**判断题：**

1-5: T F F **F** F 6-10: F T F F F 11-16: F T T **F** T F

**问答题：**

1.（1）属于减可变规模变种的应用。（2）当节点个数等于二叉查找树的高度时表现出最差的效率。（3）此时查找和插入算法在最坏情况的时间复杂度都是O(n)。

2.（1）**伪多项式时间算法是一种在L值的多项式时间内运行的算法，其中L是输入实例中的最大数值。**

（2）Monte Carlo算法每次都能得到问题的解，但不保证所得解的准确性；Las Vegas算法是每次不一定得到问题的解，只要得到的解一定是正确的解；可以在Monte Carlo算法后加上一个验证算法，如果正确就得到解，如果错误就不能生成问题的解，这样Monte Carlo算法便转化为了Las Vegas算法。

3. **AVL树和2-3树能够维持树的平衡，避免树的退化，它们在最坏情况下插入和查找的时间复杂度均为O(log2n)。**

**4. 0/1背包问题的一个多项式等价判定问题是给定价值为V1, V2, …, Vn，重量为V1, V2, …, Vn的n个项和两个整数v\*和w\*，问是否存在一个子集S，使得 ，且 。**



**若存在0/1背包问题的多项式算法，则可用其在多项式时间内求解该判定问题，令背包容量等于W\*，求出0/1背包问题的最优子集S，则可以通过判断S是否满足 来确定判定问题的解。**



**若存在该判定问题的多项式算法，则可以在可能的价值范围内进行二分搜索，在各搜索点上解判定问题以确定0/1背包问题的最优解，令V= 可在O(log(V)) 时间内求得解。**



5. 属于NP问题。因为可以在多项式的时间验证一个候选路径是否符合条件。

**分治题：**

1. *// num : 逆序数*

num **<-** 0**;**

Merge**(**Type a**[],** Type left**,** Type mid**,** Type right**)**

**{**

i **<-** left**,** j **<-** right**;**

while**(** i **<** mid **&&** j **<** right**)**

**{**

if**(**a**[**j**])** **>** a**[**i**])**

**{**

num **+=** mid **-** i**;**

**}**

**}**

**}**

MergeSort**(**Type a**[],** Type left**,** Type right**)**

**{**

if**(**left **<** right**)**

**{**

mid **<-** **(**left **+** right**)** **/** 2**;**

MergeSort**(**a**,** left**,** i**);**

MergeSort**(**a**,** mid **+** 1**,** right**);**

Merge**(**a**,** left**,** i**,** right**);**

**}**

**}**

算法思路：以归并排序为基础，在两两集合合并的时候如果前一个集合的元素a[i]>a[j]，那么说明需要调整次序，逆序数num=num+mid-i。

时间复杂度的迭代公式为 因此算法的时间复杂度为T(n)=O(nlogn)；

蛮力法的时间复杂度为O(n2)，当n数目较大时，分治法计算规模远小于蛮力法。

2. num **<-** src**[**0**];**

count **<-** 0**;**

for i **<-** 0 to n**-**1 do

**{**

if**(**num **==** src**[**i**])**

**{**

count**++;**

**}**

else

**{**

count**--;**

if**(**count **<** 0**)**

**{**

num **<-** src**[**i**];**

**}**

**}**

**}**

采用减治的思想每一个减去一个元素，时间复杂度为O(n)，蛮力法的时间复杂度为O(n2)。

**动态规划题：**

1.

k=1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| month=1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| cost | 5 | 6.5 | 8 | 9.5 | 11 |
| reservation | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k=2 |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |  |  |
| 0 |  |  |  | **9.5** | **11.5** |  |  |
| 1 |  |  | 12 | 14 | 17.5 |  |  |
| 2 |  | 11.5 | 13.5 | 15.5 | 19 |  |  |
| 3 | 11 | 13 | 15 | 17 | 20.5 |  |  |
| 4 | 12.5 | 14.5 | 16.5 | 18.5 | 22 |  |  |
| 5 | **14** | **16** | 18 | 20 | 23.5 |  |  |
| 6 | 16.5 | **17.5** | **19.5** | **21.5** |  |  |  |
| curproduction | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| curmincost | 9.5 | 11.5 | 14 | 16 | 17.5 | 19.5 | 21.5 |
| reservation | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| month=3 |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 0 |  |  | **14** | 16.5 | 18.5 | 21 | 23.5 |
| 1 |  | 15.5 | 18.5 | 21 | 23 | 25.5 |  |
| 2 | 14.5 | 17 | 20 | 22.5 | 24.5 |  |  |
| 3 | **16** | 18.5 | 21.5 | 24 |  |  |  |
| 4 | **17.5** | 20 | 23 |  |  |  |  |
| 5 | **19** | 21.5 |  |  |  |  |  |
| 6 | **20.5** |  |  |  |  |  |  |
| curproduction | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |  |  |
| curmincost | 14 | 16 | 17.5 | 19 | 20.5 |  |  |
| reservation | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |  |  |

month=4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 0 |  |  |  |  | **20.5** |
| 1 |  |  |  | 23 |  |
| 2 |  |  | 22.5 |  |  |
| 3 |  | 22 |  |  |  |
| 4 | 21 |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |

故最小生产投入为20.5（千元），其中投入策略如下表格：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| month | 1 | 2 | 3 | 4 |
| input | 5 | 0 | 6 | 0 |

2.

K：项目的编号，k=1,2,3；

Xk：投资的数目，显然xk=0,1,2,3,4,5,6,7,8；

gk(xk)：把数目为xk钱投资到项目k得到的收益；

fk(xk)：把数目为xk的钱投资得到的最大收益（可以投资的范围为项目k~n）；

状态变量xk: 表示投资的数目；

决策变量uk: 表示投给项目k的投资额；

状态转移方程：fk(xk)=max{gk(uk)+fk+1(xk-uk)}, uk=0,1,……,xk;

fn(xn)= gn(xn)

项目个数n=3，xk最大取8，问题划分为三个阶段：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k=3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 0 | 4 | 26 | 40 | 45 | 50 | 51 | 52 | 53 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k=2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 0 | **0** | 4 | **26** | **40** | 45 | 50 | 51 | 52 | 53 |
| 1 | **5** | 9 | 31 | 45 | 50 | 55 | 56 | 57 |  |
| 2 | 15 | 24 | 41 | 55 | 60 | 65 | 66 |  |  |
| 3 | **40** | 44 | 66 | 80 | 85 | 90 |  |  |  |
| 4 | **60** | 64 | **86** | **100** | 105 |  |  |  |  |
| 5 | **70** | 74 | 96 | **110** |  |  |  |  |  |
| 6 | 73 | 77 | 99 |  |  |  |  |  |  |
| 7 | 74 | 78 |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 | 75 |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k=1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  | 0 | 5 | 26 | 40 | 60 | 70 | 86 | 100 | 110 |
| 1 | 5 |  |  |  |  |  |  | 105 |  |
| 2 | 15 |  |  |  |  |  | 101 |  |  |
| 3 | 40 |  |  |  |  | 110 |  |  |  |
| 4 | 80 |  |  |  | **140** |  |  |  |  |
| 5 | 90 |  |  | 130 |  |  |  |  |  |
| 6 | 95 |  | 121 |  |  |  |  |  |  |
| 7 | 98 | 103 |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 | 100 |  |  |  |  |  |  |  |  |

由上表可知：最大获益为140万元，其中对项目1投资4万，项目2投资4万，项目3投资0元。

**分支限界题：**