

## 第 1、2 章练习

1.讲义习题一：第 1(执行步改为关键操作数)、第 2、3、6、7 题  
习题一

1 答：执行步  $4pmn+3pm+2m+1$ ;关键操作  $2n*m*p$

2 方法一答： $2n-2$  次

方法二答： $2n-2$  次

3 1) 证明：任给  $c$ ,  $n>c$ , 则  $10n^2>cn$ 。不存在  $c$  使  $10n^2\leq cn$ , 证毕。

2) 证明：任给  $c$ , 当  $n>2^c$  时,  $\log n>c$ , 从而  $n^2\log n\geq cn^2$ , 同上。

6 答： $\log n$ ,  $n^{2/3}$ ,  $20n$ ,  $4n^2$ ,  $3^n$ ,  $n!$

7 答：1)  $6+n$  2)  $N = 8\sqrt{3 \cdot 2^n}$  3) 任意  $n$

2.讲义习题二：第 5 题。

答： $c$ 、 $e$  是割点。每点的 DFN、L 值： $A1,1$ 、 $B2,1$ 、 $C3,1$ 、 $D4,4$ 、 $E5,1$ 、 $F6,5$ 、 $G7,5$ 。最大连通分支  $CD$ 、 $EFG$ 、 $ABCE$ 。

3.考虑下述选择排序算法：

输入： $n$  个不等的整数的数组  $A[1..n]$

输出：按递增次序排序的  $A$

For  $i:=1$  to  $n-1$

For  $j:=i+1$  to  $n$

If  $A[j]<A[i]$  then  $A[i] \leftrightarrow A[j]$

问：(1)最坏情况下做多少次比较运算？ 答  $1+2+..+n-1=n(n-1)/2$

(2)最坏情况下做多少次交换运算？在什么输入时发生？

答：当输入的  $n$  个数彼此不等且按递降次序排列时，比较次数

$n(n-1)/2$ ，每次比较都交换，交换次数  $n(n-1)/2$ 。

4.考虑下面的每对函数  $f(n)$ 和  $g(n)$  ,比较他们的阶。

$$(1) f(n)=(n^2-n)/2, \quad g(n)=6n \quad (2) f(n)=n+2\sqrt{n}, \quad g(n)=n^2$$

$$(3) f(n)=n+n\log n, \quad g(n)=n\sqrt{n} \quad (4) f(n)=\log(n!), \quad g(n)=n^{1.05}$$

答：(1) $g(n)=O(f(n))$  (2) $f(n)=O(g(n))$

$$(3)f(n)=O(g(n)) \quad (4)f(n)=O(g(n))$$

5.在表中填入 true 或 false . 答案：

	$f(n)$	$g(n)$	$f(n)=O(g(n))$	$f(n)=\Omega(g(n))$	$f(n)=\Theta(g(n))$
1	$2n^3+3n$	$100n^2+2n+100$	F	T	F
2	$50n+\log n$	$10n+\log\log n$	T	T	T
3	$50n\log n$	$10n\log\log n$	F	T	F
4	$\log n$	$\text{Log}^2 n$	T	F	F
5	$n!$	$5^n$	F	T	F

6.用迭代法求解下列递推方程：

$$(1) \begin{cases} T(n) = T(n-1) + n - 1 \\ T(1) = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} T(n) = 2T(n/2) + n - 1 \\ T(1) = 0 \end{cases}, n=2^k$$

答：(1) $T(n)=T(n-1)+n-1=T(n-2)+n-2+n-1$

$$=...=T(1)+1+2+...+n-1=n(n-1)/2=O(n^2)$$

$$(2) T(n)=2T(n/2)+n-1=2(2T(n/4)+n/2-1)+n-1$$

$$=4T(n/4)+n-2+n-1=4(2T(n/8)+n/4-1)+n-2+n-1$$

$$=2^3T(n/2^3)+n-4+n-2+n-1$$

$$= \dots = 2^k T(n/2^k) + n - 2^{k-1} + n - 2^{k-2} + \dots + n - 1$$

$$= 2^k T(1) + kn - (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{k-1})$$

$$= k2^k - 2^k + 1 = n \log n - n + 1 = O(n \log n)$$