2011年 **解：**

状态变量：xk 表示留给项目k..n的投资额，其中n为项目总个数，k=1..n.

决策变量：uk 表示投给项目k的投资额.

允许决策集合：

状态转移方程：

递推关系式：

其中，表示项目k的投资额为uk时的盈利.

针对本题，n = 3，xk最大取8

手工详解过程：

1. **初始化k = 3**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x3** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
| **f3(x3)** | 0 | 4 | 26 | 40 | 45 | 50 | 51 | 52 | 53 |

1. **k = 2**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x2** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
| **f2(x2)** | 0 | 5 | 26 | 40 | 60 | 70 | 86 | 100 | 110 |

1. **k = 1**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x1** | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
| **f1(x1)** | 0 | 5 | 26 | 40 | 80 | 90 | 106 | 120 | **140** |

**最终结果：**给项目1投资4万元，项目2投资4万元，项目3不投资，将获得最大利润140万元.

2012年 **解：**设阶段序数k表示月份，状态变量xk为第k个月初拥有的单位产品数量，亦为第k-1月末时的单位产品数量，决策变量uk为第k个月生产的单位产品数量，ck为第k月份需要的产品数量，这里xk和uk均取离散变量。

状态转移方程为：

, k =1,2,3,4; 且x1=0。

k段允许决策集合为:

k = 1,2,3;

当k=4时，。

设为第k月的成本费,单位为(千元)，则

,

故指标函数为

令表示为由出发采用最优生产方案到第4个月结束这段期间的产品成本。

根据最优化原理，则有递推公式：

其中：

逆序计算的详细步骤如下：

1. 当k=4时，
2. 当k=3时，因为 且，所以有：

当处取得最小值。

当,此时处取得最小值。

当,此时处取得最小值。

当,此时,在处取得最小值。

当,此时,在处取得最小值。

当,此时,在处取得最小值。

当,此时,在处取得最小值。

1. 当k=2时，因为，且所以有：

当时，,在处取得最小值。

当时，,且在处取得最小值。

当时，,在处取得最小值。

当时，，且在处取得最小值。

当时，,且在处取得最小值。

当时，,且在处取得最小值。

当时，,且在处取得最小值。

1. 当k=1时，因为,所以有：

当,,且在处取得最小值。

综上所述，最优的库存方案为：第一月生产5单位产品，第二月和第四月不生产，第三月生产6单位产品。