

数字音乐合成器

供题老师：洪伟

要求：

- (1) 在你的报告中按顺序逐题给出你的分析、解答和讨论，matlab 代码不要夹杂在问题的分析、解答和讨论中；
- (2) 采用 matlab 进行数值计算并画出图形，帮助你完成题目的解答。
- (3) matlab 代码作为报告的附录给出。
- (4) 完成后将所有文档、matlab 代码和其他相关内容打包，以“题目号-班级-姓名-学号”作为文件名上交。

在信号处理的应用中，经常需要产生许多周期性的波形，且它们的基频是可编程的（例如：每个音阶可以看做波形相同但是频率不同的声音信号）。实现这一功能的一个方法是将所需波形的傅里叶级数的系数存储起来，然后用傅里叶级数的系数来生成需要的波形。假设 $\{a_k\}$ 是所需 CT 波形 CTFS 的系数，而我们要产生采样频率为 $f_s = 8000\text{Hz}$ 的 DT 信号 $x[n]$ ，其基频 f_0 在 100Hz 到 1000Hz 之间，这时 $x[n]$ 可用下式来生成：

$$x[n] = \sum_{k=-N}^N a_k e^{jk\left(\frac{2\pi f_0}{f_s}\right)n}$$

本题中，你们将用 matlab 制作一个简单的数字音乐合成器，连续时间傅里叶级数（CTFS）将用于波形的产生。

Q1：产生不同频率的方波信号

假设 $x(t)$ 是周期 $T = 1$ 的方波信号，在 $|t| < 1/2$ 时（即一个周期内），可以表示为：

$$x_0(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq 1/4 \\ -1 & \text{其他} \end{cases}$$

给出其 CTFS 系数 a_k 的表达式，并设计一个 matlab 程序用于生成周期方波信号的 CTFS 系数 a_k ，其中 k 为整数。

- a) 取 $N = 19$, $f_s = 8000\text{Hz}$, $f_0 = 210\text{Hz}$ ，计算 $x[n]$ ，其中 $n = 0, 1, \dots, 2f_s$ ，即信号的时长为 2s ，画出 $\text{real}(x)$ 的波形，用 `soundsc(real(x), fs)` 将信号 $x[n]$ 作为声音播放出来，并描述你听到的这一段声音。
- b) 取 $f_0 = 420\text{Hz}$ ，重复上面的步骤，这时你听到的声音发生了什么变化？
- c) 找到一个合适的 N 值，使得合成器在 $f_0 = 420\text{Hz}$ 生成的声音更好一些，对于不同的 f_0 应怎样选取 N 的值？为什么？

Q2：产生不同频率的三角波信号

假设 $x(t)$ 是周期 $T = 1$ 的三角波信号，在 $|t| < 1/2$ 时（即一个周期内），可以表示为：

$$x_0(t) = \begin{cases} 1 - 4t & t \geq 0 \\ 1 + 4t & \text{其他} \end{cases}$$

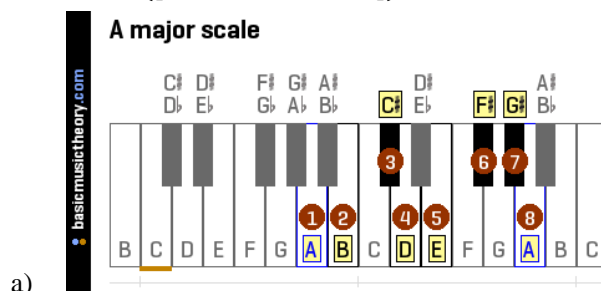
给出其 CTFS 系数 a_k 的表达式，并设计一个 matlab 程序用于生成周期三角波信号的 CTFS 系数 a_k ，其中 k 为整数。

重复 Q1 中的 a)~c)。

Q3：制作音乐合成器，制作歌曲“Mary had a little lamb”

- a) 为了合成音乐，我们首先需要生成一个合适的音阶。本题中采用 A 大调音阶（A major

scale，如下图所示)。已知键盘的中央 C 之上的第一个 A 的频率为 440Hz，之后的 12 个音（含黑键）的频率为： $twelve = 440 \times 2^{(0:12)/12}$ ，则 A 大调音阶中各个音符的频率可以表示为： $major = twelve([1\ 3\ 5\ 6\ 8\ 10\ 12\ 13])$ ，列出这 8 个频率。



- b) “Mary had a little lamb”中的各个音符（按顺序）在 A 大调音阶中的位置为： $mllnotes=[3\ 2\ 1\ 2\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 3\ 5\ 5\ 3\ 2\ 1\ 2\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 3\ 2\ 1]$ ，这就是说，每个音符的频率可以用 $mllfreq=major(mllnotes)$ 给出，采用 Q1 和 Q2 中类似的方法给每个音符产生一个 0.5s 的音，并按照“Mary had a little lamb”中各个音符的顺序将之连接起来生成向量 y ，用 $soundsc(real(y),fs)$ 将 y 播放出来。
- c) 实际上，乐谱中一些音符的长度可能是其他音符长度的 2 倍，用向量 dur 给出“Mary had a little lamb”中每个音符的长度，修改你的程序使其可以处理每个音符长度可能不同的情况，重新生成 y 并播放。
- d) 令 $y=y/\max(\text{abs}(y))$ 将向量 y 进行归一化，用 $\text{wavwrite}(real(y),fs,16,'yourname.wav')$ 生成 .wav 文件并在音乐播放器中播放。