac{\frac{f(n)}{g(n)}}{\frac{F(n)}{G(n)}}=<c$$

$$\frac{f(n)}{g(n)}=\Theta\left(\frac{F(n)}{G(n)}\right)$$

6.$logn,n^{\frac{2}{3}},20n,4n^2,3^n,n!$

7.（1）$n+6$（2）$8n$（3）任意规模

8.斐波那契数列：

$$a_0=1,a_1=1,a_n=a_{n-1}+a_{n-2}(n>2)$$

由题可列：

$$[a_n,a_{n-1}]=[a_{n-1},a_{n-2}]\begin{bmatrix}1&1\\1&0\end{bmatrix}$$

令$A=\begin{bmatrix}1&1\\1&0\end{bmatrix}$

则

$$[a_n,a_{n-1}]=[a_1,a_0]\begin{bmatrix}1&1\\1&0\end{bmatrix}^{n-1}=[1,1]A^{n-1}$$

$$det(\lambda I-A)=\lambda^2-\lambda-1=0\to\lambda_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$

代入可得：$P=\begin{bmatrix}\frac{1-\sqrt{5}}{2}&\frac{1+\sqrt{5}}{2}\\1&1\end{bmatrix},P^{-1}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{\sqrt{5}}&\frac{1+\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}\\\frac{1}{\sqrt{5}}&\frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{5}}\end{bmatrix}$

则$[a_n, a_{n-1}] = [1,1]A^{n-1} = [1,1]P\begin{bmatrix} \frac{1-\sqrt{5}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{bmatrix}^{n-1} P^{-1}$

故$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1}\right)$