

PRML 第一次实验报告

学号:22373170 姓名: 叶子鑫

引言

本报告针对本次实验结果，最小二乘法，梯度下降法(GD)和牛顿法来对数据进行线性拟合，比较其训练误差和测试误差。当线性模型选拟效果不理想时，进一步探讨更合适的模型选拟及其原因，并给出具体实验结果与分析。

方法概述

(一) 最小二乘法

原理：通过最小化观测值与模型预测值之差的平方和来估计模型参数，适用于线性回归问题。其目标函数为：

$$J(\theta) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$$

其中， h_{θ} 为线性假设函数， θ 为参数向量， m 为样本数量。

(二) 梯度下降法 (GD)

原理：通过沿目标函数滑动降低方向进行参数更新，最小化目标函数。其参数更新公式为：

$$\theta_j := \theta_j - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) x_j^{(i)}$$

其中， α 为学习率。

(三) 牛顿法

原理：利用目标函数的二次导数信息，通过以下进一步运算公式更新参数：

$$\theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} - H^{-1}g$$

其中， H 为 Hessian 矩阵， $\nabla J(\theta)$ 为值的滑动降低量。

(四) 非线性模型选拟

原理：当线性模型选拟效果不佳时，可考虑多项式回归，核方法或神经网络等非线性模型。在本实验中，使用多项式回归，以选取最佳多项式阶数，优化模型选拟效果。

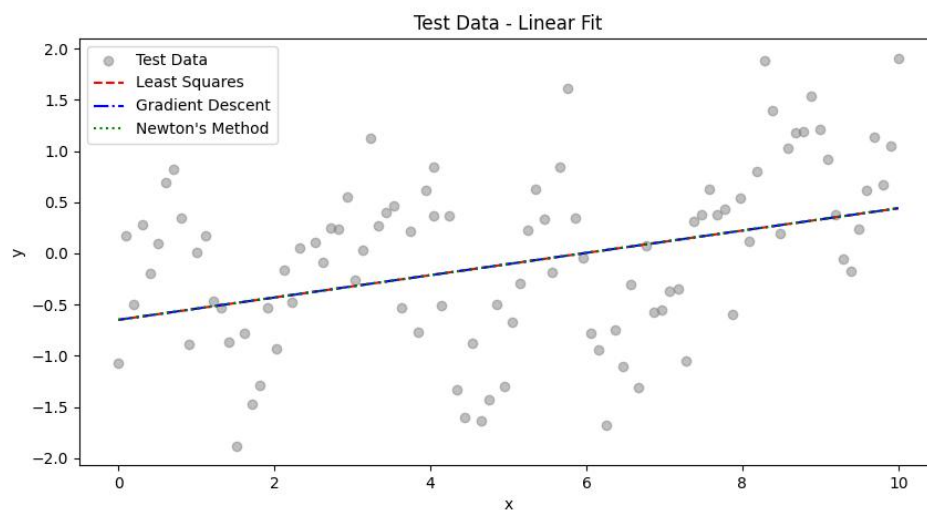
$$y = \theta_0 + \theta_1 x + \theta_2 x^2 + \dots + \theta_n x^n + \epsilon$$

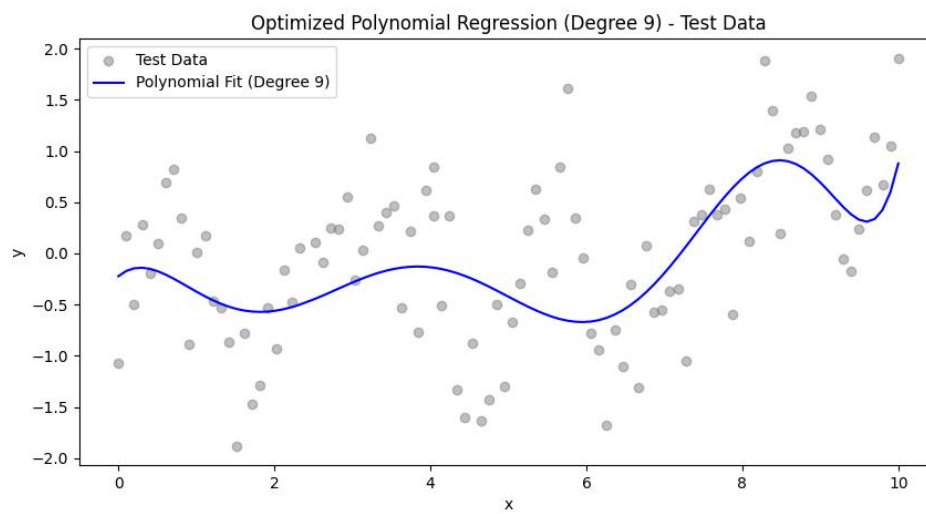
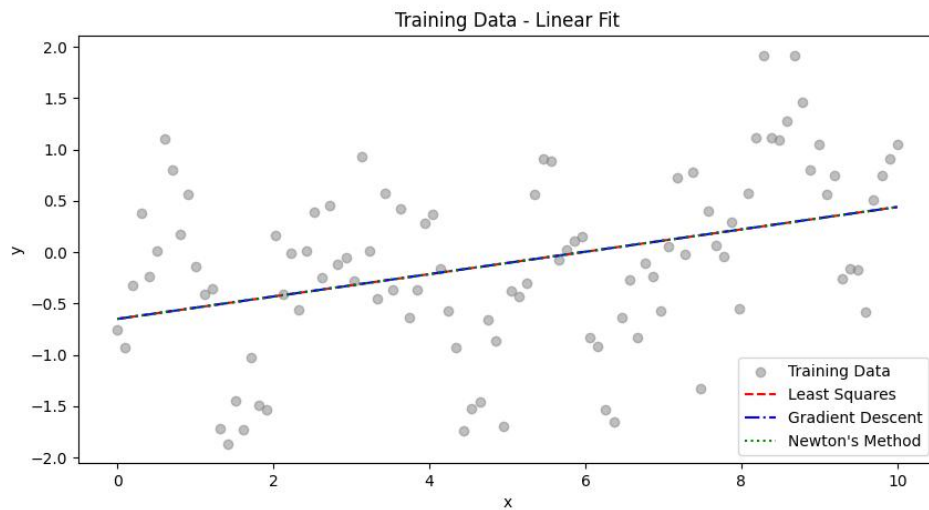
实验结果

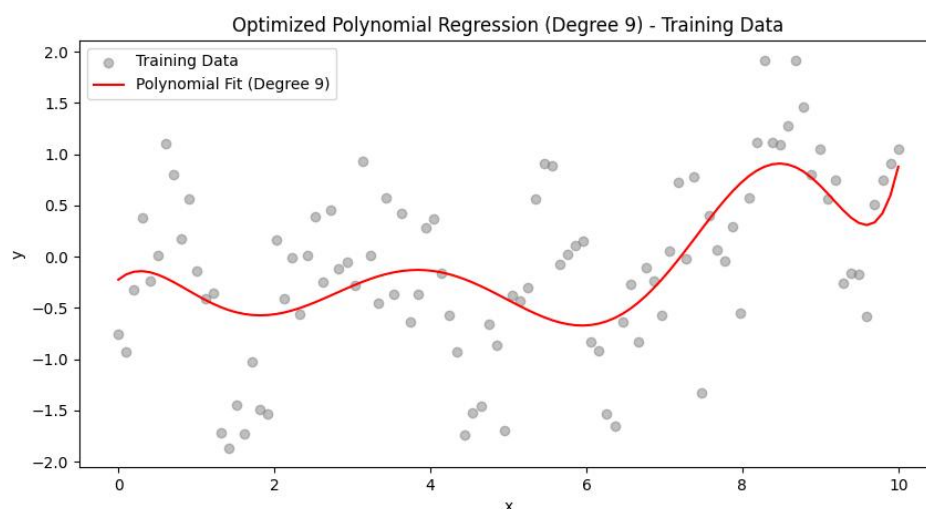
下表给出了不同方法在训练集和测试集上的模型误差：

方法	训练误差 (MSE)	测试误差 (MSE)
最小二乘法	0.6134	0.5950
滑动降低法	0.6134	0.5950
牛顿法	0.6134	0.5950
多项式回归（优选阶数 9）	0.4757	0.4698

实验图像：







结论

通过本实验，发现对于本次数据，线性模型的选拟效果有限，而多项式回归能更好地捕捉数据规律，提高预测准确性。在实际应用中，应根据数据特点选拟适合的模型，并综合考虑模型复杂度、计算成本和泛化能力等因素，以实现最佳的回归分析效果。